ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Κεφάλαιο 3

Κριτήρια Ισότητας Τριγώνων

1. **Αν** δυο τρίγωνα έχουν δυο πλευρές ίσες μια προς μια και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες , **τότε** είναι ίσα. (ΠΓΠ)
2. **Αν** δυο τρίγωνα έχουν μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μια προς μια, **τότε** τα τρίγωνα είναι ίσα. (ΓΠΓ)
3. **Αν** δυο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μια προς μια , **τότε** τα τρίγωνα είναι ίσα. (ΠΠΠ)

Κριτήρια Ισότητας Ορθογωνίων Τριγώνων

Δυο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα , όταν έχουν :

- **Δυο** ομόλογες πλευρές (κάθετη-κάθετη , υποτείνουσα-υποτείνουσα) τους ίσες μια προς μια. (ΠΠ)
- **Μια** πλευρά (κάθετη-κάθετη , υποτείνουσα-υποτείνουσα) και την **προσκείμενη** σε αυτή οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μια προς μια. (ΠΓ)

Ισοσκελές Τρίγωνο

Σε **κάθε** ισοσκελές τρίγωνο :

- οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι ίσες.
- Η διχοτόμος της γωνίας της κορυφής είναι διάμεσος και ύψος.
- Η διάμεσος της γωνίας της κορυφής είναι διχοτόμος και ύψος.
- Το ύψος της γωνίας της κορυφής είναι διάμεσος και διχοτόμος.

Ισόπλευρο Τρίγωνο

Οι γωνίες ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.

Μεσοκάθετος

- **Κάθε** σημείο της **μεσοκαθέτου** ενός ευθυγράμμου τμήματος, ισαπέχει απ τα άκρα του.
- **Κάθε** σημείο **που ισαπέχει** απ τα άκρα ενός τμήματος, ανήκει στη μεσοκάθετο του.

Μοναδικότητα Καθέτου

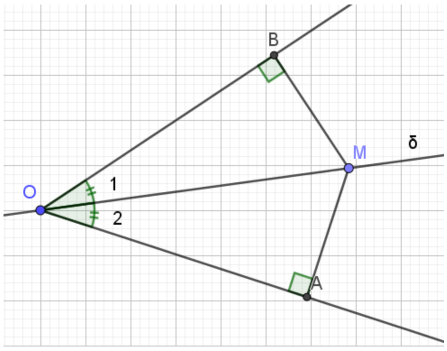
Από σημείο εκτός ευθείας διέρχεται μοναδική κάθετος στην ευθεία.

<u>Διχοτόμος Γωνίας</u>

<u>ΕΥΘΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ</u>

Κάθε σημείο Μ της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει απ τις πλευρές της γωνίας .

(Μ σημείο της διχοτόμου ⇒ ΜΒ = ΜΑ)



<u>ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ</u>

Αν Μ εσωτερικό σημείο της γωνίας ΒΟΑ και ΜΒ = ΜΑ ⇒ Μ σημείο της διχοτόμου της γωνίας ΒΟΑ.

<u>Χορδές –Τόξα – Αποστήματα (Ορισμοί)</u>

- **Χορδή** ,είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ορίζεται από δυο σημεία ενός τόξου.
- **Διάμετρος ,** είναι η χορδή που διέρχεται απ το κέντρο του κύκλου.
- **Κάθε χορδή είναι μικρότερη ή ίση της διαμέτρου.**
- **Τόξο ,** είναι καθένα από τα μέρη που χωρίζεται ο κύκλος από δυο σημεία του.
- **Απόστημα ,** ονομάζεται το μοναδικό κάθετο τμήμα που άγεται απ το κέντρο του κύκλου προς μια χορδή του.
- **Δυο κύκλοι λέγονται ίσοι ,** αν και μόνο αν έχουν ίσες ακτίνες.
- **Το μέσο ενός τόξου είναι μοναδικό.**

<u>Χορδές –Τόξα – Αποστήματα (Θεωρήματα)</u>

- Δυο τόξα ενός κύκλου είναι ίσα, αν και μόνο αν οι επίκεντρες γωνίες που βαίνουν σε αυτά είναι ίσες.

