1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

ΤΑΞΗ Β΄

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2017 – 2018

emails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/
iraidos@gmail.com

1^{o} ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Η ευθεία η οποία διέρχεται από τα σημεία Α (x_1, y_1) και Β (x_1, y_2) έχει συντελεστή διεύθυνσης μηδέν.
2. Οι διχοτόμοι των γωνιών των αξόνων x΄x, y΄y έχουν εξισώσεις y = x και y = - x και τέμνονται κάθετα.
3. Η εξίσωση $x^2 - 9y = 0$ παριστάνει υπερβολή.
4. Ο κύκλος $x^2 + y^2 = 1$ περνά από την εστία της παραβολής $y^2 = 4x$.
5. Οι ευθείες της μορφής y = α x +β , όπου α σταθερό και β μεταβλητό, είναι όλες παράλληλες μεταξύ τους.

Α2) Αποδείξτε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Α(χ_o,ψ_o) και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι $\psi - \psi_o= \lambda (\chi - \chi_o)$.

ΘΕΜΑ Β

Έστω Α, Β, Γ, Δ σημεία ενός επιπέδου και Μ, Ν τα μέσα των ΑΒ και ΓΔ αντιστοίχως.

Β1) Να εκφράσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{MN}$ ως συνάρτηση των $\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{B\Delta}$.

Β2) Αν Ρ είναι σημείο για το οποίο ισχύει $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{MN}$, να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{B\Gamma} + \overrightarrow{B\Delta}$.

Β3) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΒΓΡΔ είναι παραλληλόγραμμο.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ο κύκλος $\chi^2+\psi^2= 25$.

Γ1) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης του ε_1 στο σημείο του Μ(4,-3)

Γ2) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης του ε_2 που είναι παράλληλη στην ε_1 .

Γ3) Να βρεθούν οι εξισώσεις των κύκλων που εφάπτονται στην ε1 και στους ημιάξονες Οχ και Οψ.

Γ4) Αν Κ και Λ τα κέντρα των κύκλων του (γ) ερωτήματος , να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει για διάμετρο την ΚΛ

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα σημεία Α(3,4) , Β(5,7) και Γ (2μ +1,3μ −2) , όπου $\mu \in R$

Δ1) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ και, στη συνέχεια, να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Β και Γ δεν είναι συνευθειακά για κάθε τιμή του μ.

Δ2) Να αποδείξετε ότι:

i) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ δεν εξαρτάται από το μ.

ii) για κάθε τιμή του μ το σημείο Γ ανήκει σε ευθεία ε , της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

Δ3) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά γιατί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ παραμένει σταθερό, ανεξάρτητα από την τιμή του μ;

2^Ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Όταν ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας δεν ορίζεται, τότε η εξίσωσή της είναι της μορφής $x = x_0$.
2. Αν $\vec{x}=6\vec{y}$, τότε η γωνία των $\vec{x}$ και $\vec{y}$ είναι ίση με μηδέν.
3. Για τα ομόρροπα διανύσματα $\vec{x}$ και $\vec{y}$ έχουμε: $\vec{x}\cdot\vec{y}=|\vec{x}|\cdot|\vec{y}|$.
4. Αν οι ευθείες $(\mu + 1) x - y = 0$ και $3x + y - 7 = 0$ είναι παράλληλες, τότε $\mu = 2$.
5. Ο κύκλος $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ και η παραβολή $y^2 = - 2x$ εφάπτονται.

Α2) **Να αποδείξετε ότι Αν Μ μέσο του ΑΒ τότε** $\overrightarrow{OM} = \dfrac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η ευθεία $y = \lambda x$ και ο κύκλος $x^2 + y^2 - 4x + 1 = 0$. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε η ευθεία:

Β1) να τέμνει τον κύκλο

Β2) να εφάπτεται του κύκλου

Β3) να μην έχει κοινά σημεία με τον κύκλο.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(1,-1)$ και $\vec{\beta}=(3,0)$

Γ1) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{u}=4\vec{\alpha}-\dfrac{1}{3}\vec{\beta}$

Γ2) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει συντελεστή διεύθυνσης $\dfrac{\vec{u}^2}{5}$ και διέρχεται από το σημείο $A\left(1,\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+2\right)$

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ που είναι παράλληλο προς την ευθεία $\varepsilon: y = x$ με $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ και $x_1 < x_2$.Αν το σημείο Μ(3,5) είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ και το γινόμενο των τετμημένων των σημείων Α και Β ισούται με 5, τότε:

Δ1) να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων Α και Β .

