ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ
& ΘΡΗΣΚ/ΤΩΝ
ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Π. & Δ. ΕΚΠ/ΣΗΣ. ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ
1ο ΓΕΛ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ
ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Έστω η συνάρτηση f:A $\to$ R Πως ορίζεται η παράγωγος συνάρτηση της f ;

Μονάδες 6

Β. Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f:A$\to$R είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο $x_0 \in A$ να αποδείξετε ότι είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.
Ισχύει το αντίστροφο;

Μονάδες 9

Γ. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.*

α. Αν η συνάρτηση *f* είναι ορισμένη και παραγωγίσιμη στο $[0,+\infty)$ και παρουσιάζει στο 0 τοπικό ακρότατο τότε, αναγκαστικά, θα είναι $f'(0)=0$.

Μονάδες 2

β. Αν μία παραγωγίσιμη συνάρτηση f **<u>δεν</u>** είναι γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα Δ τότε, πάντα, θα υπάρχει $x_0 \in \Delta$ για τα οποίο θα ισχύει: $f'(x_0)<0$

Μονάδες 2

γ. Αν η συνάρτηση *f* είναι συνεχής στο διάστημα $\Delta=[\alpha,\beta]$ και ισχύει: $f(\alpha)=f(\beta)$ τότε, αναγκαστικά, η συνάρτηση θα έχει ένα τουλάχιστον κρίσιμο σημείο στο $\Delta=[\alpha,\beta]$.

Μονάδες 2

δ. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο R τότε δεν μπορεί , σε καμιά περίπτωση, να έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη.

Μονάδες 2

ε. Αν για τις παραγωγίσιμες συναρτήσεις f,g ισχύει $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ τότε για τον υπολογισμό του ορίου $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ μπορούμε, σε κάθε περίπτωση, να εφαρμόσουμε τον κανόνα *De L' Hospital*

Μονάδες 2

emails:**raidosi@yahoo.gr**
iraidos@gmail.com

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση f $\to[0,+\infty)$ με $f(x)=\begin{cases} x^2\ln x, & x>0 \\ \alpha \quad , & x=0 \end{cases}$

α. Να δείξετε ότι α=0 και να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στην γραφική παράσταση της συνάρτησης στο σημείο της O(0,0).

Μονάδες 8

β. Να μελετήσετε την συνάρτηση ως προς την μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

Μονάδες 6

γ. Να μελετήσετε την συνάρτηση ως προς τα κοίλα και να βρείτε τα σημεία καμπής.

Μονάδες 6

δ. Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x)=k$, για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού k.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση f :R→R και η g:R→R για τις οποίες γνωρίζουμε ότι:

- η f στρέφει τα κοίλα κάτω,
- η γραφική της παράσταση στο σημείο της $A(3,f(3))$ έχει εφαπτομένη τον $x'x$,
- $g(x)=f(x^2-2x)$, για κάθε x∈R.

α. Να δείξετε ότι $f(x)\le 0$, για κάθε x∈R.

Μονάδες 5

β. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει μοναδικό ακρότατο, (τοπικό ή ολικό).

Μονάδες 6

γ. Να μελετήσετε την μονοτονία της συνάρτησης g και να βρείτε τις θέσεις στις οποίες παρουσιάζει τοπικό ακρότατο καθώς και το είδος του ακρότατου.

Μονάδες 8

δ. Αν, επιπλέον, γνωρίζουμε ότι η συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη τότε:

i. να δείξετε ότι και η g είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και

ii. να δείξετε ότι η εξίσωση $g''(x)=0$ έχει δύο τουλάχιστον ρίζες.

Μονάδες 6

emails:**raidosi@yahoo.gr**
iraidos@gmail.com

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω η συνάρτηση $f:\mathrm{R}\to\mathrm{R}$ με $f(x)=x-e^x, x\in\Re$ και $a\geq\frac{1}{e}$.

α. Να βρεθούν οι ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f και να δείξετε ότι δεν έχει σημεία καμπής.

Μονάδες 6

β. Να δείξετε ότι: $e^{ax}<\dfrac{e^{a(x+1)}-e^{ax}}{a}<e^{a(x+1)}, \quad \forall x\in\mathbb{R}$

Μονάδες 6

γ. Να δείξετε ότι: $f(x)\leq 0$, για κάθε x∈R.

Μονάδες 6

δ. Να βρείτε την τιμή του a για την οποία ισχύει $f(x)\leq -1$, για κάθε x∈R.

Μονάδες 7

ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΤΟΥΣ ΣΤΟΧΟΥΣ ΣΑΣ!!!!!!

emails:**raidosi@yahoo.gr**
iraidos@gmail.com