- **Αν** δυο τόξα ενός κύκλου είναι ίσα, **τότε** είναι και οι χορδές τους ίσες.
- **Αν** οι χορδές δυο τόξων ενός κύκλου , μικρότερων του ημικυκλιου, είναι ίσες, **τότε** τα τόξα είναι ίσα.
- **Αν** οι χορδές δυο τόξων ενός κύκλου , μεγαλύτερων του ημικυκλιου, είναι ίσες, **τότε** τα τόξα είναι ίσα.
- Η κάθετος που φέρεται από το κέντρο ενός κύκλου προς μια χορδή του , διχοτομεί τη χορδή και το αντίστοιχο τόξο της.
- Δυο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες αν και μόνο αν τα αποστήματα είναι ίσα.

<u>Γεωμετρικοί Τόποι (γ.τ)</u>

Γ.τ λέγεται το σύνολο των σημείων , που έχουν μια (κοινή) χαρακτηριστική ιδιότητα.

- <u>Κύκλος :</u> όλα τα σημεία του και μόνον αυτά ισαπέχουν από ένα σταθερό σημείο (κέντρο του).
- <u>Μεσοκάθετος :</u> όλα τα σημεία της και μόνον αυτά ισαπέχουν απ τα άκρα του τμήματος.
- <u>Διχοτόμος :</u> όλα τα σημεία της και μόνο αυτά ισαπέχουν απ τις πλευρές της γωνίας.

<u>Σχέση Εξωτερικής Γωνίας και απέναντι Εσωτερικής.</u>

- **Κάθε** εξωτερική γωνία ενός τριγώνου *(δηλαδή η παραπληρωματική της εσωτερικής)* είναι μεγαλύτερη από καθεμια απ τις απέναντι γωνίες του τριγώνου. ($\widehat{A_{\varepsilon\xi}} > \widehat{B}$ και $\widehat{A_{\varepsilon\xi}} > \widehat{\Gamma}$) . Στο **Κεφάλαιο 4** θα αποδείξουμε ότι : $\widehat{A_{\varepsilon\xi}} = \widehat{B} + \widehat{\Gamma}$
- Κάθε τρίγωνο έχει το πολύ μια ορθή ή αμβλεία. *(Αν δεν ίσχυε, η εξωτερική πόσες μοίρες θα ήταν ;)*
- Το άθροισμα **δυο γωνιών** κάθε τριγώνου είναι μικρότερο των 180^0.

<u>Ανισοτικές σχέσεις πλευρών και γωνιών</u>

Σε **κάθε** τρίγωνο απέναντι από άνισες πλευρές βρίσκονται όμοια άνισες γωνίες και αντίστροφα. Για π.χ $\beta > \gamma \Leftrightarrow \widehat{B} > \widehat{\Gamma}$

<u>Τριγωνική Ανισότητα</u>

Κάθε πλευρά τριγώνου είναι μικρότερη απ το άθροισμα των δυο άλλων και μεγαλύτερη απ τη διαφορά τους.

- $|\beta - \gamma| < \alpha < \beta + \gamma$
- $|\beta - \alpha| < \gamma < \alpha + \beta$
- $|\alpha - \gamma| < \beta < \alpha + \gamma$

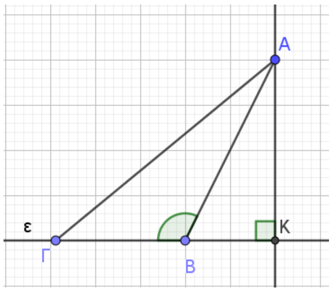
<u>Κάθετες και Πλάγιες</u>

<u>ΘΕΩΡΗΜΑ Ι</u>

Αν $AB = A\Gamma$ ίσα πλάγια τμήματα $\Leftrightarrow$ τα ίχνη τους ισαπέχουν απ το ίχνος της καθέτου.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΙ

