

Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟ – Σχολικό έτος 21-22

ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ - Ωριαίο Διαγώνισμα Α΄ Τετραμήνου

Όνοματεπώνυμο :

Βαθμός : / 20

Διάρκεια Διαγωνίσματος : 40 λεπτά

ΘΕΜΑ 1^ο

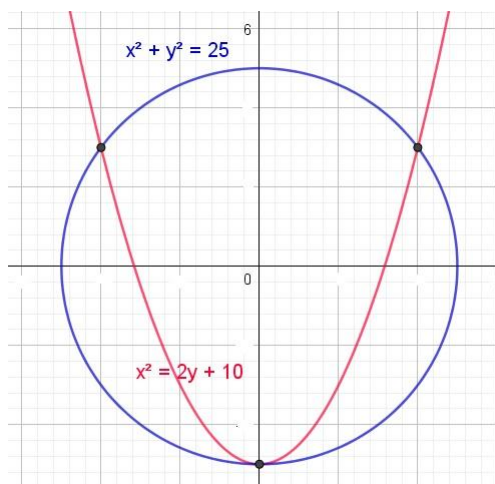
3 μονάδες

Χαρακτηρίστε τις προτάσεις.

1. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη και η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(1,2)$ και $B(2,5)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα.	
2. Η συνάρτηση $f(x) = x $ είναι άρτια.	
3. Αν σε ένα γραμμικό σύστημα είναι $D = 0$, τότε το σύστημα είναι κατ' ανάγκη αδύνατο.	
4. Η συνάρτηση $g(x) = x^2$ με πεδίο ορισμού το $[-1,2]$ είναι άρτια.	
5. Μια συνάρτηση λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της όταν για οποιαδήποτε x_1, x_2 του Δ με $x_1 < x_2$ ισχύει : $f(x_1) < f(x_2)$	
6. Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο όταν: $f(x) \geq f(x_0)$, για κάθε $x \in A$.	

ΘΕΜΑ 2^ο

6 μονάδες



Δίνονται οι καμπύλες $x^2 + y^2 = 25$ και $x^2 = 2y + 10$, όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

Να βρεθούν τα σημεία τομής τους.

ΘΕΜΑ 3^ο

3 μονάδες

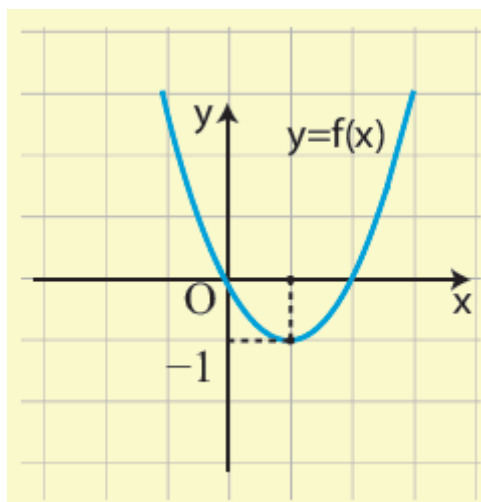
Δημιουργήστε ένα σύστημα που να λύνει το παρακάτω πρόβλημα και λύστε το.

«Ο Δήμος Εξαπλατάνου (δεν υπάρχει πλέον) είχε συνολικά 15 λεωφορεία των 10 και 20 επιβατών αντίστοιχα. Αν στα λεωφορεία του δήμου συνολικά χωρούσαν 250 επιβάτες, πόσα λεωφορεία ήταν τα 10θέσια και πόσα τα 20θέσια ;»

ΘΕΜΑ 4^ο

8 μονάδες (α :2 , β :1 , γ :1 , δ :3 , ε :1)

Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



α) να γραφούν τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα και γνησίως φθίνουσα.

β) παρουσιάζει ολικό ακρότατο ; Αν ναι, ποιο το είδος του, σε ποια θέση και ποια η τιμή του.

γ) Είναι η f συνάρτηση άρτια; Αιτιολογήστε.

