

ΕΝΟΤΗΤΑ : 20 Τελευταίες Ασκήσεις σχολικού έτους 20-21.

1. 13 Προτάσεις Σ-Λ

- α) Δυο κανονικά οκτάγωνα είναι όμοια.
 β) Ένα κυρτό πολύγωνο που έχει όλες τις γωνίες του ίσες είναι κανονικό.
 γ) Ένα κυρτό πολύγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες είναι κανονικό.
 δ) Η γωνία ενός κανονικού n – γώνου και η κεντρική του γωνία είναι συμπληρωματικές.
 ε) Η γωνία ενός κανονικού n – γώνου και η κεντρική του γωνία είναι παραπληρωματικές.
 στ) Η γωνία ενός κανονικού n – γώνου και η κεντρική του γωνία είναι πάντα ίσες.
 ζ) Το εμβαδόν κυκλικού δίσκου είναι αντιστρόφως ανάλογο της ακτίνας του.
 η) Ο λόγος των μηκών δυο κύκλων είναι ίσος με το λόγο των ακτίνων τους.
 θ) Ο λόγος των εμβαδών δυο κύκλων είναι ίσος με το λόγο των ακτίνων τους.
 ι) Το μήκος κύκλου ακτίνας 1 είναι π .
 ια) Ο λόγος του μήκους κύκλου προς το μήκος της διαμέτρου ισούται με π .
 ιβ) Ακτίνα κανονικού πολυγώνου λέγεται κάθε ακτίνα του εγγεγραμμένου του κύκλου.
 ιγ) Ο εγγεγραμμένος και ο περιγεγραμμένος κύκλος κάθε κανονικού πολυγώνου είναι ομόκεντροι κύκλοι.

2. Να συμπληρωθεί σωστά ο πίνακας.

n : πλευρές	Απόστημα: a_n	Πλευρά: l_n	Εμβαδόν: E_n
3	5εκ		
4			144 εκ ²
6		10εκ	

3. Να συμπληρωθεί ο πίνακας.

Γωνία κανονικού πολυγώνου, φ_n	Είδος Κανονικού πολυγώνου
60	
108	
135	
150	

4. Υπάρχει κανονικό πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R με κεντρική γωνία 16° ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

5. Η διάμετρος τροχού μιας μοτοσυκλέτας «παπί» είναι $0,40$ m. Πόσες στροφές κάνει ο τροχός του σε 1 km;

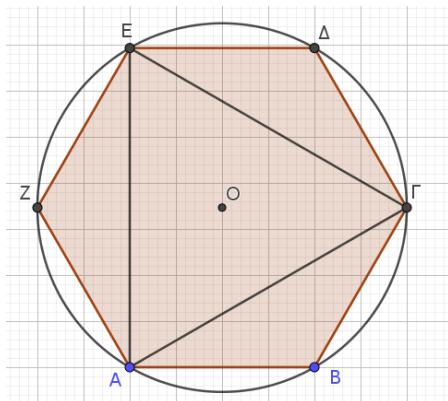
6. Αν είναι $\lambda_4 + \lambda_3 = 96$ εκ, όπου λ_4 και λ_3 πλευρές κανονικών πολυγώνων εγγεγραμμένων σε κύκλο (O, R) , να υπολογιστούν:

- ι) Η ακτίνα R του κύκλου,
- ιι) τα αποστήματα α_4, α_3 των ανωτέρω πολυγώνων.

7. Κανονικό πολύγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας $R=8$ εκ και έχει απόστημα $4\sqrt{3}$ εκ. Να υπολογιστούν:

- ι) το πλήθος των πλευρών του n ,
- ιι) το μήκος της πλευράς του λ ,
- ιιι) η κεντρική του γωνία ω , σε μοίρες και ακτίνια,
- ιιιι) το εμβαδόν του.

8. Δίνεται κανονικό εξάγωνο $ΑΒΓΔΕΖ$ και ισόπλευρο τρίγωνο $ΑΓΕ$.