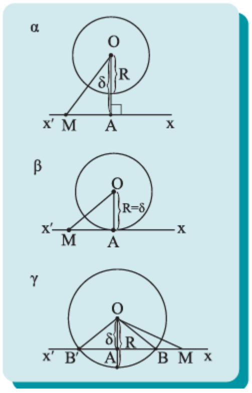
Έστω Α σημείο εκτός ευθείας (ε) και ΑΚ κάθετο τμήμα στην (ε) και ΑΒ πλάγιο τμήμα στην (ε). Ισχύουν :



- $AK < AB$
- Αν ΑΓ επίσης πλάγιο τμήμα , τότε ισχύει :
  $A\Gamma > AB \Leftrightarrow \Gamma K > BK$

Σχετικές Θέσεις Ευθείας-Κύκλου

Έστω Κύκλος (Ο,R) και ευθεία xx΄ . Ονομάζουμε δ την απόσταση του Ο απ την ευθεία xx΄. Μεταξύ του δ και R ισχύει μια απ τις σχέσεις :



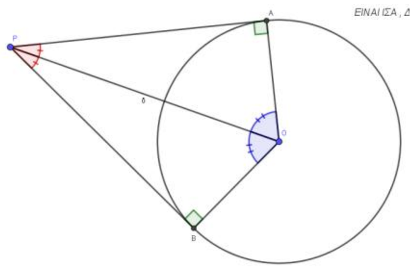
- $\delta > R$, η xx΄ εξωτερική του κύκλου.
- $\delta = R$, η xx΄ εφαπτομένη του κύκλου.
- $\delta < R$, η xx΄ τέμνουσα του κύκλου.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Μια ευθεία και ένας κύκλος έχουν **το πολύ** δυο κοινά σημεία.

Εφαπτόμενα Τμήματα

Τα PA , PB , εφαπτόμενα τμήματα που άγονται απ΄το σημείο P εκτός κύκλου είναι ίσα.



ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ

- Το PO (διακεντρικό τμήμα) είναι μεσοκάθετος της χορδής ΑΒ.
- Το PO είναι διχοτόμος των γωνιών P και O.

Σχετικές Θέσεις δυο Κύκλων

Έστω οι κύκλοι (Κ,R) και (Λ,ρ) και $\delta = ΚΛ$ η διάκεντρος.

- $\delta = R + \rho \Leftrightarrow$ οι κύκλοι εφάπτονται ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ
- $\delta = R - \rho \Leftrightarrow$ οι κύκλοι εφάπτονται ΕΣΩΤΕΡΙΚΑ
- $R - \rho < \delta < R + \rho \Leftrightarrow$ οι κύκλοι τέμνονται.
- $\delta > R + \rho \Leftrightarrow$ ο ένας είναι Εξωτερικός του άλλου.
- $\delta < R - \rho \Leftrightarrow$ ο (Λ,ρ) είναι εσωτερικός του (Κ, R)

Θεώρημα

«Η διάκεντρος δυο τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής τους.»

- Αν οι τεμνόμενοι κύκλοι είναι ίσοι , δηλαδή με ίσες ακτίνες , τότε η κοινή χορδή είναι μεσοκάθετος της διακέντρου (ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ Σχολικού βιβλίου)

Κεφάλαιο 4

Θεώρημα

Αν δυο ευθείες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν δυο εντός εναλλάξ γωνίες ίσες, **τότε** οι ευθείες είναι παράλληλες. (δυο εντός εναλλάξ ίσες $\Longrightarrow \varepsilon_1 // \varepsilon_2$)

Πρόταση Ι (αντίστροφο του Θεωρήματος)

Αν δυο παράλληλες ευθείες ε_1 , ε_2 τέμνονται από τρίτη , σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες. ($\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Longrightarrow$ οι εντός εναλλάξ ίσες)

Πόρισμα Ι

Αν δυο ευθείες ε_1 , ε_2 τέμνονται από τρίτη ευθεία και σχηματίζουν δυο εντός , εκτός και επι τα αυτά μέρη γωνίες ίσες **ή** δυο εντός και επι τα αυτά μέρη παραπληρωματικές , **τότε** είναι παράλληλες.