Δ2) να αποδείξετε ότι (ΟΑΒ) = 4 , όπου Ο είναι η αρχή των αξόνων.

Δ3) να αποδείξετε ότι τα σημεία $K(x, y)$ για τα οποία ισχύει (ΚΑΒ) = 2(ΟΑΒ) ανήκουν στις ευθείες με εξισώσεις τις: $x - y - 2 = 0$ και $x - y + 6 = 0$

3ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Ένα διάνυσμα και μία ευθεία, αν έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης είναι παράλληλα.
2. Παράλληλα ή συγγραμμικά είναι τα διανύσματα που έχουν την ίδια διεύθυνση.
3. Το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από την ευθεία 2x + 5y = 10 και τους άξονες x΄x και y΄y, είναι 5 τ.μ.
4. Τα σημεία (- 2, 2) και (4, 2) του κύκλου $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ είναι αντιδιαμετρικά.
5. Η εξίσωση y = x + β με $β \in R$ παριστάνει οικογένεια ευθειών παράλληλων προς την ευθεία y = x.

Α2) **Αν $\vec{\alpha}=(\chi_1,\psi_1)$, $\vec{\beta}=(\chi_2,\psi_2)$ και θ η γωνία τους , δείξτε :** $συνθ = \dfrac{\chi_1\chi_2+\psi_1\psi_2}{\sqrt{\chi_1^2+\psi_1^2}\sqrt{\chi_2^2+\psi_2^2}}$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται ένα τρίγωνο με κορυφές Α(2λ –1, 3λ+2), Β(1,2) και Γ(2,3) όπου $λ \in IR$ με $λ \neq -2$.

Β1) Να αποδείξετε ότι το σημείο Α κινείται σε ευθεία, καθώς το λ μεταβάλλεται στο IR .

Β2) Εάν λ=1, να βρείτε:

α. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ

β. την εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο την κορυφή Α(1,5) και εφάπτεται στην ευθεία ΒΓ.

ΘΕΜΑ Γ

Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει το κέντρο του στην ευθεία (ε): 2x + y + 1 = 0 και διέρχεται από τα σημεία Α (- 1, 2) και Β (3, - 1).

ΘΕΜΑ Δ

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ δίνεται ότι | $\vec{\alpha}$ |= 1 , | $\vec{\beta}$ | = 1 και ($\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$)= $\frac{2\pi}{3}$.

Έστω τα διανύσματα $\vec{u}$ =2 $\vec{\alpha}$ +4 $\vec{\beta}$ και $\vec{v}$ = $\vec{\alpha}$ - $\vec{\beta}$.

Να υπολογίσετε

Δ1) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$

Δ2) τα μέτρα | $\vec{u}$ |, | $\vec{v}$ | των διανυσμάτων $\vec{u}$, $\vec{v}$

Δ3) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u}\cdot\vec{v}$

Δ4) το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$.

4^o ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό,*** *αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Όταν οι συντελεστές είναι αντίστροφοι αριθμοί τότε τα διανύσματα είναι κάθετα.
2. Οι συνιστώσες του $\vec{\gamma}$ =λ $\vec{\alpha}$ +μ $\vec{\beta}$ είναι τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, όπου $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, μη συγγραμμικά διανύσματα.
3. Ο κύκλος με κέντρο Κ (1, - 1) που περνά από το σημείο (- 1, 1), έχει πάντα εξίσωση: $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 8$.
4. Αν $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ μη μηδενικά διανύσματα και θ η γωνία τους, τότε $0 \le \theta \le \pi$
5. Για το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ και τον λ αρνητικό πραγματικό αριθμό ισχύει: $|\lambda \cdot \vec{\alpha}|$ =-λ $|\vec{\alpha}|$.

Α2) **Να αποδειχθεί ότι κάθε ευθεία του επιπέδου έχει εξίσωση της μορφής**

$$\mathbf{A\chi+B\psi+\Gamma=0 \text{ με } B \neq 0 \text{ ή } A \neq 0.}$$

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν:

$|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 1$,γωνία $(\vec{a},\vec{\beta})$=60° και $\vec{\gamma} = \frac{\kappa}{2}\cdot\vec{\alpha} - \vec{\beta}$, όπου $\kappa \in R$,

Β1) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$

Β2) Αν ισχύει $\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma} = \kappa$, τότε

i) να αποδείξετε ότι: κ = −2

ii) να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$

iii) να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $3\vec{\alpha} + 2\vec{\gamma}$ και $\vec{\beta} - \vec{\gamma}$ είναι κάθετα.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + 2xy + y^2 - 6x - 6y + 8 = 0$

Γ1) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει γεωμετρικά δύο ευθείες γραμμές ε_1 και ε_2 οι οποίες είναι παράλληλες μεταξύ τους.

