

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ**  
**2<sup>ο</sup>**  
**ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ**

**ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ**

**B.2.6 Παράλληλες ευθείες που τέμνονται  
από ευθεία**

**ΦΥΛΛΟ**  
**ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

**6**

**I. ΣΧΕΔΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ**

- Ο διδάσκων καθηγητής αναφέρει σύντομα τη βασική θεωρία που είναι
  - Γωνίες εντός εναλλάξ.
  - Γωνίες εντός εκτός και επί τα΄αυτά
  - Γωνίες εντός και επί τα΄αυτά .
- Υπαγορεύει την Μ<sub>1</sub> στους μαθητές κάνει το 1<sup>ο</sup> παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ1** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την Μ<sub>2</sub> στους μαθητές κάνει το 2<sup>ο</sup> παράδειγμα στον πίνακα
- Υπαγορεύει το προτεινόμενο **Δ3** θέμα στους μαθητές και τους ζητά να το κάνουν στα τετράδιά τους. Ζητά το αποτέλεσμα. Έρχεται ένας μαθητής στον πίνακα και το επιλύει.
- Υπαγορεύει την Μ<sub>3</sub> στους μαθητές κάνει το 3<sup>ο</sup> παράδειγμα στον πίνακα
- Ο διδασκόμενος μαθητής επιβλέπεται από τον καθηγητή και αναπτύσσει στο τετράδιο του τις ερωτήσεις κατανόησης 3 , 4 και σχολιάζει τα αποτελέσματα των μαθητών.
- Γίνεται σύντομη ανακεφαλαίωση του αντικειμένου από τον διδάσκοντα καθηγητή
- Δίνονται στον μαθητή για το σπίτι
  - οι υπόλοιπες ερωτήσεις κατανόησης,
  - τα θέματα: **Δ2, Δ4 και Δ5**

**II. ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ**

**A. Βασική Θεωρία (επιγραμματικά)-Παρατηρήσεις-Σχόλια**

E<sub>1</sub>: Τι λέγονται γωνίες εντός ;  
 A<sub>1</sub>: Λέγονται οι δύο γωνίες που βρίσκονται μεταξύ των παραλλήλων.  
 E<sub>2</sub>: Τι λέγονται γωνίες εκτός ;  
 A<sub>2</sub>: Λέγονται οι δύο γωνίες που βρίσκονται έξω από τις παράλληλες.  
 E<sub>2</sub>: Τι λέγονται γωνίες εντός , εκτός ;  
 A<sub>2</sub>: Λέγονται οι δύο γωνίες που βρίσκονται η μια μεταξύ των παραλλήλων και η άλλη έξω από τις παράλληλες.  
 E<sub>2</sub>: Τι λέγονται γωνίες επί τα αυτά ;  
 A<sub>2</sub>: Λέγονται οι γωνίες που βρίσκονται από το ίδιο μέρος της τέμνουσας ευθείας.  
 E<sub>2</sub>: Τι λέγονται γωνίες εναλλάξ ;  
 A<sub>2</sub>: Λέγονται οι γωνίες που βρίσκονται εκατέρωθεν της τέμνουσας ευθείας.  
 E<sub>3</sub>: Τι λέγονται γωνίες εντός εναλλάξ;  
 A<sub>3</sub>: Λέγονται οι γωνίες που βρίσκονται εκατέρωθεν της τέμνουσας ευθείας και μεταξύ των παραλλήλων.  
 E<sub>4</sub>: Τι λέγονται γωνίες εντός εκτός και επί τα΄αυτά;  
 A<sub>4</sub>: Λέγονται οι δύο γωνίες που βρίσκονται η μια μεταξύ των παραλλήλων και η άλλη έξω από τις παράλληλες και είναι από το ίδιο μέρος της τέμνουσας ευθείας.  
 E<sub>5</sub>: Τι λέγονται γωνίες εντός και επί τα΄αυτά;  
 A<sub>5</sub>: Λέγονται οι δύο γωνίες που βρίσκονται μεταξύ των παραλλήλων και από το ίδιο μέρος της τέμνουσας ευθείας.

**Παρατηρήσεις:**

1<sup>η</sup> Όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία, τότε οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες.  
 2<sup>η</sup> Όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία, τότε οι εντός , εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες.  
 3<sup>η</sup> Όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία, τότε οι εντός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές..

**Σχόλιο:** 1<sup>ο</sup>: Όταν δύο ευθείες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία και οι εντός εναλλάξ γωνίες που σχηματίζονται είναι ίσες τότε οι ευθείες είναι παράλληλες.

2<sup>ο</sup>: Όταν δύο ευθείες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία και οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται είναι ίσες τότε οι ευθείες είναι παράλληλες.

3<sup>ο</sup> : Όταν δύο ευθείες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία και οι εντός και επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται είναι παραπληρωματικές τότε οι ευθείες είναι παράλληλες.

**B. Ερωτήσεις κατανόησης τύπου: Σωστού-Λάθους, πολλαπλής επιλογής, αντιστοίχισης, διάταξης και συμπλήρωσης.**

**1. Απαντήστε με Σ – Λ στις παρακάτω ερωτήσεις:**

- α) Οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες. Σ – Λ  
 β) Οι εντός και επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες. Σ – Λ  
 γ) Οι εντός , εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές. Σ – Λ

**2. Βάλτε σε κύκλο τη σωστή απάντηση**

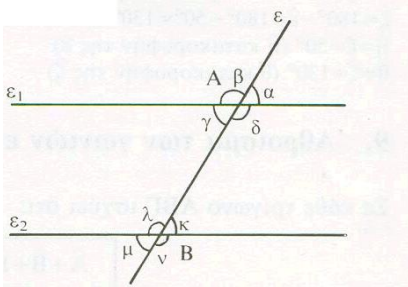
α) Δυο ευθείες παράλληλες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν εντός εναλλάξ γωνίες που είναι  
 Α. 4ζεύγη Β. 6 ζεύγη Γ. 8 ζεύγη  
 Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

β) Δυο ευθείες παράλληλες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν εντός και επί τα αυτά γωνίες που είναι  
 Α. 4ζεύγη Β. 6 ζεύγη Γ. 8 ζεύγη  
 Δ. Καμία από τις προηγούμενες.

