

ΕΝΟΤΗΤΑ: Τελευταίο Φυλλάδιο Γεωμετρίας

12 Τελευταίες Ασκήσεις που θα γίνουν στην τάξη μας!

1. Να αποδείξετε ότι :

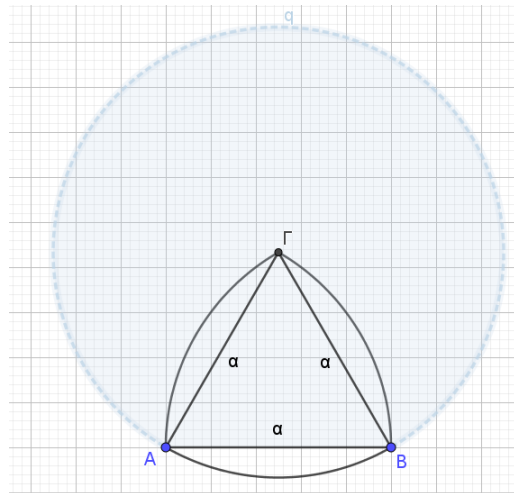
α) η περίμετρος του
μικτόγραμμου ΑΒΓ

ισούται με $\pi \cdot \alpha$ Μονάδες 9

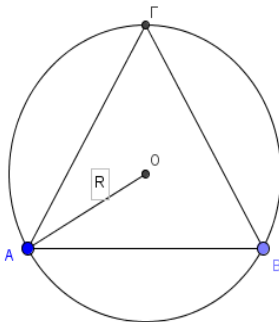
Έστω ότι $\alpha=1$.

β) Να αποδείξετε ότι το
εμβαδόν του μικτόγραμμου

ΑΒΓ.ισούται με $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$ τ.μ
Μονάδες 16



2. Σε κύκλο (O,R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά $AB=5$. Να υπολογιστούν :

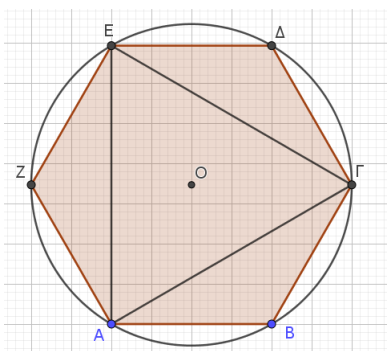


α) το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου
 (O,R) μονάδες 9

β) το εμβαδόν του ισοπλεύρου
τριγώνου ΑΒΓ μονάδες 9

γ) το εμβαδόν του χωρίου που
περικλείεται μεταξύ κύκλου και το
ισόπλευρου τριγώνου. μονάδες 7

3. Δίνεται κανονικό εξάγωνο ΑΒΓΔΕΖ και ισόπλευρο τρίγωνο ΑΓΕ.



Αν $AB=6$,

α) να υπολογιστεί η πλευρά ΑΓ του
τριγώνου.

Μονάδες 10

β) Να αποδειχθεί ότι το εμβαδόν του
εξαγώνου είναι διπλάσιο απ το εμβαδόν
του τριγώνου ΑΓΕ.

Μονάδες 15

4. (18557) Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ και ΓΔ, ώστε $AB > GD$. Από τις κορυφές Γ και Δ φέρουμε $GE \parallel AD$ και $DZ \parallel GB$, με Ε και Ζ σημεία στην πλευρά ΑΒ του τραpezίου.

α) Να συγκρίνετε τα εμβαδά των τετραπλεύρων ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ.

Μονάδες 9

β) Να εκφράσετε τις περιμέτρους των τετραπλεύρων ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ ως συνάρτηση των πλευρών του τραpezίου ΑΒΓΔ. Μονάδες 8

γ) Πώς θα πρέπει να κατασκευάσουμε το τραπέζιο ΑΒΓΔ ώστε τα τετράπλευρα ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ να έχουν ίσες περιμέτρους και ίσα εμβαδά;

Μονάδες 8

5. Μέσα σε χωράφι σχήματος τετραγώνου κατασκευάσαμε το μεγαλύτερο κυκλικό αλώνι που ήταν δυνατό και η ακτίνα του είναι 40μ.

