ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας,
Έρευνας και Θρησκευμάτων
ΠΕΡΙΦ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΤΟ 1Ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

M_1: Για να δείξουμε ότι δυο διανύσματα $\vec{AB}$ και $\vec{\Gamma\Delta}$ είναι ίσα, αρκεί να δείξουμε ότι:

1ος τρόπος:

Είναι απέναντι πλευρές παραλληλόγραμμου και είναι ομόρροπα διανύσματα

2ος τρόπος:

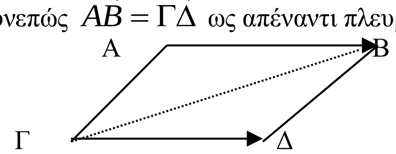
Τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΔ και ΒΓ έχουν το ίδιο μέσο γιατί

- Αν μεν έχουν ίδιο φορέα έχουμε:

$\vec{AM} = \vec{M\Delta}$ $\quad \begin{matrix} \vec{AM} = \vec{M\Delta} \\ \vec{BM} = \vec{M\Gamma} \end{matrix}$ οπότε αφαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε:

$$\vec{AM} - \vec{BM} = \vec{M\Delta} - \vec{M\Gamma} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{\Gamma\Delta}$$

- Αν δεν έχουν τον ίδιο φορέα τότε το ΑΒΔΓ είναι παραλληλόγραμμο αφού οι διαγώνιες του διχοτομούνται συνεπώς $\vec{AB} = \vec{\Gamma\Delta}$ ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου.



3ος τρόπος:

Καθένα από τα $\vec{AB}$ και $\vec{\Gamma\Delta}$ είναι ίσο προς τρίτο διάνυσμα

M_2: Για να δείξουμε ότι τρία μη συγγραμμικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ σχηματίζουν τρίγωνο δείχνουμε ότι $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ ή ότι το άθροισμα τους ισούται με το διπλάσιο ενός εξ αυτών .

M_3: Για να δείξουμε ότι δυο σημεία Α και Β συμπίπτουν (ταυτίζονται ($A \equiv B$)) αρκεί να δείξουμε ότι:

- $\vec{AB} = \vec{0}$ ή
- $\vec{OA} = \vec{OB}$ όπου Ο σημείο αναφοράς

M_4: Για να δείξουμε ότι τρία σημεία Α,Β,Γ, είναι συνευθειακά, αρκεί να δείξουμε ότι δυο από τα διανύσματα $\vec{AB}, \vec{A\Gamma}, \vec{B\Gamma}$ είναι συγγραμμικά. Επειδή ανά δύο έχουν κοινό σημείο είναι συνευθειακά δηλ. αρκεί να δείξουμε ότι:

$$\vec{AB} = \lambda\vec{A\Gamma} \text{ ή } \vec{AB} = \lambda\vec{B\Gamma} \text{ ή } \vec{A\Gamma} = \lambda\vec{AB} \text{ κ.ο.κ.}$$

Είναι πολύ σημαντικό να ξέρουμε ότι αν έχουμε μία σχέση της μορφής $\kappa\vec{OA} + \lambda\vec{OB} + \mu\vec{O\Gamma} = \vec{0}$ και κ+λ+μ=0 τότε τα Α,Β,Γ είναι συνευθειακά.

M_5: Όταν δίνονται κάποια διανύσματα και ζητείται να βρεθεί το διάνυσμα θέσης ενός άλλου διανύσματος συναρτήσει των δοθέντων ή ισοδύναμα μπορεί να ζητείται η θέση ενός σημείου που ικανοποιεί μία συγκεκριμένη διανυσματική σχέση, τότε αξιοποιούμε το γεγονός ότι κάθε διάνυσμα $\vec{AB}$ γράφεται:

$$\vec{AB} = \begin{cases} \vec{AO} + \vec{OB} \\ \vec{OB} - \vec{OA} \end{cases} \quad \text{(όπου Ο ένα σημείο αναφοράς)}$$