Πόρισμα (Αντίστροφη του Πορίσματος Ι)

Αν δυο **παράλληλες** ε_1 , ε_2 τέμνονται από τρίτη ευθεία ε, τότε

- σχηματίζουν τις εντός εκτός και επι τα αυτά μέρη ίσες,
- σχηματίζουν τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες παραπληρωματικές.

Πόρισμα ΙΙ

Δυο ευθείες κάθετες στην ίδια ευθεία , σε διαφορετικά σημεία, είναι μεταξύ τους παράλληλες.

Πόρισμα

Αν μια ευθεία είναι κάθετη σε μια από δυο παράλληλες ευθείες , τότε θα είναι κάθετη και την άλλη.

Πρόταση ΙΙ

Αν δυο ευθείες $ε_1$, $ε_2$ είναι παράλληλες προς τρίτη ευθεία ε , **τότε** είναι και μεταξύ τους παράλληλες. (Αν **$ε_1$ // ε και $ε_2$ // ε , τότε $ε_1$ // $ε_2$)**

Αίτημα Παραλληλίας

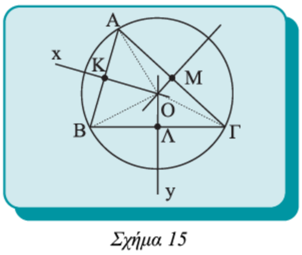
Από σημείο εκτός ευθείας άγεται ΜΟΝΑΔΙΚΗ παράλληλη σε αυτή.

- Η κατασκευή τριγώνου με δοσμένη μια πλευρά και δυο προσκείμενες σε αυτή γωνίες έχει λύση , αν και μόνο αν το άθροισμα των δυο γωνιών είναι $<180^0$.

- **Δυο γωνίες που έχουν πλευρές παράλληλες μια προς μια , είναι ίσες αν και οι δυο είναι οξείες ή αμβλείες , ενώ είναι παραπληρωματικές αν η μια γωνία είναι οξεία και η άλλη αμβλεία.**

Αξιοσημείωτοι κύκλοι Τριγώνου

ΘΕΩΡΗΜΑ



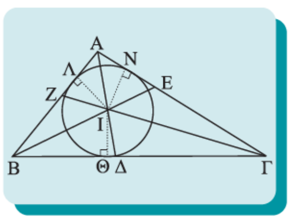
Σχήμα 15

Οι τρεις μεσοκάθετοι ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο , το οποίο είναι κέντρο κύκλου που διέρχεται από τις κορυφές του τριγώνου.

Ο κύκλος καλείται **ΠΕΡΙΓΕΓΡΑΜΜΕΝΟΣ.**

Το σημείο (κέντρο) καλείται ΠΕΡΙΚΕΝΤΡΟ.

ΘΕΩΡΗΜΑ



Σχήμα 16

Οι τρεις διχοτόμοι ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο , το οποίο είναι κέντρο κύκλου που εφάπτεται και στις πλευρές του τριγώνου.

Ο κύκλος καλείται **ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΟΣ.**

Το σημείο (κέντρο) καλείται ΕΓΚΕΝΤΡΟ.

Άθροισμα γωνιών τριγώνου και κυρτού ν-γώνου

- Το άθροισμα γωνιών τριγώνου είναι : $\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{\Gamma}=180^0 (1)$
- Απ την (1) έχω : $\frac{\widehat{A}}{2}+\frac{\widehat{B}}{2}+\frac{\widehat{\Gamma}}{2}=90^0$ (2) **ή** $\frac{\widehat{A}}{2}=90^0-\frac{\widehat{B}}{2}-\frac{\widehat{\Gamma}}{2}$
- Κάθε εξωτερική γωνία είναι ίση με το άθροισμα των δυο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου. $\widehat{A}_{\varepsilon\xi}=\widehat{B}+\widehat{\Gamma}$, $\widehat{B}_{\varepsilon\xi}=\widehat{A}+\widehat{\Gamma}$.
- Κάθε γωνία ισοπλεύρου τριγώνου είναι 60^0.
- Οι οξείες γωνίες κάθε ορθογωνίου τριγώνου είναι συμπληρωματικές.
- Αν δυο τρίγωνα έχουν δυο γωνίες ίσες , μια προς μια, έχουν και τις τρίτες γωνίες τους ίσες.
- Το άθροισμα των γωνιών κυρτού ν-γώνου είναι $(2\nu-4)\cdot 90^0$ **ή** $(\nu-2)\cdot 180^0$
- Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών κυρτού ν-γώνου είναι 360^0.