Γ2) Αν $\varepsilon_1 : x + y - 2 = 0$ και $\varepsilon_2 : x + y - 4 = 0$, να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης τους.

Γ3) Αν Α είναι σημείο της ευθείας ε_1 με τεταγμένη το 2 και Β σημείο της ευθείας ε_2 με τετμημένη το 1 , τότε: **i)** να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α και Β

ii) να βρείτε τις συντεταγμένες δύο σημείων Γ και Δ της ευθείας ε έτσι, ώστε το τετράπλευρο ΑΓΒΔ να είναι τετράγωνο.

ΘΕΜΑ Δ

Σε χάρτη με καρτεσιανό σύστημα αξόνων η θέση ενός λιμανιού προσδιορίζεται από το σημείο Α(2,6) και η θέση ενός πλοίου με το σημείο Π(λ-1, 2+λ) , λεR.

Δ1) Για ποιες τιμές του λ το σημείο Π έχει τετμημένη μικρότερη από την τετμημένη του Α;

Δ2) Να εξετάσετε αν το πλοίο περάσει από το λιμάνι αν κινείται ευθύγραμμα.

Δ3) Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση της πορείας του πλοίου από το λιμάνι ;

5ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Υπάρχουν δύο ευθείες $ε_1$, $ε_2$ με συντελεστές διεύθυνσης $λ_1$, $λ_2$ αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει συγχρόνως $λ_1 = λ_2$ και $λ_1 \cdot λ_2 = -1$.
2. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + α(x + y + 1) = 0$ παριστάνει κύκλο για κάθε θετικό α.
3. Για την απόσταση d (Α, ε) του σημείου Α από την ευθεία ε ισχύει d (Α, ε) = 0. Το σημείο Α ανήκει στην ευθεία ε.
4. Ο κύκλος $(x + 1)^2 + y^2 = 18$ τέμνει την ευθεία $y = x + 1$.
5. Το μέτρο ενός διανύσματος $\overrightarrow{AB}$ είναι μη αρνητικός αριθμός.

Α2) **Έστω ε η εφαπτομένη του κύκλου C: $χ^2+ψ^2=ρ^2$ σε ένα σημείο του $Α(χ_1,ψ_1)$. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου C στο Α έχει εξίσωση $χ_1χ+ψ_1ψ=ρ^2$.**

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{α}$ και $\vec{β}$ με θ = 60° και $|\vec{α}| = \sqrt{2}$, $|\vec{β}| = 2\sqrt{2}$

Β1) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{α} \cdot \vec{β}$

Β2) Αν τα διανύσματα $2\vec{α} + \vec{β}$ και $κ\vec{α} + \vec{β}$ είναι κάθετα να βρείτε την τιμή του κ.

Β3) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $2\vec{α} + \vec{β}$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι κύκλοι $C_1 : x^2 + y^2 = 1$ και $C_2 : (x − 4)^2 + (y − 4)^2 = 4$.

Γ1) Να δείξετε ότι οι κύκλοι δεν έχουν κοινό σημείο.

Γ2) Να βρείτε την εξίσωση της διακέντρου.

Γ3) Να βρείτε την μικρότερη και την μεγαλύτερη απόσταση των 2 κύκλων.

Γ4) Από όλα τα εύρη σημείων (Α, Β), όπου Α ανήκει στον C_1 και το Β στον C_2, να βρεθεί αυτό για το οποίο τα Α, Β απέχουν την μικρότερη απόσταση και τη μεγαλύτερη απόσταση.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι ευθείες $ε_1 : x - 8y + 16 = 0$ και $ε_2 : 2x + y + 15 = 0$ οι οποίες τέμνονται στο σημείο Μ.