με σκοπό να εκφράσουμε τελικά διάνυσμα $\vec{\gamma}$ σε σχέση με τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ως:

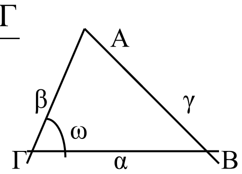
$\vec{\gamma} = \lambda\vec{\alpha} + \mu\vec{\beta}$, με λ, μ $\in$ IR

M_6: Στις σχέσεις μεταξύ διανυσμάτων, έχουμε ασκήσεις όπου ζητείται να δειχθεί μία ισότητα μεταξύ διανυσμάτων. Εκτελούμε πράξεις και μετασχηματισμούς ξεκινώντας συνήθως από το μέλος που έχει τις περισσότερες πράξεις γράφοντας ένα διάνυσμα ως άθροισμα ή διάφορα δύο άλλων αξιοποιώντας πολλές φορές την $1^η$ βασική πρόταση

M_7: Για την επίλυση ενός προβλήματος απαιτείται η μέγιστη ανάλυση των δεδομένων του, δηλαδή η «καταγραφή» όλων των δυνατών πληροφοριών που εξάγονται από την εκφώνηση.

Στις ασκήσεις με γεωμετρικό σχήμα προσπαθούμε να συμβολίζουμε τα μεγέθη με τον ελάχιστο δυνατό αριθμό γραμμάτων.

M_8: Για εύρεση γωνιών ή πλευρών τριγώνου θα έχουμε υπόψη μας πάντα τους νόμους ημιτόνων και συνημίτονων: $\dfrac{ημA}{α} = \dfrac{ημB}{β} = \dfrac{ημΓ}{γ}$



$γ^2=α^2+β^2-2αβσυνω$

Αρχικά χαράζουμε ευθείες κάθετες μεταξύ τους στα Α και Β παράλληλες των διευθύνσεων Βορρά –Νότου και Ανατολής-Δύσης αντίστοιχα, και προσδιορίζουμε τα σημεία Β και Γ σχηματικά σύμφωνα με την εκφώνηση.

M_9: Για να εκφράσουμε ένα διάνυσμα σε συνάρτηση άλλων διανυσμάτων:

- Ξεκινάμε από την αρχή του δοσμένου διανύσματος,
- Ακολουθούμε διαδρομή από διαδοχικά διανύσματα με τελικό προορισμό το πέρας του διανύσματος

M_{10}: Για να αποδείξουμε ότι δυο διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι παράλληλα

$1^{ος}$ τρόπος:

Κάνουμε πράξεις μέχρι να καταλήξουμε στη μορφή $\vec{\alpha} = \lambda\vec{\beta}$ ή $\vec{\beta} = \kappa\vec{\alpha}, \lambda \in R^*$

$2^{ος}$ τρόπος:

Βρίσκουμε μια από τις δυο σχέσεις $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$ ή $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}| = \big||\vec{\alpha}| - |\vec{\beta}|\big|$

$3^{ος}$ τρόπος:

Εξετάζουμε αν $\vec{\alpha} // \vec{\gamma}$ και $\vec{\beta} // \vec{\gamma}$ τότε $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$

M_{11}: Για να αποδείξουμε μια ισότητα με διάνυσμα χωρίς υποθέσεις τότε

1ος τρόπος:

Για την ισότητα της μορφής $\vec{MA}+\vec{MB}+\ldots$ παίρνουμε τη βασική σχέση $\vec{MA}+\vec{MB}=2\vec{MO}$ με Ο μέσο τα Α,Β …..και αντικαθιστούμε. Κάνουμε πράξεις και από το ένα μέλος φτάνουμε στο άλλο.

2ος τρόπος:

Εκφράζουμε όλα τα διανύσματα με σημείο θέσης ένα από τα σημεία της σχέσης και από το ένα μέλος καταλήγουμε στο άλλο.

