

Σενάριο Ομοιότητα

1. **Τίτλος** : Ομοιότητα Ευθυγράμμων Σχημάτων-Κριτήρια Ομοιότητας.
2. **Ταυτότητα του σεναρίου.**
 - **Συγγραφέας:** Ιορδάνης Χ. Κοσόγλου , μαθηματικός ΓΕΛ Εξαπλατάνου
 - **Γνωστική περιοχή των μαθηματικών:** Γεωμετρία Β' ΓΕΛ.
 - **Θέμα:** Όμοια σχήματα – Κριτήρια ομοιότητας
3. **Βασική ιδέα** : Οι μαθητές καλούνται με τη βοήθεια φύλλων εργασίας και την καθοδήγηση του καθηγητή τους να γνωρίσουν καλύτερα την έννοια της ομοιότητας.
4. **Σκεπτικό της δραστηριότητας.**
 - **Προστιθέμενη αξία:** Το προτεινόμενο διδακτικό σενάριο φιλοδοξεί να συμβάλει στην αλλαγή – βελτίωση της στάσης των μαθητών γενικά απέναντι στη μάθηση και ειδικά απέναντι στη Γεωμετρία.
 - **Γνωστικά – διδακτικά προβλήματα :** Η έννοια της ομοιότητας είναι θεμελιώδης για τα μαθηματικά. Οι μαθητές συχνά αντιμετωπίζουν πρόβλημα όταν θέλουν να δείξουν ότι δυο τρίγωνα είναι όμοια και στην διατύπωση της των λόγων που προκύπτουν απ την ομοιότητα αυτή. Το σενάριο θα βοηθήσει στην ομαλοποίηση και λύση των παραπάνω προβλημάτων.
5. **Πλαίσιο εφαρμογής.**
 - **Σε ποιους απευθύνεται:** Μαθητές- Μαθήτριες Β' ΓΕΛ
 - **Χρόνος υλοποίησης :** 5-6 διδακτικές ώρες.
 - **Χώρος υλοποίησης :** Αίθουσα διδασκαλίας.
 - **Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών:**

Οι μαθητές έχουν έρθει σε επαφή με την έννοια της ομοιότητας στην Γ' Γυμνασίου στην Παράγραφο 1.5 του Μέρους Β'-Γεωμετρία. Θα γίνει προσπάθεια να ξαναθυμηθούν τις γνώσεις αυτές και να τις εμπεδώσουν καλύτερα.
 - **Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία:** Τετράδιο για να κρατούν σημειώσεις , σχολικό βιβλίο , 2 φύλλα εργασίας που θα δοθούν απ τον καθηγητή και έχουν στόχο να καθοδηγούν τους μαθητές με χρόνο υλοποίησης 3 ώρες στο πρώτο φύλλο και 2 ώρες στο δεύτερο.
 - **Κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης:** Οι μαθητές εργαζόμενοι σε ομάδες των 2 ατόμων ή και μόνοι τους, καθοδηγούμενοι απ τα φύλλα εργασίας , καλούνται να παρατηρήσουν , να διερευνήσουν , να βγάλουν τα δικά τους συμπεράσματα. Ο εκπαιδευτικός κατά τη διάρκεια υλοποίησης του σεναρίου πρέπει να εμπυχώνει , να ενθαρρύνει , να συνεργάζεται και να καθοδηγεί τους μαθητές.
6. **Διδακτικοί – Παιδαγωγικοί στόχοι :** Οι μαθητές πρέπει :
 - να γνωρίσουν την έννοια της ομοιότητας ευθυγράμμων σχημάτων μέσω δραστηριοτήτων,

