

## ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

### Ωριαίο Διαγώνισμα Α΄ Τετραμήνου

Όνοματεπώνυμο : ..... Βαθμός : ..... / 20

#### ΘΕΜΑ 1 5 Μονάδες

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις. (Αληθής-Ψευδής)

1.	Αν $ x  \geq -2$ , τότε η ανίσωση είναι αδύνατη στους πραγματικούς αριθμούς.	
2.	Αν $\alpha + \gamma = \beta + \delta$ , τότε πάντα ισχύει $\alpha = \beta$ και $\gamma = \delta$ .	
3.	$ \alpha  < \alpha$ , για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ .	
4.	$ \alpha  = -\alpha$ , για κάθε $\alpha > 0$	
5.	$\sqrt{5} = 5$	
6.	$\alpha \cdot \beta = 6 \Leftrightarrow \alpha = 6$ ή $\beta = 6$	
7.	$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$	
8.	$3\sqrt{3} + 4 = 7\sqrt{3}$	
9.	$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .	
10.	$\alpha +  \alpha  \geq 0$ , για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ .	

#### ΘΕΜΑ 2 2 Μονάδες

Ένας μαθητής έγραψε την παρακάτω λύση.

$$\alpha < -1$$

$$\alpha^2 < -\alpha$$

$$\frac{1}{\alpha^2} > \frac{-1}{\alpha}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} > 0$$

$$\frac{1}{\alpha} > 0$$

$$\text{Άρα } \alpha > 0$$

Προφανώς έχει κάνει λάθος ! Δεν μπορεί  $a < -1$  και στο τέλος  $a > 0$ .  
Πόσα λάθη έχει κάνει ο συγκεκριμένος μαθητής. Εξηγήστε όσο πιο καλά μπορείτε.

**ΘΕΜΑ 3** ι) 2 Μ , ιι) 3 Μ

Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις  $B = |x-1|$  και  $\Gamma = |x+2|$ .

ι) Αν  $-2 < x < 1$  , να γράψετε την παράσταση  $B+\Gamma$  χωρίς απόλυτα.

ιι) Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων :  $B \leq 1$  και  $\Gamma \geq 1$

**ΘΕΜΑ 4** ι) 2 Μ , ιι) 2 Μ

Δίνεται η αλγεβρική παράσταση

$$\Delta = (\sqrt{x-5} + \sqrt{x-3}) \cdot (\sqrt{x-5} - \sqrt{x-3})$$

ι) Για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η  $\Delta$  ; Αιτιολογήστε.

ιι) Να αποδείξετε ότι  $\Delta = -2$

**ΘΕΜΑ 5** ι) 2 Μ , ιι) 2 Μ

Αν  $2 < y < \frac{5}{2}$  και  $\frac{1}{2} < x < 1$  ,

ι) να βρεθεί μεταξύ ποιων τιμών είναι η παράσταση  $\frac{y}{x}$  .

ιι) Να αποδείξετε ότι  $x^2 < x$

καλή επιτυχία.

Διάρκεια 40 λεπτά

Εξαπλάτανος, 8/12/21

Ο Εισηγητής

  
Ιωάννης Χ. Κατούρας

## Ωριαίο Διαγώνισμα Α' Τετραμήνου Ενδεικτικές Λύσεις

### ΘΕΜΑ 1

5 Μονάδες

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις. (Αληθής-Ψευδής)

1.	Αν $ x  \geq -2$ , τότε η ανίσωση είναι αδύνατη στους πραγματικούς αριθμούς.	Ψ
2.	Αν $\alpha + \gamma = \beta + \delta$ , τότε πάντα ισχύει $\alpha = \beta$ και $\gamma = \delta$ .	Ψ
3.	$ \alpha  < \alpha$ , για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ .	Ψ
4.	$ \alpha  = -\alpha$ , για κάθε $\alpha > 0$	Ψ
5.	$\sqrt{5} = 5$	Ψ
6.	$\alpha \cdot \beta = 6 \Leftrightarrow \alpha = 6$ ή $\beta = 6$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .	Ψ
7.	$\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$	Ψ
8.	$3\sqrt{3} + 4 = 7\sqrt{3}$	Ψ
9.	$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .	Ψ
10.	$\alpha +  \alpha  \geq 0$ , για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ .	Α