3ος τρόπος:

Χρησιμοποιούμε την μεταβατική ιδιότητα δηλαδή $\vec{\alpha}=\vec{\beta}$ και $\vec{\beta}=\vec{\gamma}$ τότε $\vec{\alpha}=\vec{\gamma}$.

M_{12}: Για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου Μ που ορίζεται από μια ισότητα:

α) Εκφράζουμε σε όλους τους όρους της ισότητας που μας δίνεται ένα γράμμα συνήθως το Α
β) Κάνουμε πράξεις και προκύπτει
γ) η μορφή $\vec{MA}=f(\vec{AB},\vec{A\Gamma},\vec{B\Gamma},\ldots.)$ δηλαδή το 2ο μέλος είναι σταθερό διάνυσμα
δ) Άρα το Μ είναι γνωστό

M_{13}: Για να αποδείξουμε ότι δύο τρίγωνα έχουν το ίδιο κέντρο

1ος τρόπος:

Παίρνοντας για G το κέντρο του ενός τριγώνου ισχύει η σχέση G
$\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{G\Gamma}=\vec{0}$ (1) όπου χρησιμοποιώντας τη σχέση (1) και τα δεδομένα της εκφώνησης καταλήγουμε στη σχέση $\vec{GA'}+\vec{GB'}+\vec{G\Gamma'}=\vec{0}$ οπότε G είναι κέντρο και του Α΄Β΄Γ΄.

2ος τρόπος:

Εκφράζουμε το διάνυσμα $\vec{GG'}$ με τις κορυφές Α,Β,Γ, και χρησιμοποιούμε τη σχέση $\vec{GA}+\vec{GB}+\vec{G\Gamma}=\vec{0}$ οπότε καταλήγουμε στη σχέση $\vec{GG'}=\vec{0}$, άρα τα G, G΄συμπίπτουν.

M_{14}: Για να εκφράσουμε ένα διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

α) Παίρνουμε τη σχέση $\vec{\gamma}=\lambda\vec{\alpha}+\kappa\vec{\beta}$ (1)
β) Αντικαθιστούμε τα δεδομένα
γ) Βρίσκουμε τις τιμές των κ , λ
δ) Αντικαθιστούμε στη σχέση (1)

M_{15}: Για να βρούμε το διάνυσμα $\vec{\beta}$ που έχει μέτρο 1 και είναι ομόρροπο προς το διάνυσμα $\vec{\alpha}=x\vec{i}+y\vec{j}$.

α) Βρίσκουμε το $|\vec{\alpha}|=\sqrt{x^2+y^2}$

β) Αντικαθιστούμε στη σχέση $\vec{\beta}=\dfrac{\vec{\alpha}}{|\vec{\alpha}|}=\dfrac{xi+yj}{\sqrt{x^2+y^2}}$

γ) Συμπεραίνουμε ότι είναι το $\vec{\beta}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\vec{i}+\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\vec{j}$

M_{16}: Για να βρούμε τις συντεταγμένες x_M, y_M του μέσου Μ των Α,Β όταν $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$

α) Βρίσκουμε τα ημιαθροίσματα $\dfrac{x_1+x_2}{2}, \dfrac{y_1+y_2}{2}$.

β) Συμπεραίνουμε ότι $M(x_M, y_M) = \left(\dfrac{x_1+x_2}{2}, \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$

M_{17}: Για να βρείτε τις συντεταγμένες x, y του σημείου $M \in AB$ όταν είναι γνωστός ο λόγος $\lambda = \dfrac{AM}{MB}$ με $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$

α) Βρίσκουμε τα πηλίκα $\dfrac{x_1+\lambda x_2}{\lambda+1}, \dfrac{y_1+\lambda y_2}{\lambda+1}$

β) Συμπεραίνουμε ότι $M(x, y) = \dfrac{x_1+\lambda x_2}{\lambda+1}, \dfrac{y_1+\lambda y_2}{\lambda+1}$

M_{18}:Για να βρούμε το μοναδικό διάνυσμα που ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας Α ενός τριγώνου ΑΒΓ