- να ανακαλύψουν ότι ο λόγος των περιμέτρων δυο όμοιων ευθυγράμμων σχημάτων είναι ίσος με το λόγο ομοιότητας τους,
- να κατανοήσουν τη λειτουργία κριτηρίων ομοιότητας, που όπως και τα κριτήρια ισότητας, με λιγότερες προϋποθέσεις από τον ορισμό μπορούμε να αποφανθούμε για την ομοιότητα δύο τριγώνων,
- να συσχετίσουν την ισότητα με την ομοιότητα τριγώνων και να εντοπίσουν διαφορές,
- να αναγνωρίσουν τότε δυο τρίγωνα είναι όμοια και να το αποδεικνύουν,
- να διατυπώνουν την ισότητα λόγων και να λύνουν ασκήσεις κατανόησης και εμπέδωσης στην έννοια της ομοιότητας,
- να μάθουν να συνεργάζονται με τα άλλα μέλη της ομάδας για να συζητήσουν τις παρατηρήσεις τους ,
- να μάθουν να οργανώνουν τα συμπεράσματα τους και να διατυπώσουν προτάσεις ,
- να μάθουν να καταχωρούν τα δεδομένα τους ,
- να οικοδομήσουν κώδικες επικοινωνίας ώστε να γίνονται αντιληπτοί από τα άλλα μέλη της ομάδας τους, από όλους τους συμμαθητές τους και από τον εκπαιδευτικό ,
- να επηρεαστούν θετικά οι στάσεις και οι πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά ,
- να επηρεαστούν θετικά οι απόψεις τους για τις προσωπικές τους ικανότητες σε σχέση με τα μαθηματικά και για το πλαίσιο μέσα στο οποίο εκτυλίσσεται η προσπάθειά τους.

7. Ανάλυση των δραστηριοτήτων των φύλλων εργασίας του σεναρίου.

Αρχικά οι 19 μαθητές της τάξης χωρίζονται σε ομάδες ή μπορούν να δουλεύουν και μόνοι τους.

Τους δίνεται το 1^ο φύλλο εργασίας στο οποίο παρουσιάζεται μια δραστηριότητα παρόμοια με εκείνη του σχολικού βιβλίου. Με την παραπάνω δραστηριότητα, οι μαθητές ξαναθυμούνται την έννοια της ομοιότητας απ το Γυμνάσιο. Κατόπιν δίνεται ο ορισμός των όμοιων ευθυγράμμων σχημάτων, ακολουθεί το Θεώρημα που συνδέει την περίμετρο και τον λόγο ομοιότητας και στη συνέχεια ακολουθούν τρεις ασκήσεις απ το σχολικό της Γ' Γυμνασίου και το σχολικό της Γεωμετρίας Β' ΓΕΛ. (Λήξη 1^{ης} διδακτικής ώρας).

Στο ίδιο φύλλο εργασίας διατυπώνονται τα 3 Κριτήρια ομοιότητας τριγώνων , γίνεται η απόδειξη του πρώτου κριτηρίου και ακολουθούν ασκήσεις κατανόησης και εμπέδωσης των σχολικών βιβλίων Γ' Γυμνασίου και Β' ΓΕΛ. (Λήξη 2^{ης} διδακτικής ώρας).

Τρίτη διδακτική ώρα και στο ίδιο φύλλο εργασίας λύνονται οι ασκήσεις Κατανόησης του σχολικού βιβλίου και επιλύονται απορίες.

Για περισσότερη εξάσκηση δίνεται και το 2^ο φύλλο εργασίας με ασκήσεις απ την ΤΘΔΔ 2021 . (Λήξη 3^{ης} διδακτικής ώρας).

Τις υπόλοιπες δυο ώρες διατυπώνονται απορίες και λύνονται όσο το δυνατόν περισσότερες ασκήσεις με τη βοήθεια όλων.

Αφού έχουν συζητηθεί όλες οι απορίες και έχουν ολοκληρωθεί τα φύλλα εργασίας , οι μαθητές έρχονται αντιμέτωποι με μια ολιγόλεπτη γραπτή

δοκιμασία (τεστ). Οι ενδεικτικές λύσεις του τεστ ανεβαίνουν στην ψηφιακή μας τάξη στην eclass.sch.gr/. Ο λόγος που δίνονται οι λύσεις είναι η βελτίωση του μαθηματικού κειμένου των μαθητών-μαθητριών.