Αν οι ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ τέμνουν τον άξονα $y'y$ στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, τότε:

Δ1) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Μ, Α και Β

Δ2) αν Κ είναι το μέσο του τμήματος ΑΒ , να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης του διανύσματος $\overrightarrow{MK}$

emails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**

<u>6</u>

6ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό,*** *αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Το σημείο του κύκλου $x^2 + y^2 = 4$ με τετμημένη 2 βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = x$.
2. Κάθε σημείο της παραβολής $y^2 = 8x$ ισαπέχει από την ευθεία $x = - 2$ και το σημείο (4, 0).
3. Αν $\left| \vec{a}+\vec{\beta} \right| = 0$, τότε τα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ είναι αντίθετα.
4. Το $\vec{a}\cdot(\vec{\beta}+\vec{\gamma})$ είναι διάνυσμα.
5. Η ευθεία $x + \lambda (x - y) - \lambda = 0$ τέμνει τη διχοτόμο της xOy για κάθε τιμή του αριθμού λ.

Α2) Να αποδειχθεί ότι η ευθεία Αχ+Βψ+Γ=0 με Β $\neq$ 0 ή Α $\neq$ 0 είναι παράλληλη στο $\vec{a}$ (Β, -Α) και κάθετη στο $\vec{\beta}$ (Α,Β).

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ με μέτρα 2 , 6 αντίστοιχα και $\varphi\in[0,\pi]$ η μεταξύ τους γωνία.

Επίσης δίνεται η εξίσωση $(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+12)x+(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}-12)y-5=0$ (1)

Β1) Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\varphi\in[0,\pi]$.

Β2) Αν η παραπάνω ευθεία είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$, να αποδείξετε ότι $\vec{\beta}=3\vec{a}$

Β3) Αν η παραπάνω ευθεία είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, να αποδείξετε ότι $\vec{\beta}=-3\vec{a}$

Β4) Αν η παραπάνω ευθεία είναι παράλληλη στην διχοτόμο πρώτης και τρίτης γωνίας των αξόνων, να αποδείξετε ότι $\vec{a}\perp\vec{\beta}$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ο κύκλος C : $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0$. Να βρείτε :

Γ1) το κέντρο Κ και την ακτίνα ρ του κύκλου,

Γ2) την εξίσωση της ευθείας ΟΚ, όπου Ο η αρχή των αξονων,

Γ3) τα σημεία Α και Β του κύκλου C τα οποία απέχουν από την αρχή των αξόνων ελάχιστη και μέγιστη απόσταση αντίστοιχα.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 3x+y+3=0$ και $\varepsilon_2: x+2y-4=0$

Δ1) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής Α των ευθειών ε_1 και ε_2

Δ2) Αν η ευθεία ε_1 τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο Β και η ευθεία ε_2 τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο Γ , τότε:

i) να βρείτε εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Β και Γ

ii) να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ

Δ3) Να αποδείξετε ότι τα σημεία $K(x,y)$ για τα οποία ισχύει (ΚΒΓ) = (ΑΒΓ) ανήκουν σε δύο παράλληλες ευθείες, των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις.

7º ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Το $|\lambda \cdot \vec{\alpha}|$ είναι απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.
2. Έστω ΑΒΓΔ ρόμβος με $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$. Τότε $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma\Delta} + \overrightarrow{\Delta A} = 4\vec{\alpha}$.
3. Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία x + y = 0 με τον άξονα x΄x είναι 45°.
4. Η διχοτόμος της γωνίας xOy τέμνει την υπερβολή $x_2 - y_2 = 4$ σε δύο σημεία.
5. Οι ευθείες 5x + y = 1 και x - 5y - 1 = 0 είναι κάθετες.

Α2) Αποδείξτε $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow$ **$\lambda_1 . \lambda_2 = -1$ και** $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma})$ **=** $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ **+** $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι ευθείες ε_1: 3x+y-3=0 και ε_2:x+2y+4=0

Β1) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής Α των ευθειών ε_1 και ε_2

Β2) Αν η ευθεία ε_1 τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο Β και η ευθεία ε_2 τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο Γ , τότε:

i) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Β και Γ .

ii) να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Β και Γ έχει εξίσωση την 3x-4y+4=0

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $x^2 + y^2 + x - y - 2 + 5\lambda x + \lambda y + 2\lambda = 0,\ \lambda \in R$ παριστάνει κύκλο για κάθε πραγματικό αριθμό λ.

Γ2) Να βρείτε το κέντρο του παραπάνω κύκλου και να αποδείξετε ότι αυτό ανήκει σε μια ευθεία, η οποία διέρχεται από το σημείο Α(2,1).

ΘΕΜΑ Δ

Οι συντεταγμένες δύο κινητών P_1 και P_2 για κάθε χρονική στιγμή t (t > 0) είναι:
P_1 (t,t+3) και P_2(2t-5, t+1) .