## Γ. Αναπτυγμένα παραδείγματα για εμπέδωση με αντίστοιχους αλγόριθμους(μεθοδολογίες)

### ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

**M<sub>1</sub>:** Για να δείξουμε την θέση των ζευγαριών των σχηματιζόμενων γωνιών από δύο παράλληλες τεμνόμενες από μια τρίτη διακρίνουμε τις περιπτώσεις:



**1<sup>η</sup> περίπτωση:**

Τα ζεύγη ( κ, γ ), ( λ, δ ) είναι εντός εναλλάξ και είναι ίσες .

**2<sup>η</sup> περίπτωση:**

Τα ζεύγη ( κ, α ), ( λ, β ), ( γ, μ ), ( δ, ν ) είναι εντός εκτός και επί τα αυτά και είναι ίσες.

**3<sup>η</sup> περίπτωση:**

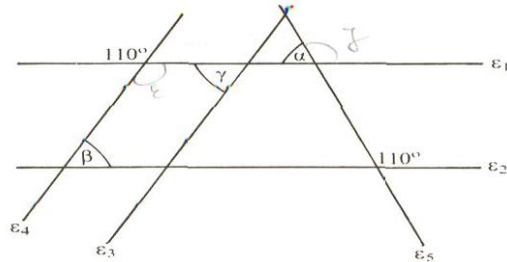
Τα ζεύγη ( κ, δ ), ( λ, γ ) είναι εντός και επί τα αυτά και είναι παραπλήρωματικές.

**M<sub>2</sub>:** Για να δείξουμε ότι δύο γωνίες εντός και επί τα αυτά μέρη είναι παραπλήρωματικές αρκεί να δείξουμε ότι το άθροισμα των μέτρων των γωνιών τους είναι 180°.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

#### Παράδειγμα 1ο

Να υπολογιστούν οι γωνίες α,β,γ,ε και ζ.



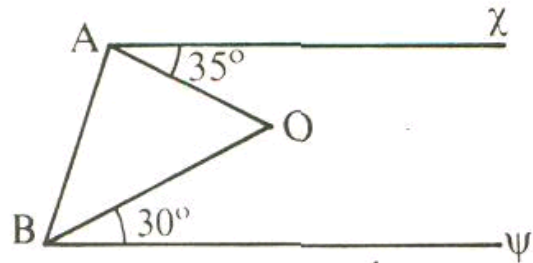
#### Επίλυση

Είναι ζ = 110 οπότε α = 70

Είναι ε = 110 οπότε β = 70 και γ = 70

#### Παράδειγμα 2ο

Να υπολογιστεί η γωνία AOB.



#### Επίλυση

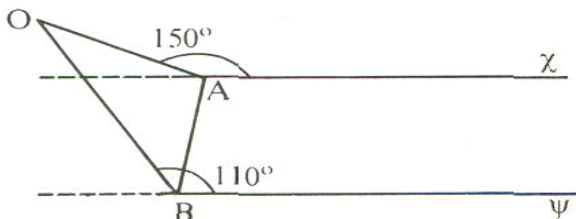
Είναι χΑΒ + ΑΒΨ = 180 και ΒΑΟ + ΑΒΟ + ΑΟΒ = 180 οπότε  
 ΧΑΟ + ΟΑΒ + ΑΒΟ + ΟΒΨ = ΒΑΟ + ΑΒΟ + ΑΟΒ  
 Δηλαδή ΑΟΒ = ΧΑΟ + Οβψ οπότε ΑΟΒ = 35 + 30 = 65 .

## Δ. Προτεινόμενα θέματα για ανάπτυξη για τους διδασκόμενους

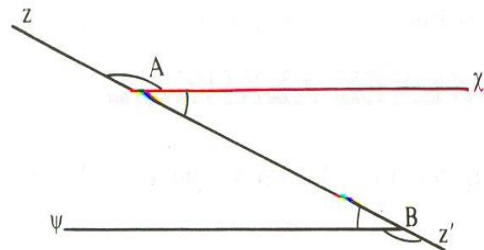
**Δ1.** Δύο ευθείες ε<sub>1</sub> και ε<sub>2</sub> τέμνονται από τρίτη ευθεία ε..

- α) Να βρείτε τα ζεύγη των εντός εναλλάξ γωνιών
- β) Να βρείτε τα ζεύγη των εντός και επί τα αυτά γωνιών
- γ) Να βρείτε τα ζεύγη των εντός εκτός και επί τα αυτά γωνιών
- δ) Αν μια απ' τις σχηματιζόμενες γωνίες είναι 41°, να υπολογιστούν οι άλλες γωνίες.

**Δ2.** Να υπολογιστεί η γωνία ΑΟΒ



**Δ3.** Αν χΑχ = 30° να υπολογιστούν οι υπόλοιπες γωνίες του σχήματος:



**Δ4.** Αν ε<sub>1</sub>//ε<sub>2</sub> , ε<sub>3</sub>//ε<sub>4</sub> και μια γωνία από τις σχηματιζόμενες είναι 80°, να υπολογιστούν οι άλλες γωνίες.