

Τελευταία επανάληψη για την Β' Γυμνασίου

Ερωτήσεις θεωρίας

1. Τι ονομάζουμε μεταβλητή;
2. Τι ονομάζουμε αριθμητική παράσταση;
3. Τι ονομάζουμε αλγεβρική παράσταση;
4. Ποια είναι η επιμεριστική ιδιότητα;
5. Τι συμβαίνει αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό; Διατυπώστε την ιδιότητα αυτή με τη βοήθεια μεταβλητών.
6. Τι συμβαίνει αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό; Διατυπώστε την ιδιότητα αυτή με τη βοήθεια μεταβλητών.
7. Τι συμβαίνει αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας πολλαπλασιάσουμε τον ίδιο αριθμό; Διατυπώστε την ιδιότητα αυτή με τη βοήθεια μεταβλητών.
8. Τι συμβαίνει αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας διαιρέσουμε τον ίδιο μη μηδενικό αριθμό; Διατυπώστε την ιδιότητα αυτή με τη βοήθεια μεταβλητών.
9. Τι ονομάζουμε εξίσωση;
10. Τι ονομάζουμε πρώτο μέλος και τι δεύτερο μέλος μιας εξίσωσης;
11. Τι συμβαίνει αν σε μια εξίσωση «μεταφέρουμε» όρους από το ένα μέλος στο άλλο;
12. Τι είναι η απαλοιφή παρονομαστών;
13. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε ταυτότητα (αόριστη);
14. Τι είναι η ανισότητα;
15. Πως διαβάζεται το σύμβολο \leq ; Τι σημαίνει η ανισότητα $a \leq b$;
16. Πως διαβάζεται το σύμβολο \geq ; Τι σημαίνει η ανισότητα $a \geq b$;
17. Τι συμβαίνει αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό; Διατυπώστε την ιδιότητα αυτή με τη βοήθεια μεταβλητών.
18. Τι συμβαίνει αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό; Διατυπώστε την ιδιότητα αυτή με τη βοήθεια μεταβλητών.
19. Τι συμβαίνει αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας πολλαπλασιάσουμε τον ίδιο θετικό αριθμό; Διατυπώστε την ιδιότητα αυτή με τη βοήθεια μεταβλητών.
20. Τι συμβαίνει αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας πολλαπλασιάσουμε τον ίδιο αρνητικό αριθμό; Διατυπώστε την ιδιότητα αυτή με τη βοήθεια μεταβλητών.
21. Τι συμβαίνει αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας διαιρέσουμε τον ίδιο θετικό αριθμό; Διατυπώστε την ιδιότητα αυτή με τη βοήθεια μεταβλητών.
22. Τι συμβαίνει αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας διαιρέσουμε τον ίδιο αρνητικό αριθμό; Διατυπώστε την ιδιότητα αυτή με τη βοήθεια μεταβλητών.
23. Τι ονομάζουμε ανίσωση;
24. Τι σημαίνει ότι μια ανίσωση αληθεύει για κάθε τιμή του αριθμού x ;
25. Τι σημαίνει ότι μια ανίσωση δεν αληθεύει για κάθε τιμή του αριθμού x ; Πως ονομάζεται μια τέτοια ανίσωση;
26. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ; Πως συμβολίζεται;
27. Πως ορίζεται η τετραγωνική ρίζα του 0;
28. Να συμπληρώσετε την ακόλουθη πρόταση:
 - Αν $\sqrt{a} = x$, όπου $a \geq 0$, τότε $x \geq 0$ και $x^2 = a$.
29. Να συμπληρώσετε την ακόλουθη πρόταση:
 - Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 = a$.
30. Ποιοι είναι οι φυσικοί αριθμοί; Να παραστήσετε τους φυσικούς αριθμούς πάνω σε μια ευθεία. Οι αριθμοί αυτοί γεμίζουν πλήρως την ευθεία αυτή;