α) Ποιο το μήκος της πλευράς του τετραγωνικού χωραφιού;

β) Ποια η αξία του χωραφιού αν στην περιοχή αυτή η γη κοστίζει 1000€ το στρέμμα.

γ) Πόσο είναι το εμβαδόν του χωραφιού που είναι έξω απ το κυκλικό αλώνι ;

Μονάδες (5 +5 +15)

6. (18566) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$.

Με πλευρά την υποτεινούσα ΒΓ και έξω από το τρίγωνο, γράφουμε το τετράγωνο ΒΓΔΕ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΑ προς το Α και παίρνουμε σημείο Ζ τέτοιο ώστε $BZ = BG$. Από τα σημεία Γ και Ζ φέρουμε παράλληλες προς τα τμήματα ΒΖ και ΒΓ αντίστοιχα, που τέμνονται στο σημείο Η.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο ΒΓΗΖ είναι ρόμβος και να βρείτε τις περιμέτρους του ρόμβου και του τετραγώνου. (Μονάδες 10)

β) Δίνονται οι ισχυρισμοί:

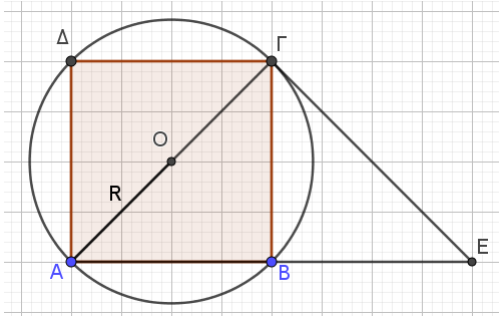
Ισχυρισμός 1: «Ο ρόμβος και το τετράγωνο αφού έχουν ίσες περιμέτρους, θα έχουν και ίσα εμβαδά».

Ισχυρισμός 2: «Ο ρόμβος έχει μικρότερο εμβαδό από το τετράγωνο και μάλιστα, όπως έχουν κατασκευαστεί τα δυο τετράπλευρα δεν γίνεται να είναι ποτέ ισεμβαδικά».

Εξετάστε ποιος από τους 2 παραπάνω ισχυρισμούς είναι σωστός και να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 15)

7. Δίνεται κύκλος (O, R) και $AB\Gamma\Delta$ εγγεγραμμένο τετράγωνο.

Προεκτείνουμε την AB κατά ίσο τμήμα BE . Να δείξετε ότι :



α) Το τρίγωνο $ΑΓΕ$ είναι
ισοσκελές ($ΑΓ=ΓΕ$).

β) Το ευθ. τμήμα $ΕΓ$ είναι
εφαπτόμενο τμήμα του κύκλου
 (O, R) στο σημείο $Γ$.

γ) Να υπολογιστεί το $(ΑΓΕ)$ ως
συνάρτηση του R .

Μονάδες (7+6+12)

8. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ με ορθή την γωνία A . Έστω $ΑΔ$
το ύψος του. Αν $ΑΒ=5$ και $ΑΓ=12$,

α) Να υπολογιστεί το μήκος της $ΒΓ$. Μονάδες 5

β) Να βρεθεί το εμβαδόν $(ΑΒΓ)$. Μονάδες 4

γ) Αφού υπολογίσετε τα μήκη των $ΒΔ$, $ΓΔ$, να εξηγήσετε γιατί
ισχύει $ΓΔ > ΒΔ$. Μονάδες 10

δ) Να αποδείξετε ότι $ΑΔ = \frac{60}{13}$ Μονάδες 6

9. (18564) Ο παππούς του Πέτρου έχει έναν κήπο σχήματος
ορθογωνίου και θέλει να φυτέψει στον μισό διάφορα λουλούδια
και στο υπόλοιπο γκαζόν. Λέει λοιπόν στον Πέτρο ότι έχει σκεφτεί
κάποιους απλούς τρόπους να τον χωρίσει σε δυο κομμάτια που να
έχουν το ίδιο εμβαδό.