α) Παίρνουμε τα μοναδικά διανύσματα που είναι ομόρροπα προς τα $\vec{AB}, \vec{A\Gamma}$

δηλαδή $\dfrac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|}, \dfrac{\vec{A\Gamma}}{|\vec{A\Gamma}|}$

β) Βρίσκουμε την κατεύθυνση της διχοτόμου που είναι $\dfrac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} + \dfrac{\vec{A\Gamma}}{|\vec{A\Gamma}|}$

M_{19}: Για να αποδείξουμε ότι δυο διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta}\,(x_2, y_2)$ είναι παράλληλα

αρκεί να δείξουμε ότι $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = 0$

M_{20}: Για να αποδείξουμε ότι ένα τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με βάση τη ΒΓ αρκεί να δείξουμε ότι $|\vec{AB}| = |\vec{A\Gamma}|$.

M_{21}: Για να αποδείξουμε ότι δυο διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι ίσα αρκεί να δείξουμε ότι $x_1 = x_2$ και $y_1 = y_2$.

M_{22}: Για να αναλύσουμε ένα διάνυσμα $\vec{\gamma} = (x,y)$ σε δυο συνιστώσες με διευθύνσεις, τις διευθύνσεις των διανυσμάτων $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$

α) Υποθέτουμε ότι $\vec{u}$ και $\vec{v}$ είναι οι ζητούμενες συνιστώσες όπου $\vec{u} \parallel \vec{\alpha}$ και $\vec{v} \parallel \vec{\beta}$

δηλαδή $\vec{u} = \kappa\vec{\alpha}$, $\vec{v} = \lambda\vec{\beta}$ (1)

β) Παίρνουμε τη σχέση $\vec{\gamma} = \vec{u} + \vec{v}$

γ) Αντικαθιστούμε τις σχέσεις (1)

δ) Υπολογίζουμε τις τιμές των κ, λ

ε) Συμπεραίνουμε ότι $\vec{u} = (\kappa x_1, \kappa y_1)$, $\vec{v} = (\lambda x_2, \lambda y_2)$ είναι οι συνιστώσες του $\vec{\gamma}$.

M_{23}:Για να αποδείξουμε μια διανυσματική ισότητα, όταν είναι γνωστές οι συντεταγμένες των σημείων του

α) Παίρνουμε το ένα μέλος
β) Αντικαθιστούμε τις συντεταγμένες
γ) Κάνουμε πράξεις
δ) Καταλήγουμε στο συμπέρασμα

M_{24}: Για να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες της $4^{ης}$ κορυφής του παραλληλογράμμου Δ όταν είναι γνωστές οι άλλες τρεις Α,Β,Γ

$1^{ος}$ τρόπος:

α) Παίρνουμε τις σχέσεις $\vec{ΑΔ} // \vec{ΒΓ}$

$\vec{ΔΓ} // \vec{ΑΒ}$

β) Χρησιμοποιούμε τον τύπο της ορίζουσας
γ) Προκύπτει σύστημα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους
δ) Συμπεραίνουμε για το αποτέλεσμα

$2^{ος}$ τρόπος:

α) Βρίσκουμε τις συντεταγμένες του μέσου Ο του ΑΦ από τους τύπους
$x_0 = \frac{Χ_Α + Χ_Γ}{2}, y_0 = \frac{Ψ_Α + Ψ_Γ}{2}$
β) Παίρνουμε τους τύπους $x_0 = \frac{Χ_Β + Χ_Δ}{2}, y_0 = \frac{Ψ_Β + Ψ_Δ}{2}$ και επιλύουμε ως προς $Χ_Δ$, $Ψ_Δ$.
γ) Συμπεραίνουμε για το Δ ($Χ_Δ$, $Ψ_Δ$).

M_{25}: Για να δείξουμε ότι δυο ευθύγραμμα τμήματα ΚΜ, ΛΝ διχοτομούνται αρκεί να δείξουμε ότι τα μέσα τους Α και Α΄ αντίστοιχα ταυτίζονται δηλαδή οι συντεταγμένες τους είναι ίσες.