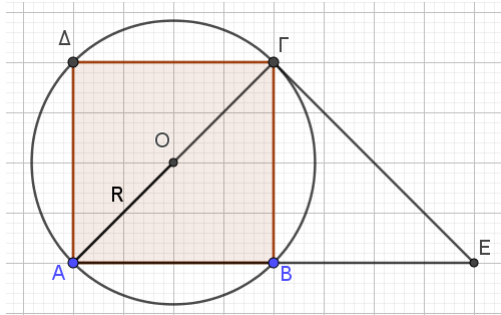


Να υπολογιστούν:

α) η πλευρά $ΑΓ$ του τριγώνου, αν γνωρίζουμε ότι $ΑΒ = 6$.

β) το εμβαδόν του εξαγώνου και το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΓΕ$.

9. Δίνεται κύκλος (O, R) και $AB\Gamma\Delta$ εγγεγραμμένο τετράγωνο. Προεκτείνουμε την AB κατά ίσο τμήμα BE . Να δείξετε ότι :



α) το τρίγωνο $A\Gamma E$ είναι ισοσκελές ($A\Gamma = \Gamma E$).

β) Το ευθ. τμήμα $E\Gamma$ είναι εφαπτόμενο τμήμα του κύκλου (O, R) στο σημείο Γ .

γ) Να υπολογιστεί το $(A\Gamma E)$ ως συνάρτηση του R .

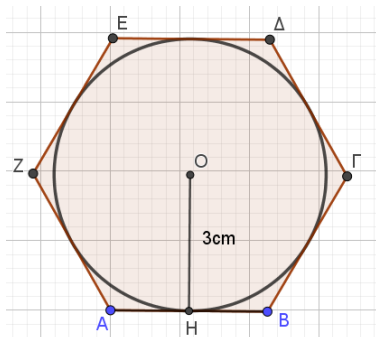
10. Σε κύκλο (O, R) παίρνουμε διαδοχικά τα τόξα $AB = 60^\circ$, $B\Gamma = 90^\circ$, $\Gamma\Delta = 120^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

β) Να υπολογιστούν οι πλευρές του ως συνάρτηση του R .

γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του ως συνάρτηση του R .

11. Δίνεται κανονικό εξάγωνο περιγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας 3 εκ.



Να βρεθούν :

α) η πλευρά του εξαγώνου λ_6 .

β) το εμβαδόν του E_6

γ) το εμβαδόν του κύκλου (O, OH)

12. Μέσα σε χωράφι σχήματος τετραγώνου κατασκευάσαμε το μεγαλύτερο κυκλικό αλώνι που ήταν δυνατό και η ακτίνα του είναι 40μ.

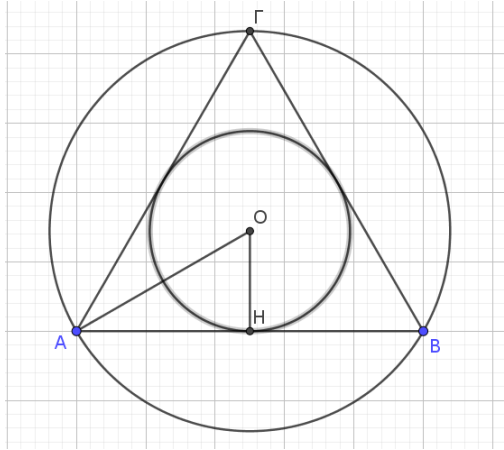
α) Ποιο το μήκος της πλευράς του τετραγωνικού χωραφιού;

β) Ποια η αξία του χωραφιού αν στην περιοχή αυτή η γη κοστίζει 1000€ / το στρέμμα.

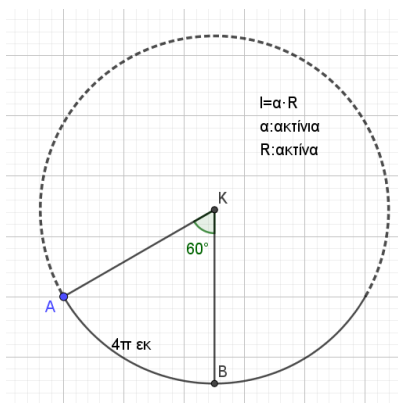
γ) Πόσο είναι το εμβαδόν του χωραφιού που είναι έξω απ το κυκλικό αλώνι ;

13. (Άσκηση 1 ΕΜΠ παραγράφου 11.6-11.8)

Δίνεται κύκλος (O,R) και ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε αυτόν. Να βρείτε το εμβαδόν του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $AB\Gamma$.