α) Να σχεδιάσετε δυο (2) τρόπους με τους οποίους χωρίζεται ο
κήπος σε δυο κομμάτια ίδιου εμβαδού και να αιτιολογήσετε τις
επιλογές σας. Μονάδες 10

β) Ο Πέτρος προτείνει στον παππού του έναν δικό του τρόπο για
το χωρισμό. Για να ορίσει το κομμάτι που θα φυτευτεί με
λουλούδια χρησιμοποιεί τρεις πέτρες. Τοποθετεί την πρώτη
πέτρα σε ένα εσωτερικό σημείο της μιας πλευράς του κήπου και
τις άλλες δυο στις απέναντι κορυφές του ορθογωνίου. Δείχνει
στον παππού του το τρίγωνο που σχηματίζεται εξηγώντας του
πως είναι το μισό του κήπου. Προτείνει δε στον παππού του, το
τριγωνικό χωρίο που σχηματίζεται, να το μετακινήσει εκείνος σε
όποια θέση νομίζει καλύτερα μετακινώντας μόνο την πρώτη
πέτρα, χωρίς παρ' όλα αυτά να αλλάξει το εμβαδό του.

- i. Να σχεδιάσετε τον τρόπο που προτείνει ο Πέτρος και να αποδείξετε ότι, το εμβαδό του σχηματιζόμενου τριγωνικού χωρίου είναι το μισό του κήπου. **Μονάδες 8**
- ii. Τι εννοεί ο Πέτρος λέγοντας ότι «το τριγωνικό χωρίο μπορεί να μετακινηθεί όταν αλλάζει θέση της πρώτης πέτρα σε εσωτερικό σημείο της πλευράς του κήπου και παρ' όλα αυτά δεν αλλάζει το εμβαδό του»; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 7**

10. Δίνεται τρίγωνο με πλευρές $\alpha=8$, $\beta=5$ και $\gamma=10$.

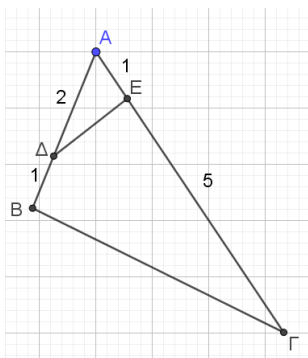
α) Να αποδείξετε ότι είναι αμβλυγώνιο. Ποια είναι η αμβλεία γωνία; Αιτιολογήστε την απάντησή σας **Μονάδες 12**

β) Έστω $A\Delta$ η προβολή της $A\Gamma$ στην AB . Να αποδείξετε ότι

$$A\Delta = \frac{61}{20}$$

Μονάδες 13

11. Στο παρακάτω σχήμα είναι $A\Delta=2$, $A\Gamma=5$, $BE=1$, $BF=1$.



α) Να αποδείξετε ότι τα $\triangle ADE$ και $\triangle ABG$ είναι όμοια. **Μονάδες 6**

β) Να γραφεί η ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών. Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δυο τριγώνων; **Μονάδες 10**

γ) Αν το μήκος της $DE = \frac{5}{3}$, να υπολογιστεί το μήκος της BG . **Μονάδες 9**

12. (18553) Δίνεται τετράγωνο με πλευρά α και σημείο Σ στην προέκταση της πλευράς AB προς το B τέτοιο ώστε $B\Sigma = AB$.

α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α :

i. Το εμβαδό του τριγώνου $\Sigma\Delta\Gamma$. **Μονάδες 5**

ii. Το μήκος της πλευράς $\Sigma\Gamma$ του τριγώνου $\Sigma\Delta\Gamma$. **Μονάδες 5**

β) Θεωρούμε τυχαίο σημείο Σ' στην προέκταση της πλευράς AB προς το B τέτοιο ώστε $B\Sigma' > B\Sigma$. Να συγκρίνετε αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας:

i. Το εμβαδό του τριγώνου $\Sigma'\Delta\Gamma$ με το εμβαδό του τριγώνου $\Sigma\Delta\Gamma$. **Μονάδες 5**

ii. Το μήκος της πλευράς $\Sigma'\Gamma$ με το μήκος της πλευράς $\Sigma\Gamma$ των τριγώνων $\Sigma'\Delta\Gamma$ και $\Sigma\Delta\Gamma$ αντίστοιχα.

iii. Τις αποστάσεις του σημείου Δ από τις ευθείες $\Sigma\Gamma$ και $\Sigma'\Gamma$. **Μονάδες 5+5**