

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ**  
**4<sup>ο</sup>**  
**ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ**  
**ΕΥΘΕΙΕΣ**

**ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ**

**4.6 Άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου**

**ΦΥΛΛΟ**  
**ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

**6**

**I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ**

- Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
  - Άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου
  - Ορθογώνιο – Οξυγώνιο – Αμβλυγώνιο τρίγωνο.
  - Συμπληρωματικές γωνίες.
- Υπαγορεύει την Μ<sub>1</sub> στους μαθητές κάνει το 1<sup>ο</sup> παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ1** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την Μ<sub>2</sub> στους μαθητές κάνει το 2<sup>ο</sup> παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ3** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την Μ<sub>3</sub> στους μαθητές κάνει το 3<sup>ο</sup> παράδειγμα στον πίνακα
- Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3 , 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών.
- Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
- Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
  - οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
  - τα θέματα: **Δ2, Δ4 και Δ5**

**II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ**

**A. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια**

E<sub>1</sub>: Ποιο είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου; Να γίνει η εξήγησή του.

A<sub>1</sub>: Είναι  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$ .



Είναι  $\chi\hat{A}B = B$ ,  $\chi\hat{A}\Gamma = \Gamma$  ως εντός εναλλάξ οπότε

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = \chi\hat{A}B + A + \chi\hat{A}\Gamma = \chi\hat{A}\chi = 180^\circ.$$

E<sub>2</sub>: Ποιο τρίγωνο λέγεται ορθογώνιο ;

A<sub>2</sub>: Λέγεται το τρίγωνο που έχει μια γωνία ορθή.

E<sub>3</sub>: Ποιο τρίγωνο λέγεται αμβλυγώνιο;

A<sub>3</sub>: Λέγεται το τρίγωνο που έχει μια γωνία αμβλεία

E<sub>4</sub>: Ποιο τρίγωνο λέγεται οξυγώνιο;

A<sub>4</sub>: Λέγεται το τρίγωνο που έχει όλες τις γωνίες του οξείες.

E<sub>5</sub>: Τι λέγεται υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου;

A<sub>5</sub>: Λέγεται η πλευρά του ορθογωνίου τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από την ορθή γωνία του.

E<sub>6</sub>: Τι λέγεται εξωτερική γωνία ενός τριγώνου;

A<sub>6</sub>: Λέγεται η γωνία που σχηματίζεται από μια πλευρά και την προέκτασή της άλλης.

**Παρατηρήσεις:**

1<sup>η</sup>: Οι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου είναι συμπληρωματικές.

2<sup>η</sup>: Οι οξείες γωνίες ορθογωνίου και ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες με 45°.

3<sup>η</sup>: Οι γωνίες του ισοπλευρού τριγώνου είναι 60°.

**Σχόλιο:** 1<sup>ο</sup>: Η εξωτερική γωνία ενός τριγώνου ισούται με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών.

2<sup>ο</sup>: Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός τριγώνου είναι 360°.

**B. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχισης, διάταξης και συμπλήρωσης.**

**1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:**

α) Ένα ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι ταυτόχρονα και ισοσκελές Σ – Λ

β) Ένα ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι ταυτόχρονα και ισόπλευρο. Σ – Λ

γ) Είναι  $\hat{A}_{εξ} = \hat{B} + \hat{\Gamma}$  Σ – Λ

**2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση**

α) Σε ισόπλευρο τρίγωνο κάθε γωνία του είναι

A. 45° B. 60° Γ. 90°

Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

β) Το άθροισμα των οξείων γωνιών ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με

A. 45° B. 120° Γ. 90°

Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

**3. Να αντιστοιχίσετε τις δύο στήλες:**

Στήλη Α Τρίγωνο με	Στήλη Β
A. Όλες τις γωνίες οξείες	1. Αμβλυγώνιο
B. Μία γωνία ορθή	2. Ορθογώνιο
Γ. Μια γωνία αμβλεία	3. Οξυγώνιο

## Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

### ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

**M<sub>1</sub>:** Για να βρούμε το μέτρο μιας γωνίας τριγώνου ΑΒΓ όταν είναι γνωστές οι άλλες δύο

A) Παίρνουμε τον τύπο  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$ .

B) Επιλύουμε ως προς τον άγνωστο.

Γ) Αντικαθιστούμε τις γνωστές γωνίες και κάνουμε τις πράξεις.

**M<sub>2</sub>:** Για να βρούμε τα μέτρα των γωνιών ενός ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) όταν είναι γνωστή μια γωνία του

A) Παίρνουμε τους τύπους  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$  και  $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ .

B) Επιλύουμε ως προς τον άγνωστο.