14. (Άσκηση 2 ΕΜΠ παραγράφου 11.6-11.8)

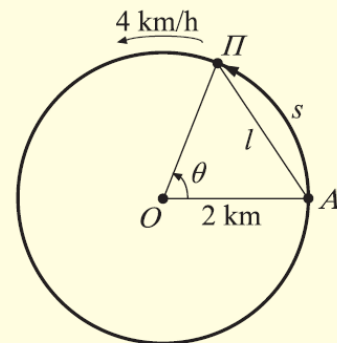


Βρείτε το εμβαδόν του κύκλου (K,R) .

Το μήκος του τόξου AB είναι 4π και αντιστοιχεί σε γωνία 60° όπως φαίνεται στο σχήμα.

15. (Άσκηση 13 Γ' σχολικού βιβλίου Μαθηματικών Γ' ΓΕΛ)

⇒ Ένας πεζοπόρος Π ξεκινάει από ένα σημείο A και βαδίζει γύρω από μια κυκλική λίμνη ακτίνας $\rho = 2$ km με ταχύτητα $v = 4$ km/h. Αν S είναι το μήκος του τόξου $A\Pi$ και ℓ το μήκος της απόστασης $A\Pi$ του πεζοπόρου από το σημείο εκκίνησης τη χρονική στιγμή t .



A) Να αποδείξετε ότι

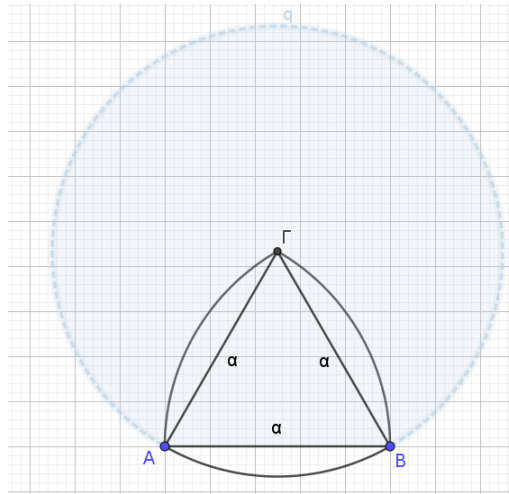
$$i) \theta = \frac{S}{2} \quad \text{και} \quad \ell = 4\eta\mu\frac{\theta}{2}, \quad ii) S = 4t, \theta = 2t \quad \text{και} \quad \ell = 4\eta\mu t.$$

16. (Άσκηση 3 ΕΜΠ παραγράφων 11.6-11.8)

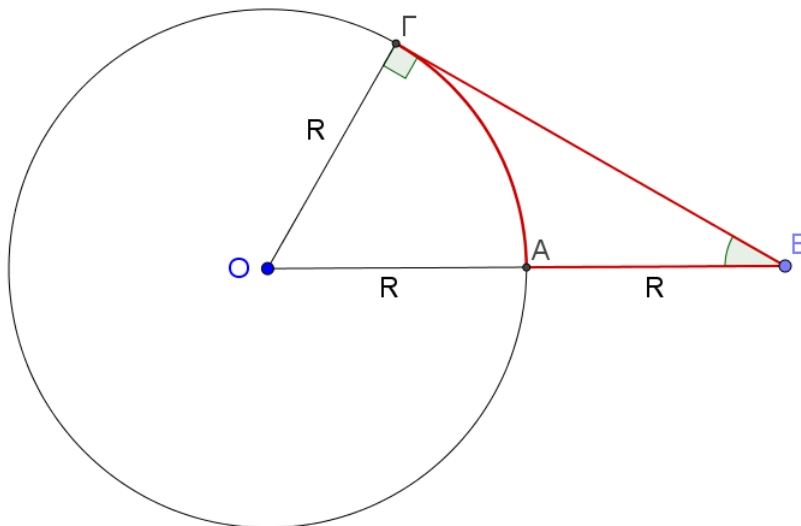
Να βρεθεί :

α) η περίμετρος του μικτόγραμμου ΑΒΓ ,

β) το εμβαδόν του μικτόγραμμου ΑΒΓ.