Κεφάλαιο 5

Παραλληλόγραμμο

ΟΡΙΣΜΟΣ

Το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

1. Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες.
2. Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες.
3. Οι διαγώνιοι του διχοτομούνται

ΠΟΡΙΣΜΑ

Το σημείο τομής των διαγωνίων του είναι κέντρο συμμετρίας.

ΚΡΙΤΗΡΙΑ

- ✓ Οι απέναντι πλευρές ανα δυο ίσες.
- ✓ Δυο απέναντι πλευρές του είναι = και //.
- ✓ Οι απέναντι γωνίες του ανά δυο ίσες.
- ✓ Οι διαγώνιοι διχοτομούνται.

Ορθογώνιο Παραλληλόγραμμο

ΟΡΙΣΜΟΣ

Το παραλληλόγραμμο που έχει μια γωνία ορθή.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

1. Οι διαγώνιες του είναι ίσες.

ΚΡΙΤΗΡΙΑ

- ✓ Είναι παραλληλόγραμμο **και** έχει μια ορθή γωνία.
- ✓ Είναι παραλληλόγραμμο **και** οι διαγώνιες του είναι ίσες.
- ✓ Έχει τρεις ορθές γωνίες.
- ✓ Όλες οι γωνίες του είναι ίσες.

<u>Ρόμβος</u>

ΟΡΙΣΜΟΣ

Είναι παραλληλόγραμμο που έχει δυο διαδοχικές πλευρές ίσες.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

1. Οι διαγώνιοι τέμνονται κάθετα.
2. Οι διαγώνιοι διχοτομούν τις γωνίες του.

ΚΡΙΤΗΡΙΑ

- ✓ Έχει όλες τις πλευρές του ίσες.
- ✓ Είναι παραλληλόγραμμο **και** οι διαγώνιες τέμνονται κάθετα.
- ✓ Είναι παραλληλόγραμμο **και** δυο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες.
- ✓ Είναι παραλληλόγραμμο **και** μια διαγώνιος του διχοτομεί μια γωνία του.

<u>Τετράγωνο</u>

ΟΡΙΣΜΟΣ

Το παραλληλόγραμμο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

1. Όλες οι πλευρές του ίσες.
2. Όλες οι γωνίες του είναι ορθές.
3. Οι διαγώνιες του είναι ίσες, διχοτομούνται , τέμνονται κάθετα και διχοτομούν τις γωνίες του.
4. Οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες.

ΚΡΙΤΗΡΙΑ

Είναι παραλληλόγραμμο και

- ✓ μια γωνία του είναι ορθή και δυο διαδοχικές πλευρές του ίσες.
- ✓ μια γωνία του είναι ορθή και μια διαγώνιος διχοτομεί μια γωνία του.
- ✓ μια γωνία του είναι ορθή και οι διαγώνιοι τέμνονται κάθετα.
- ✓ οι διαγώνιοι του είναι ίσες και δυο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες.
- ✓ οι διαγώνιοι του είναι ίσες και μια διχοτομεί μια γωνία του.
- ✓ οι διαγώνιοι του είναι ίσες και κάθετες.

Εφαρμογές Παραλληλογράμμων στα τρίγωνα.

ΘΕΩΡΗΜΑ Ι

Υ	ΑΒΓ τρίγωνο Δ μέσο ΑΒ Ε μέσο ΑΓ
Σ	ΔΕ // ΒΓ 2ΔΕ = ΒΓ

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΙ

Υ	ΑΒΓ τρίγωνο Δ μέσο ΑΒ ΔΕ // ΒΓ
Σ	Το Ε είναι μέσο ΑΓ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΙΙ

Αν τρεις τουλάχιστον παράλληλες ευθείες ορίζουν σε μια ευθεία τμήματα ίσα, θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε κάθε άλλη ευθεία που τις τέμνει.