31. Ποιο είναι οι ακέραιοι αριθμοί; Να παραστήσετε τους ακέραιους αριθμούς πάνω σε μια ευθεία. Οι αριθμοί αυτοί γεμίζουν πλήρως την ευθεία αυτή;
32. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί; Να παραστήσετε μερικούς ρητούς αριθμούς (όχι μόνο ακέραιους) πάνω σε μια ευθεία. Οι αριθμοί αυτοί γεμίζουν πλήρως την ευθεία αυτή;
33. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται άρρητοι; Να παραστήσετε μερικούς άρρητους αριθμούς πάνω σε μια ευθεία. Οι αριθμοί αυτοί γεμίζουν πλήρως την ευθεία αυτή;
34. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πραγματικοί; Να παραστήσετε μερικούς πραγματικούς αριθμούς πάνω σε μια ευθεία. Πως ονομάζεται αυτή η ευθεία; Οι αριθμοί αυτοί γεμίζουν πλήρως την ευθεία αυτή;
35. Δεδομένου ότι ισχύει $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ ποια είναι η τετραγωνική ρίζα του 2 με προσέγγιση δεκάτου;
36. Δεδομένου ότι ισχύει $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ ποια είναι η τετραγωνική ρίζα του 2 με προσέγγιση εκατοστού;
37. Δεδομένου ότι ισχύει $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ ποια είναι η τετραγωνική ρίζα του 2 με προσέγγιση χιλιοστού;
38. Δεδομένου ότι ισχύει $1,4142 < \sqrt{2} < 1,4143$ ποια είναι η τετραγωνική ρίζα του 2 με προσέγγιση δεκάκις χιλιοστού;
39. Δεδομένου ότι ισχύει $1,41421 < \sqrt{2} < 1,41422$ ποια είναι η τετραγωνική ρίζα του 2 με προσέγγιση εκατοντάκις χιλιοστού;
40. Τι είναι οι ρητές προσεγγίσεις ενός άρρητου αριθμού;
41. Τι ονομάζουμε συνάρτηση;
42. Τι είναι ο πίνακας τιμών της συνάρτησης;
43. Τι ονομάζουμε τετμημένη ενός σημείου;
44. Τι ονομάζουμε τεταγμένη ενός σημείου;
45. Τι ονομάζουμε συντεταγμένες ενός σημείου;
46. Να συμπληρώσετε την ακόλουθη πρόταση:
 - Κάθε σημείο του επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα μόνο ζεύγος και, αντιστρόφως, κάθε ζεύγος αριθμών αντιστοιχεί σε σημείο του επιπέδου.
47. Τι ονομάζουμε σύστημα ορθογωνίων αξόνων ή απλώς σύστημα αξόνων;
48. Τι ονομάζουμε σύστημα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων;
49. Τι είναι τα τεταρτημόρια;
50. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;
51. Ποια είναι η τεταγμένη κάθε σημείου του άξονα $x'x$;
52. Ποια είναι η τετμημένη κάθε σημείου του άξονα $y'y$;
53. Για τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, να γράψετε τον τύπο που δίνει την απόστασή τους.
54. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;
55. Ποια είναι η συνάρτηση που συνδέει δύο ανάλογα ποσά x, y ;
56. Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$; Διέρχεται αυτή από την αρχή των αξόνων;
57. Ποια είναι η εξίσωση του άξονα $x'x$;
58. Τι ονομάζουμε κλίση της ευθείας με εξίσωση $y = ax$;
59. Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας της διχοτόμου της $1^{η}$ και $3^{η}$ γωνίας; Να την σχεδιάσετε σε ένα σύστημα αξόνων.
60. Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας της διχοτόμου της $2^{η}$ και $4^{η}$ γωνίας; Να την σχεδιάσετε σε ένα σύστημα αξόνων.
61. Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$; Ποια σχέση έχει με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$; Από ποιο σημείο του άξονα $y'y$ διέρχεται; Πως ονομάζεται το a ;
62. Τι σχήμα παριστάνει μια εξίσωση της μορφή $ax + by = \gamma$, με $a \neq 0$ ή $\beta \neq 0$.

