



## Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

#### Παράδειγμα 1ο

Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$\Pi = 5(-3)^2 - \frac{(-4)^2}{2} + 7 \cdot (4-1)$$

#### Επίλυση

$$\Pi = 5 \cdot 9 - \frac{16}{2} + 7 \cdot 3 = 45 - 8 + 21 = 58$$

#### Παράδειγμα 2ο

Ποια είναι η τιμή της παράστασης  $\Pi = a(a+2) + \beta(\beta-2) - 2a\beta$ , αν  $a - \beta = 5$

#### Επίλυση

$$\begin{aligned} \text{Αφού } a - \beta = 5 \text{ έχουμε } \Pi &= a^2 + 2a + \beta^2 - 2\beta - 2a\beta = \\ &= a^2 + \beta^2 - 2a\beta + 2a - 2\beta = (a - \beta)^2 + 2(a - \beta) = 5^2 + 2 \cdot 5 = 25 + 10 = 35. \end{aligned}$$

#### Παράδειγμα 3ο

Αν είναι:  $a = x + (-5y) + 2z$  και  $\beta = 5y + (-x) + (-2z)$ , να εξετάσετε αν οι αριθμοί  $a$ ,  $\beta$  είναι αντίθετοι.

#### Επίλυση

Για να είναι αντίθετοι θα πρέπει να έχουν άθροισμα μηδέν.  
Έχουμε λοιπόν:  

$$\begin{aligned} a + \beta &= [x + (-5y) + 2z] + [5y + (-x) + (-2z)] = \\ &= x + (-5y) + 2z + 5y + (-x) + (-2z) \\ &= [x + (-x)] + [(-5y) + 5y] + [2z + (-2z)] \\ &= 0 + 0 + 0 \quad (\text{άθροισμα αντίθετων}) \end{aligned}$$
 και τελικά:  $a + \beta = 0$  που σημαίνει ότι οι  $a$ ,  $\beta$  είναι αντίθετοι.

### ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

**M<sub>1</sub>:** Για να υπολογίσουμε την τιμή μιας αριθμητικής παράστασης, εκτελούμε τις πράξεις με τη σειρά προτεραιότητας:

- α) Δυνάμεις
- β) Πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις
- γ) Προσθέσεις και αφαιρέσεις

**M<sub>2</sub>:** Για να υπολογίσουμε την αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης ακολουθούμε τις εξής διαδικασίες:

#### 1<sup>ος</sup> τρόπος:

- α) Εκτελούμε τις πράξεις
- β) Αντικαθιστούμε στις μεταβλητές τις αντίστοιχες τιμές τους
- γ) Συμπεραίνουμε για το αποτέλεσμα

#### 2<sup>ος</sup> τρόπος:

- α) Αντικαθιστούμε στις μεταβλητές τις αντίστοιχες τιμές τους
- β) Εκτελούμε τις πράξεις
- γ) Συμπεραίνουμε για το αποτέλεσμα

**M<sub>7</sub>:** Για να αποδείξουμε μία σχέση αναλογίας χρησιμοποιούμε την κατάλληλη ιδιότητα αναλογιών, εκτελούμε τις πράξεις και συμπεραίνουμε για το αποτέλεσμα.

**M<sub>8</sub>:** Για να αποδείξουμε ότι δύο αριθμοί  $x$ ,  $y$  είναι αντίθετοι αρκεί να δείξουμε ότι έχουν άθροισμα μηδέν, δηλαδή  $x + y = 0$ .

**M<sub>9</sub>:** Για να αποδείξουμε ότι ένας αριθμός  $x$  είναι πολλαπλάσιο του αριθμού  $y$  αρκεί να δείξουμε ότι  $x = n \cdot y$ , όπου  $n \geq 2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

## Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη από τους διδασκόμενους

**1Δ1.** Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$\Pi = 6 \cdot 3^2 + 7[3 - (-2)] + \frac{7 - 2^2}{3}$$

**1Δ2.** Να βρεθούν οι τιμές του  $x$ , για τις οποίες ορίζεται η

$$\text{παράσταση: } A = \frac{x+5}{(x+1)(2x-3)} + \frac{1}{x(x-5)}$$

**1Δ3.** Να βρεθούν τρεις διαδοχικοί αριθμοί που έχουν άθροισμα 18.

**1Δ4.** Αν  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ , να αποδείξετε ότι:  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{5\alpha - 7\gamma}{5\beta - 7\delta}$

$$[\beta\delta(5\beta - 7\delta) \neq 0]$$

**1Δ5.** Αν είναι:  $a = x + (-5y) + 2z$  και  $\beta = 5y + (-x) + (-2z)$ , να εξετάσετε αν οι αριθμοί  $a$ ,  $\beta$  είναι αντίθετοι.

**1Δ6.** Δείξτε ότι οι αριθμοί  $x = \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta}$ ,  $y = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$  είναι

αντίστροφοι. Ισχύει ότι  $\alpha \neq \beta$  και  $\alpha \neq -\beta$ .

**1Δ7.** Να προσδιορισθεί ο  $\lambda$  ώστε ο αριθμός  $a = \frac{\lambda}{5}$  να είναι ίσος με τον αντίστροφό του.

**1Δ8.** Να βρεθούν οι τιμές του  $x$  για τις οποίες δεν ορίζονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{5}{2x-12} + \frac{x+1}{6x+6}, \quad B = \frac{2 + \frac{5-x}{x}}{1 + \frac{x+4}{x-10}}$$

**1Δ9.** Αν  $a$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  είναι, με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί φυσικοί, να δείξετε ότι  $\beta\gamma - a\delta = 2$

**1Δ10.** Δείξτε ότι ο αριθμός  $n^2 - n$ , όπου  $n$  φυσικός αριθμός, είναι άρτιος.

**1Δ11.** Αν  $a$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί (με τη σειρά που δίνονται), δείξτε ότι  $a + \delta = \beta + \gamma$  και  $a + \delta$  περιττός.

**1Δ12.** Αν  $\frac{x}{y} = 3$  (1), δείξτε:  $\frac{x-2y}{3x-y} = \frac{1}{8}$ .

**1Δ13.** Αν είναι:  $a = x + (-5y) + 2z$  και  $\beta = 5y + (-x) + (-2z)$ , να εξετάσετε αν οι αριθμοί  $a$ ,  $\beta$  είναι αντίθετοι.

**1Δ14.** Αν  $a$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  είναι, με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί φυσικοί, να δείξετε ότι  $a + \beta + \gamma + \delta$  άρτιος, αλλά όχι πολλαπλάσιο του 4.