### ΘΕΜΑ 2

2 Μονάδες

Ο μαθητής έχει κάνει 2 λάθη.

$$\alpha < -1$$

$$\alpha^2 < -\alpha$$

**πολλαπλασιάζει με το  $\alpha$  που είναι αρνητικός και δεν αλλάζει φορά!**

$$\frac{1}{\alpha^2} > \frac{-1}{\alpha}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} > 0$$

**Θεωρεί ότι αν  $\alpha + \beta > 0$  τότε  $\alpha > 0$  και  $\beta > 0$  που δεν ισχύει για π. χ**

**$5 + (-3) > 0$  το άθροισμα θετικό αλλά δεν είναι το  $-3 > 0$**

$$\frac{1}{\alpha} > 0$$

Άρα  $\alpha > 0$

**ΘΕΜΑ 3** ι)2Μ , ιι)3 Μ

Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις  $B = |x-1|$  και  $\Gamma = |x+2|$ .

ι) Αν  $-2 < x < 1$ , να γράψετε την παράσταση  $B+\Gamma$  χωρίς απόλυτα.

**Λύση**

- $-2 < x$ , άρα  $x+2 > 0$  οπότε  $|x+2| = x+2$
- $x < 1$ , άρα  $x-1 < 0$ , οπότε  $|x-1| = -(x-1)$

Έχω,  $B + \Gamma = |x-1| + |x+2| = -(x-1) + x+2 = -x+1+x+2 = 3$

ιι) Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων :  $B \leq 1$  και  $\Gamma \geq 1$

**Λύση**

$$|x-1| \leq 1 \Leftrightarrow -1 < x-1 < 1 \Leftrightarrow -1+1 < x < 1+1 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

$$|x+2| \geq 1 \Leftrightarrow x+2 \geq 1 \text{ ή } x+2 \leq -1 \Leftrightarrow x \geq -1 \text{ ή } x \leq -3$$

Κοινές λύσεις των δυο ανισώσεων  $x \in (0,2)$

**ΘΕΜΑ 4** ι)2Μ , ιι)2 Μ

Δίνεται η αλγεβρική παράσταση

$$\Delta = (\sqrt{x-5} + \sqrt{x-3}) \cdot (\sqrt{x-5} - \sqrt{x-3})$$

ι) Για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η  $\Delta$ ; Αιτιολογήστε.

**Λύση**

Πρέπει  $x-5 \geq 0$  και  $x-3 \geq 0$

$$x \geq 5 \text{ και } x \geq 3$$

Άρα  $x \geq 5$

υ) Να αποδείξετε ότι  $\Delta = -2$

**Λύση**

$$\Delta = (\sqrt{x-5} + \sqrt{x-3}) \cdot (\sqrt{x-5} - \sqrt{x-3})$$

$$\Delta = (\sqrt{x-5})^2 - (\sqrt{x-3})^2$$

$$\Delta = x - 5 - (x-3)$$

$$\Delta = x - 5 - x + 3$$

$$\Delta = -2$$

**ΘΕΜΑ 5** ι) 2 Μ, υ) 2 Μ

Αν  $2 < y < \frac{5}{2}$  και  $\frac{1}{2} < x < 1$ ,

ι) να βρεθεί μεταξύ ποιων τιμών είναι η παράσταση  $\frac{y}{x}$ .

**Λύση**

$$\frac{1}{2} < x < 1 \Leftrightarrow 2 > \frac{1}{x} > 1 \Leftrightarrow 1 < \frac{1}{x} < 2$$

$$\text{Επίσης, } 2 < y < \frac{5}{2}$$

Όλοι θετικοί και τις πολλαπλασιάζω κατά μέλη και έχω :

$$2 < \frac{y}{x} < 5$$

υ) Να αποδείξετε ότι  $x^2 < x$

**Λύση**

Παίρνω τη διαφορά,  $x^2 - x = x(x-1) < 0$

Γιατί,  $x > 0$ ,  $x < 1 \Leftrightarrow x - 1 < 0$

Άρα  $x^2 - x < 0 \Leftrightarrow x^2 < x$