δ) Αν ο τύπος της f είναι $f(x) = x^2 - 2x$, να βρεθούν τα p , q ώστε να γράφεται στη μορφή $f(x) = (x-p)^2 + q$ και στη συνέχεια να βρείτε με ποια οριζόντια και ποια κατακόρυφη μετατόπιση η γραφική παράσταση της $g(x) = x^2$ θα συμπέσει με την συνάρτηση $f(x)$.

ε) στο ίδιο σύστημα αξόνων σχεδιάστε την $h(x) = f(x+3) + 2$.

Καλή Επιτυχία !

Ενδεικτικές Λύσεις!

ΘΕΜΑ 1^ο

3 μονάδες

1. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη και η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(1,2)$ και $B(2,5)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα.	Σ
2. Η συνάρτηση $f(x) = x $ είναι άρτια.	Σ
3. Αν σε ένα γραμμικό σύστημα είναι $D = 0$, τότε το σύστημα είναι κατ' ανάγκη αδύνατο.	Λ
4. Η συνάρτηση $g(x) = x^2$ με πεδίο ορισμού το $[-1,2]$ είναι άρτια.	Λ
5. Μια συνάρτηση λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της όταν για οποιαδήποτε x_1, x_2 του Δ με $x_1 < x_2$ ισχύει: $f(x_1) < f(x_2)$	Λ
6. Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο όταν: $f(x) \geq f(x_0)$, για κάθε $x \in A$.	Σ

ΘΕΜΑ 2^ο

6 μονάδες

Λύνω το σύστημα με τη μέθοδο της αντικατάστασης.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 = 2y + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y + 10 + y^2 = 25 \\ x^2 = 2y + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 2y - 15 = 0 \\ x^2 = 2y + 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = 3, y_2 = -5 \\ x^2 = 2y + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 3 \\ x^2 = 16 \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} y_2 = -5 \\ x^2 = 0 \end{cases}$$

Τα σημεία τομής είναι τα $(4,3)$, $(-4,3)$ και $(0,-5)$

ΘΕΜΑ 3^ο

3 μονάδες

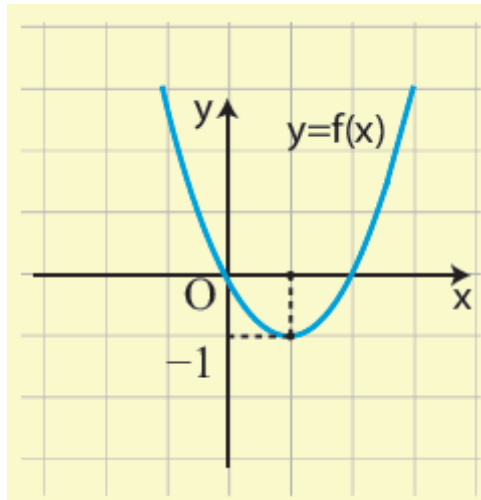
Το σύστημα είναι το: $\begin{cases} x + y = 15 \\ 10x + 20y = 250 \end{cases}$ όπου x : τα λεωφορεία των 10 θέσεων και y : τα λεωφορεία των 20 θέσεων.

Η λύση του είναι $(5,10)$. Άρα 5 «10θέσια» και 10 «20θέσια».

ΘΕΜΑ 4^ο

8 μονάδες (α:2, β:1, γ:1, δ:3, ε:1)

Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



α) είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 1]$ και γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$.

β) Παρουσιάζει ολικό ελάχιστο, στη θέση $x=1$ με τιμή $y = -1$.

γ) Δεν είναι η f άρτια. Δεν είναι συμμετρική ως προς τον yy' ή ακόμη καλύτερα $0 \neq 2$ και $f(0) = f(2) = 0$

δ) θέλω να βρω τα p, q . Είναι, $f(x) = x^2 - 2px + p^2 + q$

Όμως $f(x) = x^2 - 2x$, άρα $-2p = -2$ και $p^2 + q = 0$

Συνεπώς $p = 1$ και $q = -1$ και στη συνέχεια η γραφική παράσταση της $g(x) = x^2$ με οριζόντια μετατόπιση, 1 θέση δεξιά και κατακόρυφη μετατόπιση, 1 θέση κάτω συμπίπτει με την $f(x)$.

ε)