Γ) Αντικαθιστούμε τις γνωστές γωνίες και κάνουμε τις πράξεις.

**M<sub>3</sub>:** Για να βρούμε το μέτρο της οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ όταν είναι γνωστή η άλλη οξεία γωνία

A) Παίρνουμε τον τύπο  $\hat{B} + \hat{\Gamma} = 90^\circ$ .

B) Επιλύουμε ως προς τον άγνωστο.

Γ) Αντικαθιστούμε τη γνωστή γωνία και κάνουμε τις πράξεις.

**M<sub>4</sub>:** Για να βρούμε το μέτρο της εξωτερικής γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ

αρκεί να γνωρίζουμε την εσωτερική της οπότε η μια είναι παραπληρωματική της άλλης

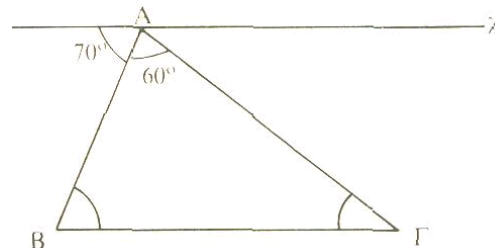
### Η

Παίρνουμε τον τύπο  $\hat{B} + \hat{\Gamma} = \hat{A}$  εξ όταν είναι γνωστές οι απέναντι εσωτερικές γωνίες.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

#### Παράδειγμα 1ο

Να υπολογιστούν οι γωνίες Β και Γ του τριγώνου ΑΒΓ όταν Αχ // ΒΓ.



#### Επίλυση

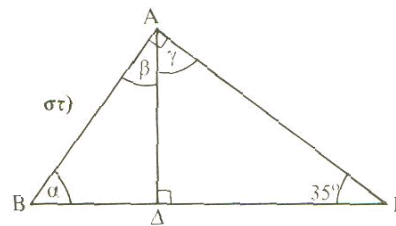
Είναι  $B = 70^\circ$  (ως εντός εναλλάξ) και από τον τύπο

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$  έχουμε  $\hat{\Gamma} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B}$  οπότε

$\hat{\Gamma} = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ$  δηλαδή  $\hat{\Gamma} = 50^\circ$

#### Παράδειγμα 2ο

Να υπολογιστούν οι γωνίες α, β, γ στο σχήμα που ακολουθεί:



#### Επίλυση

Είναι  $\gamma + 35 = 90$  οπότε  $\gamma = 55$

Επίσης  $\beta + \gamma = 90$  οπότε  $\beta = 90 - \gamma = 90 - 55 = 35$

και  $\alpha + \beta = 90$  οπότε  $\alpha = 90 - \beta = 90 - 35 = 55$ .

## Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

**Δ1.** Σε τρίγωνο ΑΒΓ,  $\hat{B} = 70^\circ$ ,  $\hat{A} = 80^\circ$ , φέρνουμε το ύψος ΑΔ και τη διχοτόμο ΑΕ. Να υπολογίσετε τη γωνία ΔΑΕ.

**Δ2.** Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, η γωνία της

βάσης  $\hat{B} = 72^\circ$ . Φέρνουμε τη διχοτόμο ΒΔ της Β. Να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων ΑΒΓ, ΒΔΓ και να τις συγκρίνετε μία προς μία.

**Δ3.** Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε τα ύψη ΒΕ, ΓΖ, που

τέμνονται στο Η. Αν  $\hat{B} = 70^\circ$ ,  $\hat{\Gamma} = 50^\circ$ , να υπολογιστούν οι γωνίες του ΒΗΓ.

**Δ4.** Σε τρίγωνο ΑΒΓ,  $\hat{B} = 70^\circ$ . Η διχοτόμος της Β και το ύψος ΓΔ τέμνονται στο Ο. Να υπολογιστούν οι γωνίες του ΒΟΓ.

**Δ5.** Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι  $\hat{A} = 60^\circ$  και  $\hat{B} = 75^\circ$ . Πάνω στην πλευρά ΑΓ παίρνουμε το σημείο Δ ώστε  $\Gamma\Delta = B\Delta$ . Να αποδείξετε ότι το ισοσκελές τρίγωνο ΒΓΔ είναι και ορθογώνιο.

**Δ6.** Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία της κορυφής  $\hat{B} = 70^\circ$ . Αν τα ύψη ΒΔ, ΑΕ τέμνονται στο Ο, να υπολογιστούν οι γωνίες του ΑΟΒ.

**Δ7.** Να κατασκευάσετε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά ΒΓ=6,5cm, γωνία Β=40° και ύψος ΒΑ=4cm.

**Δ8.** Αν οι  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}$ , τριγώνου ΑΒΓ είναι ανάλογες των αριθμών 2,3,4 να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.