63. Πως βρίσκουμε τα σημεία τομής της ευθείας $ax + by = \gamma$ (με $a \neq 0$ ή $b \neq 0$) με τους άξονες;
 64. Πότε τα ποσά x, y ονομάζονται αντιστρόφως ανάλογα;
 65. Ποια είναι η συνάρτηση που συνδέει δύο αντιστρόφως ανάλογα ποσά x, y ;
 66. Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ με $\alpha \neq 0$; Τι συμβαίνει αν $\alpha > 0$ και τι αν $\alpha < 0$;
 67. Να συμπληρώσετε τα κενά στην ακόλουθη πρόταση.

• Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ ($\alpha \neq 0$) ονομάζεται, αποτελείται από δύο, έχει κέντρο συμμετρίας το και άξονες συμμετρίας τις ευθείες με εξισώσεις και

68. Να αναφέρετε έξι μονάδες μέτρησης επιφάνειας.
 69. Τι είναι το τετραγωνικό μέτρο, τι το τετραγωνικό δεκατόμετρο, τι το τετραγωνικό εκατοστόμετρο και τι το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο; Πως συμβολίζονται;
 70. Τι είναι το τετραγωνικό χιλιόμετρο και πως συμβολίζεται;
 71. Τι είναι το στρέμμα και για ποιες μετρήσεις χρησιμοποιείται;
 72. Να συμπληρώσετε τα ακόλουθα κενά:
 • 1 στρέμμα = m^2 1 km^2 = m^2
 73. Να συμπληρώσετε τους ακόλουθους πίνακες:

1 m^2 = dm^2 = cm^2 = mm^2
	1 dm^2 = cm^2 = mm^2
		1 cm^2 = mm^2

1 mm^2 = cm^2 = dm^2 = m^2
	1 cm^2 = dm^2 = m^2
		1 dm^2 = m^2

74. Ποιος είναι ο τύπος για τον υπολογισμό του εμβαδού ενός τετραγώνου πλευράς a ; Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 75. Ποιος είναι ο τύπος για τον υπολογισμό του εμβαδού ενός ορθογωνίου με πλευρές a, b ; Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 76. Ποιος είναι ο τύπος για τον υπολογισμό του εμβαδού ενός παραλληλογράμμου; Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 77. Ποιος είναι ο τύπος για τον υπολογισμό του εμβαδού ενός τυχαίου τριγώνου; Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 78. Ποιος είναι ο τύπος για τον υπολογισμό του εμβαδού ενός ορθογωνίου τριγώνου με κάθετες πλευρές a, b ; Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 79. Ποιος είναι ο τύπος για τον υπολογισμό του εμβαδού ενός τραapeζίου; Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 80. Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα. Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 81. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος. Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 82. Τι ονομάζουμε εφαπτομένη μιας οξείας σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο; Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 83. Να αποδείξετε ότι για την ευθεία με εξίσωση $y = ax$ ($a > 0$) ισχύει $a = \epsilon\phi\omega$, όπου ω είναι η γωνία που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$.
 84. Τι ονομάζουμε ημίτονο μιας οξείας σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο; Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 85. Τι ονομάζουμε συνημίτονο μιας οξείας σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο; Να κάνετε το αντίστοιχο σχήμα.
 86. Να αποδείξετε ότι το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου παίρνει τιμές ανάμεσα στο 0 και το 1.

87. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου είναι ίση με το ημίτονο του ημίτονου προς το συνημίτονο της γωνίας.
88. Να συμπληρώσετε τα κενά στις ακόλουθες προτάσεις.
- Όταν μια οξεία γωνία αυξάνεται, το ημίτονό της
 - Όταν μια οξεία γωνία αυξάνεται, το συνημίτονό της
 - Όταν μια οξεία γωνία αυξάνεται, η εφαπτομένη της
89. Να συμπληρώσετε τα ακόλουθα κενά στις ακόλουθες προτάσεις.
- Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα ημίτονα, τότε είναι
 - Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα συνημίτονα, τότε είναι
 - Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσες εφαπτομένες, τότε είναι
90. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας των 45° .
91. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας των 30° .
92. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας των 60° .
93. Να υπολογίσετε το ύψος και το εμβαδό ενός ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς a .
94. Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη στον κύκλο (O, ρ) ;
95. Να συμπληρώσετε τα κενά στην ακόλουθη πρόταση και να κάνετε και το σχήμα.
- Αν A, B, Γ είναι σημεία του κύκλου (O, ρ) η γωνία $\widehat{BA\Gamma}$ λέγεται
στον κύκλο (O, ρ) που βαίνει στο τόξο και λέμε ότι το τόξο $\widehat{B\Gamma}$ στην εγγεγραμμένη γωνία.
96. Να συμπληρώσετε τα κενά στις ακόλουθες προτάσεις και στην συνέχεια να κάνετε το σχήμα που αντιστοιχεί σε κάθε μία.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε είναι ορθή.
 - Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το της επίκεντρης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο.
 - Κάθε επίκεντρη γωνία ισούται με το της εγγεγραμμένης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο.
 - Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους
 - Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.
97. Ποιο σχήμα ονομάζεται πολύγωνο και τι είναι το n -γωνο;
98. Πως ονομάζουμε τα πολύγωνα;
99. Τι ονομάζουμε περιγεγραμμένο κύκλο ενός κανονικού πολυγώνου;
100. Τι ονομάζουμε κεντρική γωνία ενός κανονικού n -γώνου και πως υπολογίζεται;
101. Τι ονομάζουμε γωνία ενός κανονικού n -γώνου και πως υπολογίζεται;
102. Να συμπληρώσετε τα κενά στην ακόλουθη πρόταση.
- Το π είναι ένας αριθμός, δηλαδή δεκαδικός με άπειρα δεκαδικά ψηφία που δεν προκύπτουν από συγκεκριμένη διαδικασία. Είναι ίσος με το λόγο του του κύκλου προς τη του και χρησιμοποιούμε την προσεγγιστική τιμή
103. Πως υπολογίζουμε το μήκος ενός κύκλου ακτίνας ρ ; Πως υπολογίζουμε το μήκος ενός κύκλου διαμέτρου δ ;
104. Πως υπολογίζουμε το μήκος ενός τόξου μ μοιρών σε κύκλο ακτίνας ρ ;
105. Τι ονομάζουμε ακτίνο;
106. Πως υπολογίζουμε το μήκος ενός τόξου α ακτινίων σε κύκλο ακτίνας ρ ; Να αποδείξετε τη σχέση αυτή.
107. Ποια είναι η σχέση που συνδέει μοίρες και ακτίνια; Να αποδείξετε τη σχέση αυτή.
108. Πως υπολογίζουμε το εμβαδό ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ ;
109. Τι ονομάζουμε κυκλικό τομέα γωνία ;
110. Πως υπολογίζουμε το εμβαδό ενός κυκλικού τομέα μ μοιρών σε κύκλο ακτίνας ρ ; Να αποδείξετε τη σχέση αυτή.
111. Πως υπολογίζουμε το εμβαδό ενός κυκλικού τομέα α ακτινίων σε κύκλο ακτίνας ρ ;

Χαρακτηριστικές ασκήσεις

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = 3(5\alpha + 2\beta) - 4(2\alpha + 3\beta)$$

$$B = 2(\alpha - 3\beta) + \alpha(3 + \beta) - \beta(\alpha + 5)$$

2. Αν $\alpha + 2\beta = -4$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = 5(4\alpha - \beta) + 2(\alpha + 13\beta) + \beta$$

$$B = 7 - 2(3\alpha + 2\beta) - 8(\beta + 2)$$

3. Αν $\alpha \neq 0$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = \left(\frac{0}{\alpha} + \frac{-\alpha}{\alpha} \right) : (-2)$$