Βαρύκεντρο (σημείο τομής διαμέσων)

Οι διάμεσοι ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο του οποίου η απόσταση απ την κορυφή είναι τα $\frac{2}{3}$ του μήκους της αντίστοιχης διαμέσου.

Ορθόκεντρο (σημείο τομής υψών)

Οι φορείς των υψών ενός τριγώνου διέρχονται απ το ίδιο σημείο. Το σημείο λέγεται ορθόκεντρο.

Μια Ιδιότητα του Ορθογωνίου τριγώνου

ΘΕΩΡΗΜΑ Ι

Υ	ΑΒΓ ορθ.τρίγωνο (Α ορθή) ΑΜ διάμεσος του ΑΒΓ στην υποτείνουσα ΒΓ.
Σ	2ΑΜ =ΒΓ ή ΑΜ = $\frac{ΒΓ}{2}$

ΠΟΡΙΣΜΑ

Υ	ΑΒΓ ορθ.τρίγωνο (Α ορθή) Β = 30^0
Σ	2ΑΓ = ΒΓ

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΙ

Υ	ΑΒΓ τρίγωνο και ΑΜ διάμεσος του ΑΒΓ που ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία καταλήγει (ΒΓ).
Σ	Το τρίγωνο ορθογώνιο και ΒΓ υποτείνουσα.

ΠΟΡΙΣΜΑ (το αντίστροφο του)

Υ	ΑΒΓ ορθ.τρίγωνο (Α ορθή) 2ΑΓ = ΒΓ
Σ	Β = 30^0

Τραπέζιο

ΟΡΙΣΜΟΣ

Το κυρτό τετράπλευρο που έχει **ΜΟΝΟ** δυο πλευρές παράλληλες.

ΘΕΩΡΗΜΑ Ι

Η διάμεσος του τραπεζίου είναι // προς τις βάσεις του και ίση με το ημιάθροισμα τους.

ΠΟΡΙΣΜΑ

Η διάμεσος τραπεζίου διέρχεται απ τα μέσα των διαγωνίων του και το τμήμα που ενώνει τα μέσα των διαγωνίων είναι // με τις βάσεις και ίσο με την ημιδιαφορά τους.

Ισοσκελές Τραπέζιο

ΟΡΙΣΜΟΣ

Το τραπέζιο του οποίου οι μη παράλληλες πλευρές είναι ίσες.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

1. Οι γωνίες που πρόσκεινται σε μια βάση του είναι ίσες.
2. Οι διαγώνιες του είναι ίσες.

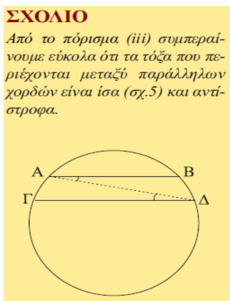
ΚΡΙΤΗΡΙΑ

- ✓ Είναι τραπέζιο και οι γωνίες που πρόσκεινται σε μια βάση του είναι ίσες.
- ✓ Είναι τραπέζιο και οι διαγώνιες του είναι ίσες.

Κεφάλαιο 6

Σχέση Εγγεγραμμένης και επίκεντρης

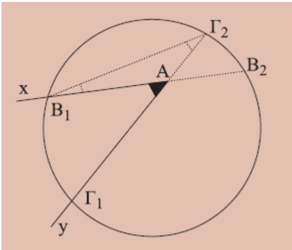
- ✓ Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο.
- ✓ Το μέτρο μιας εγγεγραμμένης ισούται με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.
- ✓ Κάθε εγγεγραμμένη που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.
- ✓ Εγγεγραμμένες που βαίνουν στο ίδιο ή σε ίσα τόξα του ίδιου ή ίσων κύκλων είναι ίσες και αντίστροφα.
  (δες σχόλιο δίπλα)



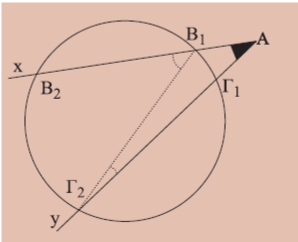
Γωνία Χορδής και Εφαπτομένης

Η γωνία που σχηματίζεται από χορδή κύκλου και την εφαπτομένη στο άκρο της χορδής ισούται με την εγγεγραμμένη που βαίνει στο τόξο της χορδής.