Δ1) Όταν το P_1 έχει συντεταγμένες (1,4) ποιες είναι οι συντεταγμένες του P_2;

Δ2) Να βρεθεί η απόσταση των κινητών την χρονική στιγμή t = 2.

Δ3) Να βρεθούν οι γραμμές πάνω στις οποίες κινούνται τα κινητά.

Δ4) Να εξετάσετε αν υπάρχει περίπτωση:

ι) Να συναντηθούν οι πορείες (όχι υποχρεωτικά τα κινητά)

ιι) να συναντηθούν τα κινητά.

8ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Για τα αντίρροπα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει: $\left|\vec{a}+\vec{\beta}\right| = \left|\vec{\alpha}\right| + \left|\vec{\beta}\right|$.
2. Τα σημεία Α (1, 1), Β (- 1, 1) και Γ (1, - 1) είναι κορυφές ισοσκελούς τριγώνου.
3. Αν Α $\neq$ Β, τότε η εξίσωση Αx + Βy + Γ = 0 παριστάνει πάντοτε ευθεία.
4. Αν $\vec{x}$ = -5 $\vec{y}$, τότε η γωνία των $\vec{x}$ και $\vec{y}$ είναι 180^o.
5. Οι κύκλοι $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$ και $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 10$ εφάπτονται εξωτερικά

Α2) Αν $A(x_1,y_2)$, $B(x_1,y_2)$ με Μ(x,y) μέσο του ΑΒ, να αποδείξετε $x = \dfrac{x_1+x_2}{2}$ $y= \dfrac{y_1+y_2}{2}$.

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1 : x-2y-8=0$, $\varepsilon_2 : 2x-4y+10=0$ και το σημείο Α της ε_1 που έχει τετμημένη το 4 .

Β1) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α .

Β2) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) η οποία διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετη στην ευθεία ε_1

Β3) Αν Β είναι το σημείο τομής των ευθειών (ε) και (ε_2), τότε να βρείτε τις συντεταγμένες του Β .

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4\lambda x - 4 = 0$, $\lambda \in R$ (1)

Γ1) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε λ ∈ R.

Γ2) Να αποδείξετε ότι οι κύκλοι που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από δύο σταθερά σημεία.

Γ3) Να βρείτε τον κύκλο που ορίζεται από την εξίσωση (1) και εφάπτεται στην ευθεία (ε) : y = x − 2.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Α. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}$ =(y-2,x) και $\vec{\beta}$ =(y+2,x+2) με x,y $\in \Re$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο C_1 των σημείων Μ(x,y) του επιπέδου για τα οποία είναι $\vec{a} \perp \vec{\beta}$.

Δ2) Να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος C_1 είναι κύκλος, του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

Δ3) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων του κύκλου που διέρχονται από το σημείο Α(0,5).

<u>9^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ</u>

ΘΕΜΑ Α

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Αν $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}} = -\overrightarrow{\mathrm{B\Gamma}}$ τότε τα Α, Β, Γ είναι συνευθειακά.
2. Μία εφαπτομένη ευθεία του κύκλου $x^2 + y^2 = 1$ στο σημείο με τετμημένη 1, έχει εξίσωση $x + y = 1$.
3. Το μοναδιαίο διάνυσμα που είναι ομόρροπο με το $\vec{\alpha} = \vec{i} + 3\vec{j}$ είναι το διάνυσμα $\vec{x} = \frac{1}{2}(\vec{i} + 3\vec{j})$.
4. Δίνονται τα σημεία Α (- 3, - 1), Β (2, 2), Γ (- 3, 4) και Δ (3, - 6). Η ευθεία ΑΒ είναι κάθετη προς την ευθεία ΓΔ.
5. Ο άξονας x΄x είναι άξονας συμμετρίας της παραβολής $x^2 = 8y$.

Α2) Κάθε κύκλος έχει εξίσωση της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A^2+B^2-4\Gamma>0$ και αντιστρόφως κάθε εξίσωση της μορφής (1) παριστάνει κύκλο.

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία Α(-2,0) , Β(2,0) και Μ1(1, $\sqrt{3}$).

Β1) Να δείξετε ότι $M_1A \perp M_1B$.

Β2) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που περνά από τα σημεία Α,Β, M_1.

Β3) Να δείξετε ότι το σημείο $M_2(-1, \sqrt{3})$ ανήκει στον κύκλο και $M_2A \perp M_2B$.