$$B = \left(\frac{3}{\alpha} - \frac{-\alpha}{-\alpha} \right) \cdot \alpha$$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) 7x - 3(3 - 2x) = 3(4x - 3) + x$$

$$\beta) 3(2x - 1) - 5x - 2 = 7 + 3x - 3(x - 1)$$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{x+2}{3} + 5 = \frac{3x-1}{2} + \frac{8}{3}$$

$$\beta) 5 - \frac{x-1}{2} = \frac{2-x}{2} + \frac{9}{2}$$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) 3 - \frac{2(1-2x)}{3} = \frac{5(x-1)}{6} - \frac{3x}{4}$$

$$\beta) \frac{2(4-x)}{3} + 1 = \frac{5(2x+3)}{2} - \frac{5x}{8}$$

7. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{2(x-1)}{5} - 4 \cdot \frac{x+1}{3} = \frac{4-x}{5} - 2 \cdot (-x+1)$.

8. Να λύσετε την εξίσωση $3 \cdot \frac{x-2}{4} - \frac{2(x-1)}{3} = \frac{2(3-x)}{3} - x$.

9. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{4(5-x)}{5} - \frac{5(3x-1)}{6} = \frac{7-2x}{3} - \frac{4+3x}{2}$.

10. Να λύσετε την εξίσωση $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right)^{-1} (3x+1) + \frac{2^3 \cdot 5^4}{4 \cdot 25} x = 3 - (-3)^{-1} + 8x$.

11. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{4 + \frac{1}{3}}{-2 + \frac{5}{9}} \cdot \frac{4}{-\frac{1}{2}} - 20 \quad \text{και} \quad B = 24 - \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \cdot (-6) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) : \left(-\frac{1}{12} \right)$$

- α) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων A και B

β) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{Ax-4}{12} - \frac{B-2-x}{2} = \frac{1}{12} + (2A-3B)x$.

12. Ένας κτηνοτρόφος έχει 97 κότες και κατσίκια. Ο γιος του κτηνοτρόφου μέτρησε τα πόδια τους και 284. Να βρείτε πόσες είναι οι κότες και πόσα τα κατσίκια.

13. Δύο αριθμοί έχουν άθροισμα 65 και το $\frac{1}{4}$ του ενός με το $\frac{1}{5}$ του άλλου έχουν άθροισμα

14. Να βρείτε τους αριθμούς.

14. Σε τρίγωνο ABΓ η γωνία Β είναι μεγαλύτερη από το τριπλάσιο της γωνίας Α κατά 20° και η γωνία Γ είναι μικρότερη από το Α κατά 10° . Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου.

15. Το άθροισμα τριών διαδοχικών άρτιων αριθμών είναι 240. Να βρείτε τους αριθμούς.

16. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$5x + 6 > 2x - 5 \quad \frac{4x+2}{3} - \frac{2x-1}{4} < x + \frac{5}{6} \quad 5x - 2(5 - 2x) \leq 3x - 1$$

17. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$\frac{2x}{3} - 11 < 20 - \frac{x}{5} - \frac{x-10}{4}$$

$$\frac{x+6}{2} + \frac{2(x+17)}{3} + \frac{5(x-10)}{6} < 2x+7$$

18. Να συναληθεύσετε τις ανισώσεις:

$$3 \cdot \frac{x-2}{4} - \frac{2x-1}{3} \geq \frac{-2x-1}{12} - \frac{3x-1}{4}$$

$$5(x-1) + 2x > 7x-9$$

19. Να συναληθεύσετε τις ανισώσεις:

$$2(x+1) - 3 \geq 5 - 3(2x-3)$$

$$\frac{4(1-x)}{9} - \frac{3-x}{6} > 1 + \frac{2x-1}{3}$$

20. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{5}{2} < 4x - 3 \leq \frac{8}{3}$.

21. Να λύσετε την ανίσωση $4 - x < 2(x+3) - 5x \leq 20$.

22. Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης $\frac{5+x}{2} + \frac{4}{3} = \frac{2-3x}{9} - \frac{5(x-1)}{6}$ επαληθεύει την

ανίσωση $\frac{4+x}{5} - 1 \geq \frac{3x+2}{3}$.

23. Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης $\frac{x-2}{3} + \frac{2x+1}{4} + \frac{3-x}{6} = \frac{5}{12}$ επαληθεύει την

ανίσωση $\frac{3x}{4} - \frac{x+1}{2} - 2 \leq x - \frac{5(x-1)}{6}$.

24. Να βρείτε τα εξαγόμενα:

α) $\sqrt{34 + \sqrt{\sqrt{24 - \sqrt{64}}}}$

β) $\sqrt{125 - \sqrt{8 + \sqrt{60 + \sqrt{16}}}}$

25. Να βρείτε τα εξαγόμενα:

$$A = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{10} - \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{4}} - 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{121}$$

$$B = \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$\Gamma = (-\sqrt{7})^2 - 2\sqrt{5} \cdot (3 - \sqrt{5}) + (4\sqrt{3})^2 + \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} - 3)$$

26. Να βρείτε τα εξαγόμενα:

$$A = \sqrt{125} + 3\sqrt{5} - \sqrt{20} + \sqrt{45}$$

$$B = \sqrt{2}^2 + 3\sqrt{3} + (-\sqrt{2})^4 - \sqrt{27}$$

$$\Gamma = \sqrt{(-3)^2} + 2\sqrt{5}^2 - (3\sqrt{2})^2$$

27. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $x^2 = 64$

β) $x^2 = 81$

γ) $x^2 = \frac{121}{25}$

28. Να βρείτε τις θετικές ρίζες των εξισώσεων:

α) $x^2 = 16$

β) $x^2 = 25$

γ) $x^2 = \frac{49}{4}$

29. Να βρείτε τις αρνητικές ρίζες των εξισώσεων:

α) $x^2 = 4$

β) $x^2 = 9$

γ) $x^2 = \frac{1}{121}$

30. Να εξετάσετε πότε οι ακόλουθες παραστάσεις έχουν νόημα:

A = $\sqrt{x-2}$

B = $\sqrt{3x+1}$

Γ = $\sqrt{5-3x}$

31. Να χαρακτηρίσετε τους ακόλουθους αριθμούς ως ρητούς ή άρρητους:

$$\sqrt{3}^2 \quad -\sqrt{4} \quad \sqrt{5} \quad \sqrt{\frac{4}{9}} \quad -\sqrt{\frac{2}{8}} \quad -2,1 \quad 4,\bar{5} \quad \frac{4}{5}$$

32. Να συγκρίνετε τα ακόλουθα ζεύγη αριθμών:

α) $\sqrt{3}, \sqrt{11}$ β) $\sqrt{5}, 2$ γ) $\sqrt{20}, 5$ δ) $\sqrt{1.024}, 32$.

33. Να βάλετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς $\sqrt{2}, \sqrt{22}, 5, \sqrt{4}, \sqrt{12}, \sqrt{16}$.

34. Να κατασκευάσετε γεωμετρικά τους αριθμούς $\sqrt{5}, \sqrt{10}$.

35. Δίνεται η συνάρτηση $y = 5 - 3x$.

α) Να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα τιμών.

x	-1		3		0	
y		2		11		-10

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες και ονομάστε τα Α και Β.

δ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΟΑΒ.

ε) Να υπολογίσετε μήκος της υποτείνουσας του ορθογωνίου τριγώνου ΟΑΒ.

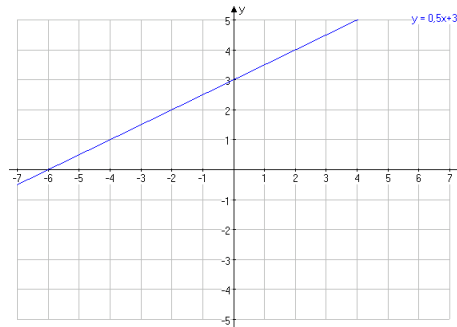
στ) Να υπολογίσετε το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΟΑΒ.

