



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ  
& ΘΡΗΣΚ/ΤΩΝ  
ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Π. & Δ. ΕΚΠ/ΣΗΣ.  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ  
1ο ΓΕΛ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ  
Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ  
ΣΤΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ  
ΟΜΑΔΑ Α΄

### ΘΕΜΑ 1°

A. Να αποδείξετε ότι:

Αν  $M(x, y)$  μέσο των  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  τότε ισχύει:  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$  και  $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$ .

B. Να βάλετε σε κύκλο τον αριθμό που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Δίνεται το διάνυσμα  $\vec{a} = (3, -2)$  και τα σημεία  $A(4, -1)$ ,  $B(-2, 7)$ ,  $\Gamma(0, 3)$  και  $\Delta(1, 5)$ .

(i) Ποιο από τα διανύσματα είναι ίσο με το  $\vec{a}$  :

1.  $\vec{AB}$    2.  $\vec{A\Gamma}$    3.  $\vec{\Delta B}$    4.  $\vec{B\Delta}$    5.  $\vec{\Delta\Gamma}$

(ii) Ποιο από τα διανύσματα είναι παράλληλο με το  $\vec{a}$  :

1.  $\vec{AB}$    2.  $\vec{A\Gamma}$    3.  $\vec{\Delta B}$    4.  $\vec{B\Delta}$    5.  $\vec{\Delta\Gamma}$

Γ. Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»

- Αν  $|\vec{a}| = |\vec{\beta}|$ , τότε  $\vec{a} = \vec{\beta}$ .
- Στο ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων  $Oxy$  το διάνυσμα  $\vec{OA} = \lambda \vec{i} + \lambda \vec{j}$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  βρίσκεται στη διχοτόμο της γωνίας  $xOy$ .
- Αν  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} > 0$ , τότε  $(\vec{a}, \vec{\beta})$  είναι οξεία.
- Με πλευρές οποιαδήποτε διανύσματα  $\vec{a}$ ,  $\vec{\beta}$ ,  $\vec{\gamma}$  τέτοια ώστε  $\vec{a} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$  ορίζεται τρίγωνο.

Μονάδες 2+1+2=5

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  και τα μέσα  $K$ ,  $\Lambda$  των  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  αντιστοίχως. Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{AB} + \vec{A\Delta} + \vec{\Gamma B} + \vec{\Gamma\Delta} = 4 \vec{K\Lambda}$$

Μονάδες 5

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  με  $|\vec{\alpha}| = 4$ ,  $|\vec{\beta}| = 3$  και  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{2\pi}{3}$ .

Να υπολογίσετε τον κέρ ώστε τα διανύσματα  $\vec{u} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{\alpha} + \kappa\vec{\beta}$  να είναι κάθετα.

## ΘΕΜΑ Δ

Για τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  δίνεται ότι  $|\vec{\alpha}| = 1$ ,  $|\vec{\beta}| = 1$  και  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{2\pi}{3}$ .

Έστω τα διανύσματα  $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + 4\vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ .

Να υπολογίσετε

- α. το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$
- β. τα μέτρα  $|\vec{u}|$ ,  $|\vec{v}|$  των διανυσμάτων  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$
- γ. το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{u} \cdot \vec{v}$
- δ. το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ .

**Μονάδες 4\*1,25= 5**

**ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΤΟΥΣ ΣΤΟΧΟΥΣ ΣΑΣ!!!!!!**



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ  
& ΘΡΗΣΚ/ΤΩΝ  
ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Π. & Δ. ΕΚΠ/ΣΗΣ.  
ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ  
1ο ΓΕΛ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ  
Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ  
ΣΤΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ  
ΟΜΑΔΑ Α΄

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A. Να αποδείξετε ότι:

$$\text{Αν } M \text{ μέσο του } AB \text{ τότε } \overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}.$$

B. Να βάλετε σε κύκλο τον αριθμό που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Δίνεται το διάνυσμα  $\vec{a} = (4, 2)$  και τα σημεία  $A(0, 1)$ ,  $B(-2, 7)$ ,  $\Gamma(4, 3)$  και  $\Delta(1, 5)$ .

(i) Ποιο από τα διανύσματα είναι ίσο με το  $\vec{a}$  :

1.  $\vec{AB}$    2.  $\vec{A\Gamma}$    3.  $\vec{\Delta B}$    4.  $\vec{B\Delta}$    5.  $\vec{\Delta\Gamma}$

(ii) Ποιο από τα διανύσματα είναι παράλληλο με το  $\vec{a}$  :

1.  $\vec{AB}$    2.  $\vec{A\Gamma}$    3.  $\vec{\Delta B}$    4.  $\vec{B\Delta}$    5.  $\vec{\Delta\Gamma}$

Γ. Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»

- Αν  $\vec{AB} + \vec{B\Gamma} = \vec{A\Gamma}$ , τότε τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.
- Αν  $|\vec{a}| = \lambda |\vec{\beta}|$ , τότε  $\vec{a} // \vec{\beta}$ .
- Αν είναι  $(\vec{a}, \vec{\beta}) > \frac{\pi}{2}$ , τότε  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} < 0$ .
- Όταν οι συντελεστές δυο διανυσμάτων είναι αντίστροφοι αριθμοί τότε τα διανύσματα είναι κάθετα.

**Μονάδες 2+1+2 = 5**

### ΘΕΜΑ Β

Αν  $\vec{AK} + 3\vec{BK} - 2\vec{BA} = \vec{BL} + 3\vec{AM}$ , να αποδείξετε ότι τα K, Λ, Μ είναι συνευθειακά.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  με  $|\vec{\alpha}| = 2$ ,  $|\vec{\beta}| = 3$  και  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ .

Να υπολογίσετε τον  $k \in \mathbb{R}$  ώστε τα διανύσματα  $\vec{u} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$  και  $\vec{v} = k\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$  να είναι κάθετα.

**Μονάδες 5****ΘΕΜΑ Δ**

Για τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  δίνεται ότι  $|\vec{\alpha}| = 2$ ,  $|\vec{\beta}| = 1$  και  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ .

Έστω τα διανύσματα  $\vec{u} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$  και  $\vec{v} = \vec{\alpha} - 4\vec{\beta}$ .

Να υπολογίσετε

- α. το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$
- β. τα μέτρα  $|\vec{u}|$ ,  $|\vec{v}|$  των διανυσμάτων  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$
- γ. το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{u} \cdot \vec{v}$
- δ. το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ .

**Μονάδες 4\*1,25= 5****ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΤΟΥΣ ΣΤΟΧΟΥΣ ΣΑΣ!!!!!!**