Β4) Να δείξετε ότι κάθε σημείο $M(\chi_o,\psi_o)$ για το οποίο ισχύει $MA \perp MB$, ανήκει στον κύκλο του ερωτήματος (β).

ΘΕΜΑ Γ

Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\overrightarrow{AB} = (\lambda, \lambda+1)$, $\overrightarrow{A\Gamma} = (3\lambda, \lambda-1)$, όπου $\lambda \neq 0$ και $\lambda \neq -2$,και Μ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ

Γ1) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AM} = (2\lambda, \lambda)$

Γ2) Να βρείτε το λ ώστε το διάνυσμα $\overrightarrow{AM}$ είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{\alpha} = \left(\frac{2}{\lambda}, -\lambda\right)$

Γ3) Για την τιμή του λ που βρήκατε στο ερώτημα **Γ2**, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση (C_1): $x^2+y^2-2x+4y=0$ (1) και η παραβολή (C_2): $y^2=-2x$ (2)

Δ1) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

Δ2) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε_1) του κύκλου στο σημείο Β(2,0).

Δ3) Να βρείτε την εστία και την διευθετούσα της παραβολής (2).

Δ4) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε_2) της παραβολής στο σημείο τηςΜ(-2,3) και να βρείτε τη σχετική της θέση με την ευθεία (ε_1) .

10^{o} ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό,*** *αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Η ευθεία $y = \kappa^2 x + 1$ σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα x΄x για κάθε $\kappa \neq 0$.
2. Ένα σημείο (x_1, y_1) είναι εσωτερικό ενός κύκλου με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ. Ισχύει: $(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 < \rho^2$.
3. Η καμπύλη που παριστάνει η εξίσωση $x^2 + y^2 = \alpha^2$, είναι γραφική παράσταση συνάρτησης.
4. Αν δυο διανύσματα έχουν ίσες συντεταγμένες δεν είναι απαραίτητως ίσα.
5. Από την ισότητα $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$, συμπεραίνουμε ότι τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.

Α2) Να αποδείξετε $\vec{a} \,//\, \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} = \boldsymbol{\lambda} \cdot \vec{\beta}$

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι ευθείες $\begin{cases} \varepsilon_1 : \psi = (\lambda - 3)\chi + 7 \\ \varepsilon_2 : \psi = (\mu - 2)\chi + 8 \end{cases}$ και οι ευθείες $\begin{cases} \zeta_1 : \psi = (2\lambda - 3)\chi - 1 \\ \zeta_2 : \psi = (3\mu + 1)\chi + 2 \end{cases}$

Β1) Ποιες συνθήκες πρέπει να ισχύουν ώστε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\zeta_1 // \zeta_2$.

Β2) Να βρεθούν τα λ και μ ώστε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\zeta_1 // \zeta_2$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Αν $3\,\vec{\mathrm{B\Delta}} - \vec{\Delta\mathrm{A}} = 3\,\vec{\mathrm{B\Gamma}} - \vec{\Delta\mathrm{B}}$, να δείξετε ότι $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \uparrow\downarrow \overrightarrow{\Gamma\Delta}$.

Γ2) Ομοίως αν $2\overrightarrow{\mathrm{A}\Lambda} + 3\overrightarrow{\mathrm{B}\Lambda} + 2\overrightarrow{\mathrm{MB}} = \overrightarrow{\mathrm{AK}} + \overrightarrow{\mathrm{AM}} + \overrightarrow{\mathrm{BK}}$ τότε $\overrightarrow{\mathrm{K}\Lambda} \uparrow\downarrow \overrightarrow{\mathrm{M}\Lambda}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + (\lambda - 2)x - 2y + 2 - \lambda = 0$, $\lambda \in R$ (1)

Δ1) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε πραγματικό αριθμό λ διαφορετικό από το 0 και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

Δ2) Να βρείτε τι παριστάνει η εξίσωση για λ = 0.

Δ3) Για τις παραπάνω τιμές του λ, να αποδείξετε ότι οι κύκλοι που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από σταθερό σημείο.

Δ4) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ για τις οποίες ο κύκλος που ορίζεται από την εξίσωση (1) να εφάπτεται στην ευθεία ε : $4x - 3y + 1 = 0$.

emails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**

Τελευταίες συμβουλές

1η συμβουλή

Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

2η συμβουλή

Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

3η συμβουλή

Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου , κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

4η συμβουλή

Μην συζητάτε με άλλους συνυποψήφιούς σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον , μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

5η συμβουλή

Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

………………………………… και μετά

Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!

emails:**raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ **iraidos@gmail.com**