

ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ τάξης – ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ: 2.4

ΕΝΟΤΗΤΑ : ΡΙΖΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Τι πρέπει να γνωρίζω πριν λύσω ασκήσεις!

1. Τις ταυτότητες : $(\alpha-\beta)\cdot(\alpha+\beta)=\alpha^2-\beta^2$ και την ιδιότητα $\alpha^{\mu\nu} = (\alpha^\mu)^\nu$
 - π.χ $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=4-(\sqrt{3})^2 = 1$
2. Ορισμό & ιδιότητες ριζών
 - $\sqrt[\nu]{\alpha}\sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha\cdot\beta}$ $\sqrt[\nu]{\alpha^\nu} = |\alpha|$ $(\sqrt[\nu]{\alpha})^\nu = \alpha$
 - $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$, $\alpha>0$, $\nu \in \mathbf{N}^*$, $\mu \in \mathbf{Z}$
3. Πότε ορίζεται μια παράσταση με ρίζα ;
 - π.χ Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση $\sqrt{x-4}$;
4. Ρητοποίηση (ρίζα στον παρονομαστή-συζυγή παράσταση)
 - Να γραφούν χωρίς ρίζα στον παρονομαστή οι : $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$
5. Να συγκρίνω ρίζες διαφορετικής τάξης. ($\alpha<\beta \Leftrightarrow \sqrt[\nu]{\alpha} < \sqrt[\nu]{\beta}$)
 - Σύγκρινε τις ρίζες : $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt{3}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ για περισσότερη εξάσκηση

1. Λύσε πρώτα απ το σχολικό βιβλίο τις παρακάτω δέκα ασκήσεις :
1-6 , 9 , σελίδας 74 και 10 , 2B΄ , 4B΄ σελ75

2. (1378) Δίνεται η παράσταση $A=\sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$

α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η A ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας και γράψτε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.

(μονάδες 13)

β) Για $x=5$, να αποδείξετε ότι $A^2+A-6 = 0$.

(μονάδες 12)

3. (1376) Δίνεται η παράσταση $A=(\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1})$

α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η A ; Αιτιολογήστε.

(μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι η A είναι σταθερή , δηλαδή ανεξάρτητη του x.

(μονάδες 13)

4. (1380) Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{1-x} - \sqrt[4]{x^4}$

α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η A; Αιτιολογήστε και γράψτε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος. (μονάδες 13)

β) Για $x = -3$, να αποδείξετε ότι $A^3 + A^2 + A + 1 = 0$. (μονάδες 12)

5. (1340) Αν είναι $A = 2 - \sqrt{3}$, $B = 2 + \sqrt{3}$, τότε :

α) Να αποδείξετε ότι $A \cdot B = 1$ (μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Pi = A^2 + B^2$ (μονάδες 13)

6. (1338) Αν $A = \sqrt[3]{5}$, $B = \sqrt{3}$, $\Gamma = \sqrt[6]{5}$, τότε :

α) Να αποδείξετε ότι $A \cdot B \cdot \Gamma = \sqrt{15}$ (μονάδες 15)

β) Να συγκρίνετε τους A και B. (μονάδες 10)

7. (1281) Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις

$$A = (\sqrt{2})^6, B = (\sqrt[3]{3})^6, \Gamma = (\sqrt[6]{6})^6$$

α) Να δείξετε ότι $A + B + \Gamma = 23$ (μονάδες 13)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $\sqrt[3]{3}$ και $\sqrt[6]{6}$. Αιτιολογήστε την απάντησή σας. (μονάδες 12)

8. (14774) α) Να δείξετε ότι $(2 + \sqrt{5})^2 = 9 + 4\sqrt{5}$ και $(1 - \sqrt{5})^2 = 6 - 2\sqrt{5}$

(μονάδες 13)

β) Με τη βοήθεια του α) ερωτήματος ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε, να δείξετε

ότι $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = 1 + 2\sqrt{5}$

(μονάδες 12)

9. (14452) Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \sqrt{3} - 1$ και $\beta = \sqrt{3} + 1$

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha^2 + \alpha \cdot \beta + \beta^2 = 10$ (μονάδες 15)

β) Να δείξετε ότι $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} + 1 = 5$ (μονάδες 10)

Καλή Μελέτη