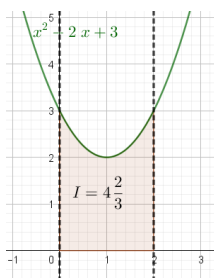


ΕΝΟΤΗΤΑ : Παράγραφος 3.7-Εμβαδόν Επίπεδου Χωρίου

Οι ασκήσεις εδώ χωρίζονται στις εξής κατηγορίες :

1. Εμβαδόν χωρίου που περικλείεται απ την C_f , τον xx' και τις ευθείες $x=a$ και $x=b$.

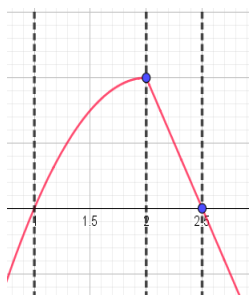
❖ Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται απ την $f(x)=x^2-2x+3$ και τις ευθείες $x=0$, $x=2$ και τον xx' .



❖ Άλλες Ασκήσεις σε αυτή την κατηγορία είναι οι, 2 Α' ομάδας και 2 Β' ομάδας σελίδας 231.

2. Εμβαδόν χωρίου που περικλείεται απ την C_f και τον xx' .

❖ Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 3, & x < 2 \\ -2x + 5, & x \geq 2 \end{cases}$ και τον xx' .



$$E = \int_1^{2.5} f(x) dx =$$

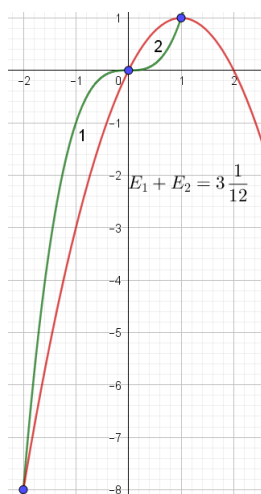
$$= \int_1^2 f(x) dx + \int_2^{2.5} f(x) dx$$

$$= \left[\frac{-x^3}{3} + 2x^2 - 3x \right]_1^2 + \left[-x^2 + 5x \right]_2^{2.5} = \dots = \frac{11}{12} \tau.μ$$

❖ Άλλες Ασκήσεις, 3Α' ομάδας σελίδας 231.

3. Εμβαδόν χωρίου που περικλείεται απ τις C_f, C_g .

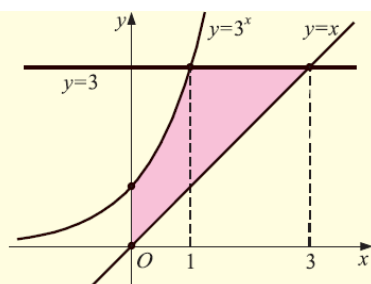
- ❖ Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται απ τις γραφικές παραστάσεις $f(x)=x^3$ και $g(x)=2x-x^2$.



- ❖ Άλλες Ασκήσεις, 5 Α' ομάδας και 1,4 Β' ομάδας σελίδες 231-232.

4. Εμβαδόν χωρίου που περικλείεται απ τις C_f, C_g, C_h .

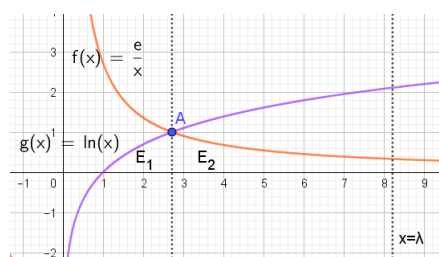
6. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου του διπλανού σχήματος.



- ❖ Άλλες Ασκήσεις, 5i), 8, 10 Β' ομάδας σελίδες 232-233

5. Εμβαδόν χωρίου που περικλείεται απ την C_f , τον $x\lambda'$ και την ευθεία $x=\lambda$. Κατόπιν ζητείται και κάποιο όριο σχετικό με την παράμετρο λ .

- ❖ Ασκήσεις 5ii) Β' ομάδας και 9 Γ' ομάδας σελίδες 232, 235.

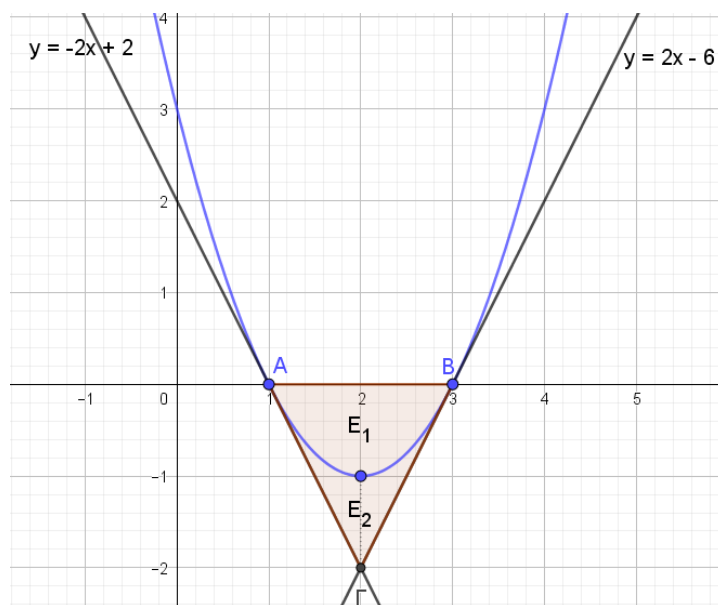


6. Ασκήσεις που αναφέρονται σε χωρισμό χωρίου. Ζητείται συνήθως απόδειξη ή εύρεση ευθείας (ισοεμβαδικά χωρία).

❖ Έστω $f(x)=(x-1)(x-3)$.

i. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της C_f στα σημεία A,B που η C_f τέμνει τον άξονα xx' .

ii. Αν Γ είναι το σημείο τομής των εφαπτομένων, να αποδείξετε ότι η C_f χωρίζει το τρίγωνο ABΓ σε δυο χωρία που ο λόγος των εμβαδών τους είναι $\frac{2}{1}$.



❖ Άλλες Ασκήσεις σε αυτήν τη κατηγορία είναι, 9 Β' ομάδας και 8 Γ' ομάδας σελίδες 233,235.



Η Θεωρία της Παραγράφου

- $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta] \Rightarrow \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq 0$, $E(\Omega) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$
- $f(x) \leq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta] \Rightarrow \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \leq 0$, $E(\Omega) = - \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$

$$\text{Γενικά, } E(\Omega) = \int_{\alpha}^{\beta} |f(x)| dx$$

Έστω f, g δυο συνεχείς συναρτήσεις στο διάστημα $[\alpha, \beta]$

- Αν $f(x) \geq g(x)$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε θα ισχύει:
 $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx \Rightarrow \int_{\alpha}^{\beta} (f(x) - g(x)) dx \geq 0$ και το εμβαδόν του χωρίου μεταξύ των γραφικών παραστάσεων f, g είναι :

$$E(\Omega) = \int_{\alpha}^{\beta} (f(x) - g(x)) dx$$

- Αν $f(x) \leq g(x)$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε θα ισχύει :
 $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \leq \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx \Rightarrow \int_{\alpha}^{\beta} (f(x) - g(x)) dx \leq 0$ και το εμβαδόν του χωρίου μεταξύ των γραφικών παραστάσεων f, g είναι :

$$E(\Omega) = - \int_{\alpha}^{\beta} (f(x) - g(x)) dx$$

$$\text{Γενικά, } E(\Omega) = \int_{\alpha}^{\beta} |f(x) - g(x)| dx$$