8. Αξιολόγηση σεναρίου

Οι στόχοι του σεναρίου επετεύχθησαν σε μεγάλο ποσοστό. Οι μαθητές συνεργάστηκαν μεταξύ τους, οι ομάδες δούλεψαν εποικοδομητικά και υπήρχε διδακτικός θόρυβος. Υπήρξε παρατήρηση και προσπάθεια να απαντήσουν στα ερωτήματα των φύλλων εργασίας σχεδόν απ όλους. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού περιορίστηκε στην εμπύχωση και ενθάρρυνση των μαθητών. Ελάχιστη καθοδήγηση προσέφερε με τη παρουσία του. Οι μαθητές με το πέρας του σεναρίου άρχισαν να βλέπουν με άλλο μάτι τα μαθηματικά και εξέφρασαν την επιθυμία να υπολογίσουν το ύψος ενός δέντρου της αυλής του σχολείου μας όπως στην εφαρμογή 2 του σχολικού βιβλίου.

9. Βιβλιογραφία

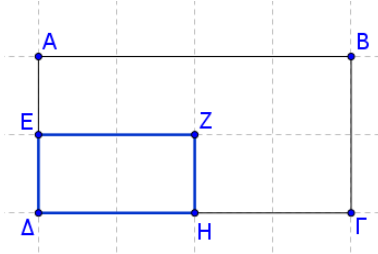
- Ευκλείδεια Γεωμετρία Β' ΓΕΛ, Σχολικό βιβλίο, Έκδοση 2021
- Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου, Σχολικό βιβλίου, έκδοση 2012.
- Ασκήσεις ΤΘΔΔ 2017 και 2021.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΙ : 8.1 – 8.2 ΟΜΟΙΑ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΑ ΣΧΗΜΑΤΑ- ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Στο παρακάτω σχήμα, τα $ABΓΔ$, $ΔΕΖΗ$ είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμα και είναι $ΑΔ = 2$, $ΑΒ = 4$, $ΔΗ = 2$ και $ΕΔ = 1$.



Υπολογίστε τους λόγους των ομόλογων πλευρών τους καθώς και τους λόγους των περιμέτρων τους.

ΟΡΙΣΜΟΣ

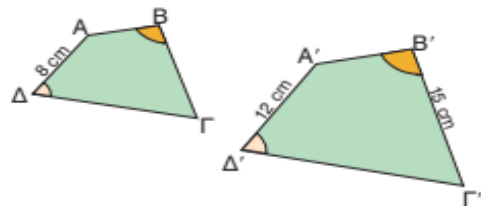
Δυο ευθύγραμμα σχήματα λέγονται **όμοια**, αν έχουν τις πλευρές τους **ανάλογες** και τις γωνίες που σχηματίζονται απ τις ομόλογες πλευρές τους **ίσες** μία προς μία.

❖ **ΘΕΩΡΗΜΑ** : Ο λόγος των Περιμέτρων δυο **όμοιων ευθ. σχημάτων** ισούται με το λόγο ομοιότητας τους.

ΑΣΚΗΣΗ 1

Αν τα τετράπλευρα $ΑΒΓΔ$ και $Α'Β'Γ'Δ'$ είναι όμοια, να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

- Ο λόγος ομοιότητας του $ΑΒΓΔ$ προς το $Α'Β'Γ'Δ'$ είναι
- Ο λόγος ομοιότητας του $Α'Β'Γ'Δ'$ προς το $ΑΒΓΔ$ είναι
- Αν η γωνία \hat{B} είναι 110° , τότε και η γωνία είναι 110° .
- Ο λόγος $\lambda = \frac{Α'Β' + Β'Γ' + Γ'Δ' + Δ'Α'}{ΑΒ + ΒΓ + ΓΔ + ΔΑ}$ είναι ίσος με
- Η πλευρά $ΒΓ$ είναι ίση με cm.



