

ΕΝΟΤΗΤΑ : ΜΕΘΟΔΟΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ

ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_{\alpha}^{\beta} - \int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx$$

Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα :

i. $\int_0^1 e^{-x} \cdot x^2 dx$ ii. $\int_1^e \ln x \cdot x^3 dx$ iii. $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$

[Απ. i. $2 - \frac{5}{e}$ ii. $\frac{1}{16}(1 + 3e^4)$ iii. $\frac{e-2}{e}$]

Μέθοδος Αντικατάστασης

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(g(x))g'(x)dx \stackrel{\substack{u=g(x) \\ du=g'(x)dx \\ u_1=g(\alpha), u_2=g(\beta)}}{\cong} \int_{u_1}^{u_2} f(u)du$$

1. Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα.

α) $\int_0^1 x \ln(9 + x^2) dx$

β) $\int_1^e x \ln(1 + x^2) dx$

γ) $\int_4^6 \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx$

δ) $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}} dx$

ε) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1} dx$

στ) $\int_0^1 \eta\mu(e^x) \cdot e^x dx$

2. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f: [1,3] \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει :

$$\int_1^3 f^2(x)dx = 6 \int_1^3 xf(x)dx - 78$$

α) Να αποδειχθεί ότι : $\int_1^3 9x^2 dx = 78$

β) Να βρεθεί ο τύπος της f .

ΠΙΝΑΚΑΣ ΒΑΣΙΚΩΝ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΩΝ Ι

$\int_{\alpha}^{\beta} c dx = [cx]_{\alpha}^{\beta} = c \cdot \beta - c \cdot \alpha$	$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = [\ln x]_{\alpha}^{\beta}, \alpha \cdot \beta > 0$
$\int_{\alpha}^{\beta} \eta \mu x dx = [-\sigma \upsilon \nu x]_{\alpha}^{\beta}$	$\int_{\alpha}^{\beta} \sigma \upsilon \nu x dx = [\eta \mu x]_{\alpha}^{\beta}$
$\int_{\alpha}^{\beta} x^{\kappa} dx = [\frac{x^{\kappa+1}}{\kappa+1}]_{\alpha}^{\beta}, \kappa \neq -1$	$\int_{\alpha}^{\beta} e^x dx = [e^x]_{\alpha}^{\beta}$
$\int_{\kappa}^{\lambda} \alpha^x dx = [\frac{\alpha^x}{\ln \alpha}]_{\kappa}^{\lambda}, \alpha > 0$	$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sigma \upsilon \nu^2 x} dx = [\varepsilon \varphi x]_{\alpha}^{\beta}$
$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\eta \mu^2 x} dx = [-\sigma \varphi x]_{\alpha}^{\beta}$	$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{x}} dx = [2\sqrt{x}]_{\alpha}^{\beta}$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΒΑΣΙΚΩΝ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΙΙ

$\int_{\alpha}^{\beta} v f^{v-1}(x) f'(x) dx = [f^v(x)]_{\alpha}^{\beta}$	$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{f'(x)}{f(x)} dx = [\ln f(x)]_{\alpha}^{\beta}$
$\int_{\alpha}^{\beta} \eta \mu f(x) f'(x) dx = [-\sigma \upsilon \nu f(x)]_{\alpha}^{\beta}$	$\int_{\alpha}^{\beta} \sigma \upsilon \nu f(x) f'(x) dx = [\eta \mu f(x)]_{\alpha}^{\beta}$
$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = [-\frac{1}{f(x)}]_{\alpha}^{\beta}$	$\int_{\alpha}^{\beta} e^{f(x)} f'(x) dx = [e^{f(x)}]_{\alpha}^{\beta}$
$\int_{\kappa}^{\lambda} \alpha^{f(x)} \cdot f'(x) dx = [\frac{\alpha^{f(x)}}{\ln \alpha}]_{\kappa}^{\lambda}, 0 < \alpha \neq 1$	$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{f'(x)}{\sigma \upsilon \nu^2 f(x)} dx = [\varepsilon \varphi f(x)]_{\alpha}^{\beta}$
$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{f'(x)}{\eta \mu^2 f(x)} dx = [-\sigma \varphi f(x)]_{\alpha}^{\beta}$	$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} dx = [\sqrt{f(x)}]_{\alpha}^{\beta}$