M_{26}: Για να δείξουμε ότι τρία σημεία Α,Β,Γ είναι κορυφές τριγώνου αρκεί να δείξουμε ότι τα διανύσματα $\vec{ΑΒ}$ και $\vec{ΑΓ}$ δεν είναι συγγραμμικά.

M_{27}: Για να βρούμε την τρίτη κορυφή Γ ενός τριγώνου ΑΒΓ όταν δίνονται οι δυο άλλες Α,Β και το βαρύκεντρο G
α) Παίρνουμε τους τύπους $Χ_G = \frac{Χ_Α + Χ_Β + Χ_Γ}{3}, Ψ_G = \frac{Ψ_Α + Ψ_Β + Ψ_Γ}{3}$ και αντικαθιστούμε τα δεδομένα
β) Επιλύουμε ως προς $Χ_Γ$,$Ψ_Γ$.

M_{28}: Για να υπολογίσουμε το εσωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων $\vec{α}, \vec{β}$
$1^{ος}$ τρόπος:
Όταν είναι γνωστά τα $|\vec{α}|, |\vec{β}|, (\vec{α}, \vec{β})$ παίρνουμε και αντικαθιστούμε στον τύπο

$\vec{α} \cdot \vec{β} = |\vec{α}| \cdot |\vec{β}|$ συν$(\widehat{\vec{α}, \vec{β}})$
$2^{ος}$ τρόπος:
Όταν είναι γνωστές οι συντεταγμένες των $\vec{α} = (x_1, y_1)$ $\vec{β} = (x_2, y_2)$ παίρνουμε τον τύπο $\vec{α} \cdot \vec{β} = x_1 x_2 + y_1 y_2$

M_{29}: Για υπολογιστικές ασκήσεις με γινόμενα διανυσμάτων, μέτρα, γωνίες έχουμε υπόψη τα παρακάτω

1. $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\vec{\beta}\vec{\alpha}$
2. $\vec{\alpha}(\vec{\beta}+\vec{\gamma})=\vec{\alpha}\vec{\beta}+\vec{\alpha}\vec{\gamma}$
3. Ισχύουν οι ταυτότητες
   α) $(\vec{\alpha}+\vec{\beta})^2=\vec{\alpha}^2+\vec{\beta}^2+2\vec{\alpha}\vec{\beta}$
   β) $(\vec{\alpha}-\vec{\beta})^2=\vec{\alpha}^2+\vec{\beta}\ \ -2\alpha\beta$
   γ) $(\vec{\alpha}-\vec{\beta})\ (\vec{\alpha}+\vec{\beta})=\vec{\alpha}^2-\vec{\beta}^2$
   δ) $(\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma})^2=\vec{\alpha}^2+\vec{\beta}^2+\vec{\gamma}^2+2\vec{\alpha}\vec{\beta}+2\vec{\beta}\vec{\gamma}+2\vec{\gamma}\vec{\alpha}$
4. $\vec{\alpha}^2=|\vec{\alpha}|^2$
5. $\vec{\alpha}\cdot\vec{\rho}=\vec{\alpha}\cdot\pi\rho o\beta_{\vec{\alpha}}\vec{\rho}$

M_{30}: Για να αποδείξουμε ανισότητα με μέτρα διανυσμάτων έχουμε υπόψη ότι

α) $\left|\sigma\upsilon\nu\ (\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})\right|\le 1$

β) $|\vec{\alpha}|\ge 0$

γ) $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}>0$ αν $(\widehat{\vec{a},\vec{\beta}})$ οξεία

$\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}<0$ αν $(\widehat{\vec{a},\vec{\beta}})$αμβλεία

M_{31}: Για να αποδείξουμε ότι $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$ αρκεί να δείξουμε ότι

1ος τρόπος: $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0$
2ος τρόπος: $x_1x_2+y_1y_2=0$
3ος τρόπος: $\lambda_{\vec{\alpha}}\lambda_{\vec{\beta}}=-1$

