ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ (Ενδοσχολικές 2024)

ΘΕΜΑ 1

Α1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λάθος.

α. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα ακτίνας ρ και γωνίας μ^0 δίνεται από τον τύπο $E = \frac{\pi\rho^2\mu}{180^0}$

β. Δύο σχήματα που είναι ίσα θα είναι και όμοια.

γ. Αν γ είναι η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α,β,γ και $\gamma^2>\alpha^2+\beta^2$,τότε το ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.

δ. Το εμβαδόν Ε ενός παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο μιας πλευράς του επί το ύψος που αντιστοιχεί σε αυτή.

ε. Το μήκος ενός κύκλου ακτίνας R δίνεται απ τον τύπο $L=\pi R^2$.

(Μονάδες 10)

Α2. Να αποδειχθεί ότι : « το εμβαδόν Ε ενός τριγώνου είναι ίσο με το ημιγινόμενο μιας πλευράς επί το αντίστοιχο ύψος.»

(Μονάδες 15)

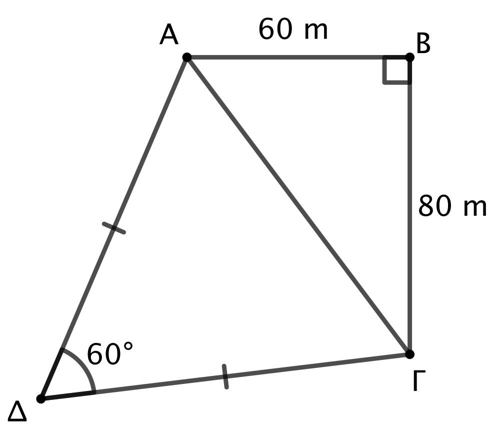
ΘΕΜΑ 2

Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του σχήματος παριστάνει την κάτοψη ενός κτήματος με $AB = 60$ m, $B\Gamma = 80$ m, $\widehat{\Delta} = 60^o$, $\widehat{B} = 90^o$ και $A\Delta = \Gamma\Delta$.

α) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου ΑΓ. (Μονάδες 09)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 04)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΓ. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν του κτήματος; (Μονάδες 12)



<u>ΘΕΜΑ 3</u>

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών ΑΒ=3 , ΒΓ=5 και ΑΓ=7.

α) Να βρεθεί το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του. Μονάδες 10

β) Έστω ΑΔ η προβολή της ΑΒ πάνω στην ΑΓ. Να βρεθεί το μήκος της ΑΔ. Μονάδες 15

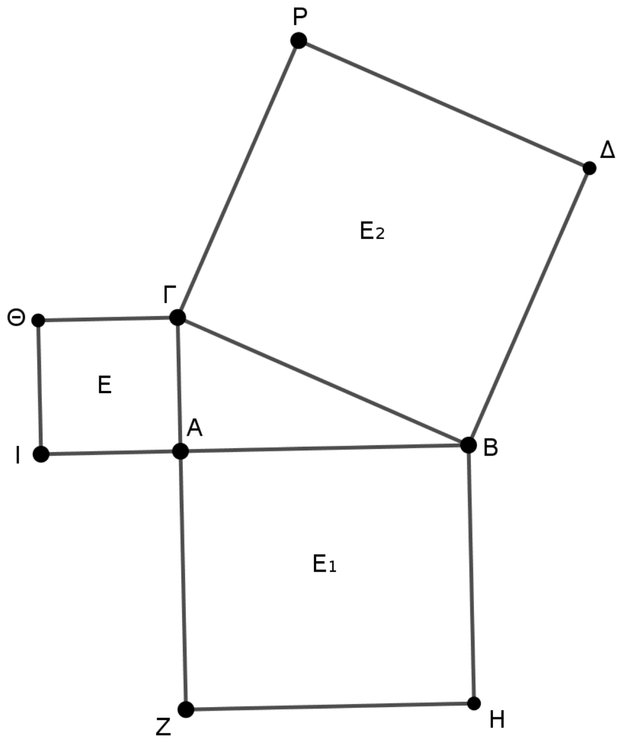
<u>ΘΕΜΑ 4</u>

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Με πλευρές τις ΑΒ, ΑΓ, ΒΓ κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου ΑΒΓ, τα τετράγωνα ΑΒΗΖ, ΑΓΘΙ, ΒΓΡΔ. Έστω Ε, Ε1, Ε2, τα εμβαδά των τετραγώνων ΑΓΘΙ, ΑΒΗΖ, ΒΓΡΔ αντίστοιχα. Αν ισχύουν οι ισότητες $E_1 = 4E$, $E_2 = 5E$ τότε:

α) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία Α. (Μονάδες 9)

β) να αποδείξετε ότι τα εμβαδά των τριγώνων ΑΒΓ, ΑΙΖ, ΒΗΔ, ΓΡΘ είναι ίσα. (Μονάδες 9)

γ) αν η ΑΓ=1 να υπολογίσετε το εμβαδόν του πολυγώνου ΖΗΔΡΘΙ. (Μονάδες 7)



<u>Καλή επιτυχία και Καλό Καλοκαίρι!</u>

Ενδεικτικές Λύσεις

ΘΕΜΑ 1

Α1.

α. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα ακτίνας ρ και γωνίας $μ^0$ δίνεται από τον τύπο $Ε = \frac{πρ^2μ}{180^0}$

β. Δύο σχήματα που είναι ίσα θα είναι και όμοια.

γ. Αν γ είναι η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α,β,γ και $γ^2>α^2+β^2$,

τότε το ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.

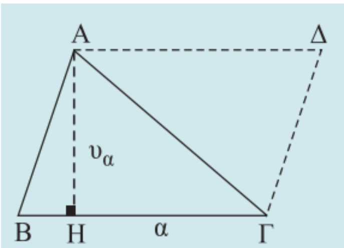
δ. Το εμβαδόν Ε ενός παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο μιας πλευράς του

επί το ύψος που αντιστοιχεί σε αυτή.

ε. Το μήκος ενός κύκλου ακτίνας R δίνεται απ τον τύπο $L=πR^2$.

α. Λ β. Σ γ. Σ δ. Σ ε. Λ

Α2.



Με πλευρές ΑΒ και ΒΓ σχηματίζουμε το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, το εμβαδόν του οποίου είναι :

$$(ΑΒΓΔ)=α \cdot υ_α$$

Όμως τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΑΓ είναι ίσα , οπότε :

$$(ΑΒΓ)=(ΔΑΓ)$$

Από το σχήμα έχουμε ότι : (ΑΒΓΔ) = (ΑΒΓ)+(ΔΑΓ) η οποία , σύμφωνα με τις παραπάνω σχέσεις μετατρέπεται σε :

$$α \cdot υ_α=(ΑΒΓ)+(ΑΒΓ)$$

$$α \cdot υ_α =2(ΑΒΓ)$$

$$\frac{α \cdot υ_α}{2}=(ΑΒΓ)$$

ΘΕΜΑ 2

α) Π.Θ στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Β γωνία ορθή) και έχουμε:

$$ΑΓ^2=ΑΒ^2+ΒΓ^2$$

$$ΑΓ^2=60^2+80^2$$

$$AΓ^2=3600+6400$$

$$AΓ^2=10000$$

$$AΓ=\sqrt{10000}$$

$$AΓ=100 \text{ m}$$

β) Το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισοσκελές και έχει μια γωνία 60 μοιρών άρα είναι ισόπλευρο.

(2 μονάδες) (2 μονάδες)

γ) $(ABΓ)=\frac{1}{2}AB \cdot BΓ = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 80 = 2400 \text{ m}^2$ (μονάδες 4)

$(AΔΓ)=\frac{AΓ^2\sqrt{3}}{4} = \frac{10000\sqrt{3}}{4} = 2500\sqrt{3} \text{ m}^2$ (μονάδες 4)

$(ABΓΔ)=(ABΓ)+(AΔΓ)=\left(2400+2500\sqrt{3}\right) \text{ m}^2$ (μονάδες 4)

Προσοχή ! Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ ΔΕΝ είναι τραπέζιο !

<u>Θέμα 3</u>

α) Η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου είναι η ΑΓ.