ΑΣΚΗΣΗ 2

Ένα παραλληλόγραμμο έχει πλευρές 24 cm και 18 cm. Ένας μαθητής θέλοντας να κατασκευάσει ένα παραλληλόγραμμο όμοιο μ' αυτό αλλά που να έχει τη μεγαλύτερη πλευρά 20 cm, σκέφτηκε να μειώσει και την άλλη πλευρά κατά 4 cm. Ήταν σωστή η σκέψη του; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΗ 3 (5 Κατανόησης σχολικού)

Οι πλευρές ενός τριγώνου είναι 3cm, 4cm και 5cm. Ένα τρίγωνο όμοιο με αυτό έχει περίμετρο 24cm. Ποια είναι τα μήκη των πλευρών του ;

- ❖ **1ο Κριτήριο Ομοιότητας :** Αν δυο τρίγωνα έχουν **δυο γωνίες** τους ίσες μία προς μία, τότε είναι όμοια. (θα γίνει η απόδειξη στην τάξη)
- ❖ **2ο Κριτήριο Ομοιότητας :** Αν δυο τρίγωνα έχουν **δυο πλευρές ανάλογες** μία προς μία και τις **περιεχόμενες** στις πλευρές αυτές γωνίες ίσες, τότε είναι όμοια.
- ❖ **3ο Κριτήριο Ομοιότητας :** Αν δυο τρίγωνα έχουν **τις πλευρές τους ανάλογες** μία προς μία , τότε είναι όμοια.

ΑΣΚΗΣΗ 4 (Αφού μελετηθούν τα **πορίσματα** απαντήστε στα παρακάτω)

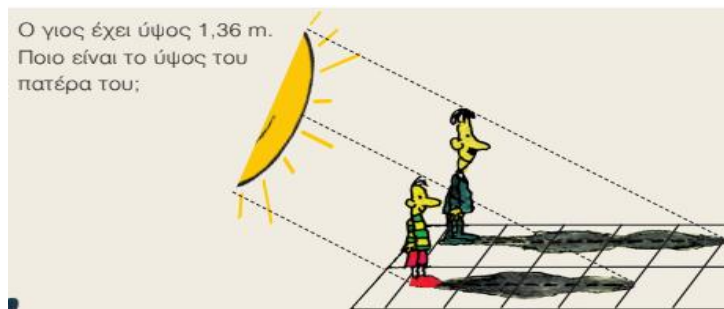
Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

- α) Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια.
- β) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία οξεία γωνία ίση, είναι όμοια.
- γ) Δύο όμοια τρίγωνα έχουν τις ομόλογες πλευρές τους ανάλογες.
- δ) Δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα είναι όμοια.
- ε) Αν δύο ισοσκελή τρίγωνα έχουν μία γωνία 40° , είναι όμοια.
- στ) Ο λόγος των περιμέτρων δύο ομοίων τριγώνων, είναι ίσος με τον λόγο ομοιότητάς τους.

ΑΣΚΗΣΗ 5 (3 Κατανόησης σχολικού)

ΑΣΚΗΣΗ 6 (1 Εμπέδωσης σχολικού)

ΑΣΚΗΣΗ 7



ΑΣΚΗΣΗ 8

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $A\Delta$ το ύψος του. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta \Gamma$ είναι όμοια. Αν $\Delta B = 4$ cm και $\Delta \Gamma = 9$ cm, να βρείτε το μήκος του τμήματος $A\Delta$.

Για το σπίτι : 1,2,3,4 Κατανόησης και 3 , 4 , 5 Εμπέδωσης Σχολικού βιβλίου ,
Καλή Μελέτη.

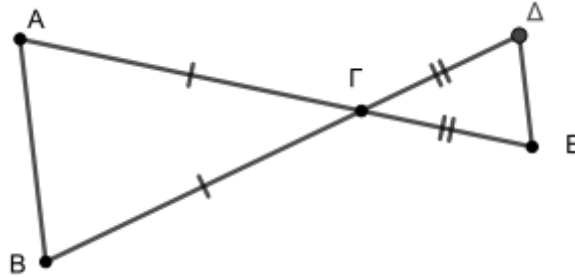
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 2 – ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Στο παρακάτω σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΕ και ΒΔ τέμνονται στο Γ, τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ που σχηματίζονται είναι ισοσκελή και οι βάσεις τους ΑΒ, ΔΕ είναι τέτοιες ώστε $AB = 2ΔΕ$.