M_{32}: Για να υπολογίσουμε τη γωνία $(\widehat{\vec{a},\vec{\beta}})$

1ος τρόπος:
Παίρνουμε τον τύπο

$$\sigma\upsilon\nu(\widehat{\vec{a},\vec{\beta}})=\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}}{|\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|}$$

2ος τρόπος:

Παίρνουμε τον τύπο $\sigma\upsilon\nu\ (\widehat{\vec{a},\vec{\beta}})=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1{}^2+y_1{}^2}\sqrt{x_2{}^2+y_2{}^2}}$

M_{33}: Για να αναλύσουμε ένα διάνυσμα $\vec{\gamma}$ σε δύο συνιστώσες $\vec{\gamma}_1,\vec{\gamma}_2$ αντίστοιχα με

$\vec{\gamma}_1\ //\ \vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}_2\ //\ \vec{\beta}$

α) Παίρνουμε $\vec{\gamma}_1=\kappa.\ \vec{\alpha}$, $\vec{\gamma}_2=\lambda.\ \vec{\beta}$

β) Αντικαθιστούμε στην σχέση $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_1 + \vec{\gamma}_2$

γ) Υπολογίζουμε τις τιμές των κ,λ

δ) Συμπεραίνουμε για το $\vec{\gamma}$.

M_{34}: Για να αναλύσουμε ένα διάνυσμα $\vec{\gamma}$ σε δύο συνιστώσες $\vec{\gamma}_1, \vec{\gamma}_2$ αντίστοιχα με

$\vec{\gamma}_1 \perp \vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}_2 \perp \vec{\beta}$ με $\vec{\alpha} = (\chi_1,\psi_1)$, $\vec{\beta} = (\chi_2,\psi_2)$

α) Παίρνουμε τα διανύσματα $\vec{v} = (-\psi_1,\chi_1)$, $\vec{w} = (-\psi_2,\chi_2)$ που είναι κάθετα αντίστοιχα στα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ γιατί $\vec{\alpha}\,.\,\vec{v} = \chi_1.(-\psi_1)+\psi_1.\chi_1 = 0$ και $\vec{w}\,.\,\vec{\beta} =\chi_2(-\psi_2)+\chi_2\psi_2 = 0$

β) Παίρνουμε $\vec{\gamma}_1 = \kappa.\,\vec{v}$, $\vec{\gamma}_2 =\lambda.\,\vec{w}$ οπότε η σχέση $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_1 + \vec{\gamma}_2$ δίνει $\vec{\gamma} = \kappa.\,\vec{v} + \lambda.\,\vec{w}$ και υπολογίζουμε τις τιμές των κ,λ

γ) Αντικαθιστούμε τα κ,λ στις σχέσεις $\vec{\gamma}_1 = \kappa.\,\vec{v}$, $\vec{\gamma}_2 =\lambda.\,\vec{w}$.

δ) Συμπεραίνουμε για το $\vec{\gamma}$.

M_{35}: Για να υπολογίσουμε την προβολή του διανύσματος $\vec{\beta}$ πάνω στο διάνυσμα $\vec{\alpha}$

δηλαδή $\vec{\beta}_1 = \pi\rho o\beta_{\vec{\alpha}}\vec{\beta}$

α) Παίρνουμε την σχέση $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = |\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}_1|$ και επιλύουμε ως προς $|\vec{\beta}_1|$

β) Αντικαθιστούμε και βρίσκουμε το $|\vec{\beta}_1|$.

M_{36}: Για την επίλυση προβλημάτων , συνήθως της Γεωμετρίας

α) Μετατρέπουμε τις φιλολογικές εκφράσεις σε μαθηματικές .

β) Επισημαίνουμε τις διαφορές δεδομένων και ζητουμένων.

γ) Χρησιμοποιούμε τα δεδομένα καθώς και την προβολή διανύσματος σε διάνυσμα.

Καλό διάβασμα. Εύχομαι επιτυχία στον στόχο σας!!!!!!!!!!!!!!!