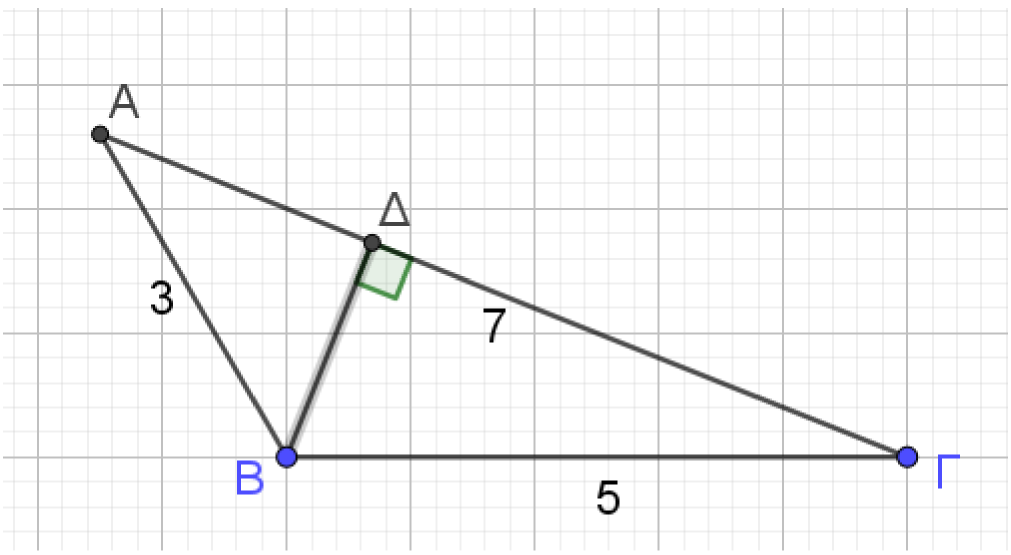
Είναι , $AΓ^2=49$ (μονάδες 2)

Επίσης , $AB^2+BΓ^2=9+25=34$ (μονάδες 2)

Έχουμε, $AΓ^2>AB^2+BΓ^2 \Leftrightarrow \widehat{B} > 90^0$ (μονάδες 6)

Προσοχή ! Απέναντι από την πλευρά ΑΓ είναι η γωνία Β, επίσης ΑΓ=β πλευρά.

β) Πρέπει να γίνει σχήμα! Η Β είναι αμβλεία.



Το σχήμα πρέπει να είναι στην κόλλα σας κάπως έτσι ! (μονάδες 3)

Ζητείται η προβολή της ΑΒ πάνω στην ΑΓ. **Θα εφαρμόσω Γ.Π.Θ** για την πλευρά ΒΓ ,

που είναι απέναντι απ την Α ,**οξεία γωνία** του τριγώνου ΑΒΓ.

Έχω ,

$$ΒΓ^2=ΑΒ^2+ΑΓ^2-2ΑΓ \cdot ΑΔ \qquad \text{(μονάδες 4)}$$

$$25=49+9-2 \cdot 7 \cdot ΑΔ$$

$$25=58-14ΑΔ$$

$$\frac{33}{14} = ΑΔ$$

<u>**Θέμα 4**</u>

α) Είναι ,

$$Ε_2=5 \cdot Ε \Longrightarrow$$

$$Ε_2=Ε+Ε_1 \Longrightarrow$$

$$ΒΓ^2=ΑΓ^2+ΑΒ^2 \Longrightarrow$$

Άρα η ΒΓ υποτείνουσα και η γωνία Α που είναι απέναντι της είναι ορθή .

β) Για τα τρίγωνα ΑΒΓ , ΒΔΗ. Έχουν παραπληρωματικές γωνίες ,τις γωνίες τους, τις Β .

Άρα $$\frac{(ΑΒΓ)}{(ΒΔΗ)} = \frac{ΑΒ \cdot ΒΓ}{ΒΗ \cdot ΒΔ} = \frac{ΑΒ \cdot ΒΓ}{ΑΒ \cdot ΒΓ} = 1$$, άρα (ΑΒΓ)=(ΒΔΗ) (μονάδες 3)

Για τα τρίγωνα ΑΒΓ , ΓΘΡ. Έχουν παραπληρωματικές γωνίες ,τις γωνίες Γ του καθενός .

Άρα $$\frac{(ΑΒΓ)}{(ΓΘΡ)} = \frac{ΑΓ \cdot ΓΒ}{ΓΘ \cdot ΓΡ} = \frac{ΑΒ \cdot ΒΓ}{ΑΓ \cdot ΒΓ} = 1$$, άρα (ΑΒΓ)=(ΓΘΡ) (μονάδες 3)

Ομοίως για τα ΑΒΓ , ΑΙΖ. (μονάδες 3)

γ) Έχω ,

$$(ΖΗΔΡΘΙ)=Ε+Ε_1+Ε_2+4\,(ΑΒΓ) \qquad \text{(μονάδες 3)}$$

$$(ΖΗΔΡΘΙ)=1+4+5+4\frac{1}{2}ΑΓ \cdot ΑΒ \qquad \text{(μονάδες 2)}$$

$$(ΖΗΔΡΘΙ)=1+4+5+2 \cdot 1 \cdot 2 \qquad \text{(μονάδες 1)}$$

$$(ΖΗΔΡΘΙ)=10+4$$

$$(ΖΗΔΡΘΙ)=14 \qquad \text{(μονάδες 1)}$$