α) Να αποδείξετε ότι τα ΓΑΒ, ΓΔΕ είναι όμοια. (μονάδες 13)

β) ι) Γράψτε την ισότητα των λόγων που προκύπτει απ την ομοιότητα του α) ερωτήματος.

ιι) Ποια σχέση συνδέει τις πλευρές ΑΓ και ΓΕ των δυο τριγώνων ; (μονάδες 12)

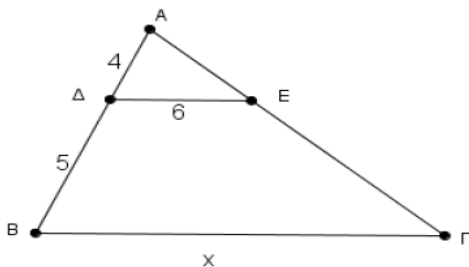


2. Για δυο ισοσκελή τρίγωνα ΑΒΓ ($AB=AG$) και ΕΔΖ ($EΔ=EΖ$) γνωρίζουμε ότι : $\hat{A}=48^\circ$, $\hat{Z} = 66^\circ$ και $AB = 3 \cdot EΔ$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα ΑΒΓ, ΕΔΖ είναι όμοια. (μονάδες 13)

β) Γράψτε τους ίσους λόγους που προκύπτουν απ την ομοιότητα και βρείτε τον λόγο των βάσεων των δυο τριγώνων. (μονάδες 12)

3.



Στο διπλανό σχήμα είναι $DE \parallel BG$.

α) Να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΔΕ είναι όμοια.

β) Να συμπληρωθούν τα κενά

στην ισότητα : $\frac{AB}{\Delta E} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{AG}{\quad}$

4. Δίνονται δυο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι $AB=9$, $AG = 15$, $\hat{A} = 48^\circ$, $ZΔ = 12$, $ZE = 20$ και $\hat{Z} = 48^\circ$.

α) Δικαιολογήστε γιατί τα ΑΒΓ, ΔΕΖ είναι όμοια. (μονάδες 13)

β) ι) Γράψτε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των τριγώνων

ιι) Βρείτε το λόγο ομοιότητας τους. (μονάδες 12)

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ - Γραπτή Δοκιμασία

Όνοματεπώνυμο :

Βαθμός : / 20

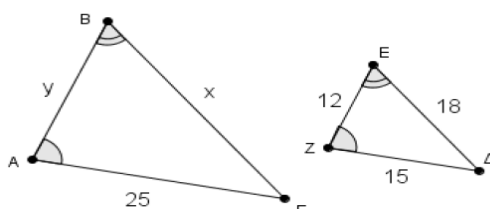
ΘΕΜΑ 1^ο

μονάδες 7 (Α: 3 Β: 4)

Στα παρακάτω **όμοια τρίγωνα** ισχύουν, $\hat{B} = \hat{E}$ και $\hat{A} = \hat{Z}$.

α) Να γραφεί η ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών.

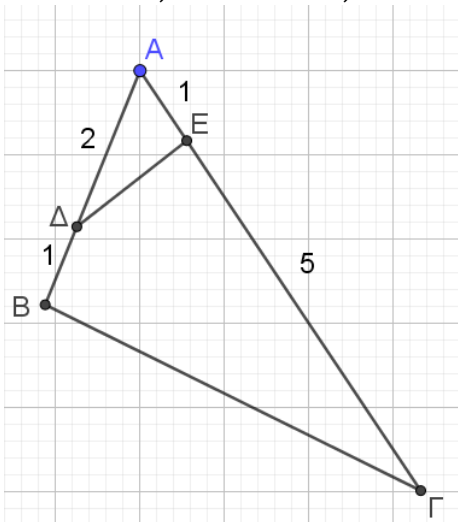
β) Να υπολογιστούν τα μήκη των x, y .



ΘΕΜΑ 2^ο

μονάδες 13 (Α: 7 Β: 4 Γ: 2)

Στο παρακάτω σχήμα είναι $A\Delta = 2$, $A\text{E} = \Delta B = 1$, $E\Gamma = 5$.