Ενδεικτική Δραστηριότητα (εφαρμογή 1)



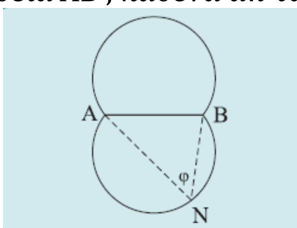
$$x\hat{A}y = \frac{\overset{\frown}{B_1\Gamma_1}}{2} + \frac{\overset{\frown}{B_2\Gamma_2}}{2}.$$



$$x\hat{A}y = \frac{\overset{\frown}{B_2\Gamma_2}}{2} - \frac{\overset{\frown}{B_1\Gamma_1}}{2}.$$

Βασικοί γ.τ στον κύκλο (απλή αναφορά)

- Ο γ.τ των σημείων του επιπέδου από τα οποία ένα τμήμα ΑΒ φαίνεται υπό γωνία φ είναι δυο τόξα κύκλων , χορδής ΑΒ , χωρίς τα άκρα τους Α,Β , συμμετρικά ως προς την ευθεία ΑΒ , καθένα απ τα οποία δέχεται γωνία φ.



- Ο γ.τ των σημείων του επιπέδου από τα οποία ένα τμήμα ΑΒ φαίνεται υπό ορθή γωνία είναι κύκλος με διάμετρο ΑΒ χωρίς τα σημεία Α και Β.

Το εγγεγραμμένο Τετράπλευρο

ΟΡΙΣΜΟΣ

Ένα τετράπλευρο λέγεται εγγεγραμμένο σε κύκλο , αν οι κορυφές του είναι σημεία του κύκλου. Ο κύκλος λέγεται περιγεγραμμένος του τετραπλεύρου.

ΘΕΩΡΗΜΑ – Ιδιότητες Εγγεγραμμένουτετραπλεύρου

Ένα τετράπλευρο ΑΒΓΔ **που είναι** εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, R) έχει τις ακόλουθες ιδιότητες :

- Οι απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές.
- Κάθε πλευρά του φαίνεται απ τις απέναντι κορυφές υπό ίσες γωνίες.

ΠΟΡΙΣΜΑ

Κάθε εξωτερική γωνία ενός εγγεγραμμένου τετραπλεύρου ισούται με την απέναντι εσωτερική γωνία.

<u>Το εγγράψιμο Τετράπλευρο</u>

ΟΡΙΣΜΟΣ

Ένα τετράπλευρο λέγεται εγγράψιμο όταν μπορεί να γραφεί κύκλος που να διέρχεται και από τις τέσσερις κορυφές του.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το ΑΒΓΔ είναι εγγράψιμο σε κύκλο , αν ισχύει **μία απ** τις ακόλουθες προτάσεις:

- Δυο απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές.
- Μια πλευρά του φαίνεται από τις απέναντι κορυφές υπό ίσες γωνίες.
- Μια εξωτερική του γωνία ισούται με την απέναντι εσωτερική γωνία του.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ερώτηση Κατανόησης 6 σχολικού

<u>Ενδεικτικός Προγραμματισμός Ωρών</u>

3.1-3.2	2
3.3-3.4	2
3.5-3.6	2
3.7	1
3.10-3.13	3
3.14-3.16	3
3.17-3.18	2
4.1 4.2 4.4 4.5	4
4.6 4.8	3
5.1 5.2	4
5.3-5.5	3
5.6-5.9	6
5.10 5.11	4
6.1-6.3	3
6.4-6.6	4

Σύνολο ωρών : 46 ώρες