17. (Άσκηση 1 ΑΠΟΔΕΙΚΤΙΚΕΣ παραγράφων 11.6-11.8)



Στο παραπάνω σχήμα το ΒΓ είναι εφαπτόμενο τμήμα.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί η γωνία Β είναι 30°

β) Να βρεθεί το μήκος της πλευράς ΒΓ.

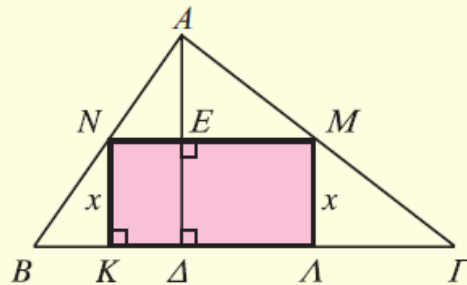
γ) Να υπολογιστεί το μήκος $L_{ΑΓ}$ του τόξου ΑΓ.

δ) Να υπολογιστεί η περίμετρος του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ και

ε) να υπολογιστεί το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

18. (Άσκηση 4 Β' σελ 29 σχολικού βιβλίου Μαθηματικών Γ' ΓΕΛ)

Ένα ορθογώνιο $KLMN$ ύψους x cm είναι εγγεγραμμένο σε ένα τρίγωνο $ABΓ$ βάσης $BΓ = 10$ cm και ύψους $AD = 5$ cm. Να εκφράσετε το εμβαδό E και την περίμετρο P του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x .



- ΒΟΗΘΕΙΕΣ:** ι) $EΔ = x$, άρα $AE = \dots\dots\dots$
 υ) Έστω $NM = y$. Τα τρίγωνα ANM και $ABΓ$ είναι όμοια, γιατί;

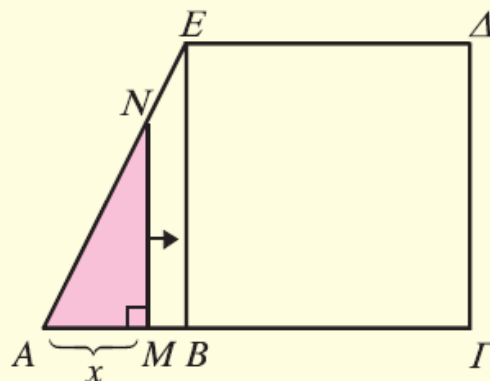
19. (Άσκηση 5 Α' σελ 27 σχολικού βιβλίου Μαθηματικών Γ' ΓΕΛ)

Σύρμα μήκους $L = 20$ cm κόβεται σε δυο κομμάτια με μήκη x cm και $(20-x)$ cm. Με το πρώτο κομμάτι σχηματίζουμε ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ και με το δεύτερο ΙΣΟΠΛΕΥΡΟ ΤΡΙΓΩΝΟ. Βρείτε:

- α) το μήκος της πλευράς του ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ ως συνάρτηση του x .
 β) το μήκος της πλευράς του ΙΣΟΠΛΕΥΡΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ως συνάρτηση του x .
 γ) Το άθροισμα των εμβαδών των δυο σχημάτων ως συνάρτηση του x .

20. (Άσκηση 3Β' σελ 29 σχολικού βιβλίου Μαθηματικών Γ' ΓΕΛ)

Στο διπλανό σχήμα είναι $AB = 1$, $AG = 3$ και $ΓΔ = 2$. Να εκφράσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου ως συνάρτηση του $x = AM$, όταν το M διαγράφει το ευθύγραμμο τμήμα AG .



- ΒΟΗΘΕΙΕΣ:** ι) Αρχικά θα εξετάσω για $x \in (0,1]$ και για $x \in (1,3]$.
 υ) Τα τρίγωνα AMN και ABE είναι όμοια! Άρα, $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BE} \Leftrightarrow MN = 2x$



Σας εύχομαι ολόψυχα καλή τύχη στο δρόμο που θα επιλέξετε!