α) Να αποδείξετε ότι τα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.

β) Να γραφεί η ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών.

Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δυο τριγώνων;

γ) Αν το μήκος της $\Delta E = \frac{5}{3}$, να υπολογιστεί το μήκος της $B\Gamma$.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Ο λόγος που δίνονται είναι η βελτίωση του μαθηματικού σας κειμένου. Εύχομαι, να τις μελετήσετε και σε παρόμοιες ασκήσεις να μην κάνετε κανένα λάθος.

ΘΕΜΑ 1^ο

μονάδες 7 (Α: 3 Β: 4)

Στα παρακάτω **όμοια τρίγωνα** ισχύουν, $\widehat{B} = \widehat{E}$ και $\widehat{A} = \widehat{Z}$.

α) Να γραφεί η ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών.

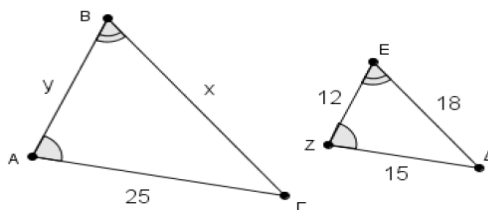
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Είναι όμοια, άρα έχουν ανάλογες πλευρές.

Απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ανάλογες πλευρές.

 $\widehat{B} = \widehat{E}$, απέναντι απ την \widehat{B} είναι η ΑΓ και απέναντι απ την \widehat{E} είναι η ΖΔ. $\widehat{A} = \widehat{Z}$, απέναντι απ την \widehat{A} είναι η ΒΓ και απέναντι απ την \widehat{Z} είναι η ΕΔ.Συνεπώς έχω: $\frac{ΑΓ}{ΖΔ} = \frac{ΒΓ}{ΕΔ} = \frac{ΑΒ}{ΕΖ}$ («τριπλή» ισότητα!)

β) Να υπολογιστούν τα μήκη των x, y.

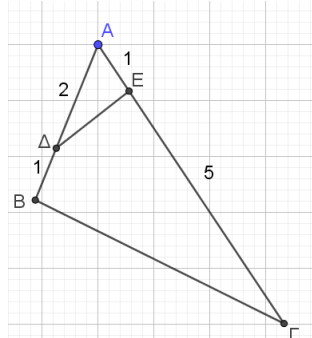
**ΑΠΑΝΤΗΣΗ**

$$\frac{ΑΓ}{ΖΔ} = \frac{ΒΓ}{ΕΔ} \Leftrightarrow \frac{25}{15} = \frac{x}{18} \Leftrightarrow \frac{5}{3} = \frac{x}{18} \Leftrightarrow 18 \cdot \frac{5}{3} = x \Leftrightarrow 30 = x$$

$$\frac{ΑΓ}{ΖΔ} = \frac{ΑΒ}{ΕΖ} \Leftrightarrow \frac{25}{15} = \frac{y}{12} \Leftrightarrow \frac{5}{3} = \frac{y}{12} \Leftrightarrow 12 \cdot \frac{5}{3} = y \Leftrightarrow 20 = y$$

ΘΕΜΑ 2^ο

μονάδες 13 (Α: 7 Β: 4 Γ: 2)

Στο παρακάτω σχήμα είναι $ΑΔ = 2$, $ΑΕ = ΔΒ = 1$, $ΕΓ = 5$.

α) Να αποδείξετε ότι τα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Έχουν : 1. κοινή την \hat{A} και στα δυο τρίγωνα.

$$2. \frac{AD}{AG} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$3. \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$$

Δυο ανάλογες πλευρές μια προς μια και τις περιεχόμενες γωνίες ίσες , συνεπώς είναι όμοια.

β) Να γραφεί η ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών.
Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δυο τριγώνων;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\frac{AD}{AG} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BG} = \frac{1}{3}$$

γ) Αν το μήκος της $DE = \frac{5}{3}$, να υπολογιστεί το μήκος της BG .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\frac{DE}{BG} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\frac{5}{3}}{BG} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{5}{3} = BG \Leftrightarrow 5 = BG$$