36. α) Να βρείτε τη συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

β) Ποια είναι τα σημεία τομής της γραφικής με τους άξονες;

γ) Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου που δημιουργείται από τη γραφική και τους άξονες.

δ) Να βρείτε το μήκος της υποτείνουσας του παραπάνω ορθογωνίου τριγώνου.



37. Δίνεται η συνάρτηση $y = κ \cdot x + 3$, όπου ο $κ$ είναι πραγματικός αριθμός.

α) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής της παράστασης με τον άξονα $y'y$.

β) Αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $K(3, -3)$, να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό $κ$.

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση, όταν $-1 \leq x < 4$.

ε) Να βρείτε τη συνάρτηση, της οποίας η γραφική παράσταση είναι παράλληλη στην γραφική της δοσμένης συνάρτησης.

38. Δίνονται τα σημεία Α, Β, Γ με συντεταγμένες $A(0, 1)$, $B(-2, 0)$ και $\Gamma(2, -3)$. Να αποδείξετε ότι το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

39. Δίνονται τα σημεία $A(-2, 2)$, $B(2, 2)$ και $\Gamma(4, 4)$.

α) Να υπολογίσετε τα μήκη των ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ.

β) Να υπολογίσετε τις αποστάσεις των σημείων Α, Β, Γ από τους άξονες.

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία Β του τριγώνου ΑΒΓ.

40. Δίνονται τα σημεία $A(-3, 3)$ και $B(0, 2)$. Να βρείτε τις αποστάσεις:

α) των σημείων Α και Β από την αρχή των αξόνων,

β) των σημείων Α και Β από τους άξονες $x'x$ και $y'y$,

γ) των σημείων Α και Β.

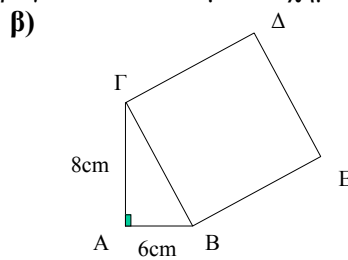
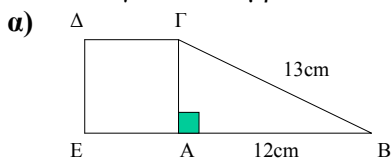
41. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ που διέρχεται από το $(0, 0)$ και έχει κλίση 9.

42. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ που διέρχεται από το $(0, -5)$ και έχει κλίση -3 .

43. Να βρείτε τις εξισώσεις δύο παραλλήλων ευθειών με κλίση 8, που η μία διέρχεται από το σημείο $(0, 5)$ και η άλλη από το σημείο $(3, 2)$.

- 44.** Να βρείτε τη κλίση μια ευθείας που περνά από το $(0, 0)$ και το $(3, 6)$.
- 45.** Να βρείτε τη κλίση μια ευθείας που περνά από το $(0, -2)$ και το $(5, -1)$.
- 46.** Δίνεται η εξίσωση $5x - y = 6$.
- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της αντίστοιχης συνάρτησης.
 - Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης, όταν $-1 < x < 1$.
 - Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής με τους άξονες.
 - Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζει η γραφική με τους άξονες.
 - Να βρείτε την εξίσωση της συνάρτησης, της οποίας η γραφική παράσταση είναι παράλληλη στην γραφική της αρχικής και διέρχεται από το $(0, 0)$.
- 47.** Δίνονται οι συναρτήσεις $y = 3x$, $y = 3x + 1$.
- Ποια είναι η γραφική παράσταση κάθε μίας από αυτές τις συναρτήσεις; Ποια σχέση έχουν μεταξύ τους;
 - Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων, όταν $-2 \leq x < 1$.
- 48.** Δίνονται οι συναρτήσεις $y = 2x$, $y = -\frac{1}{2}x$.
- Ποια είναι η γραφική παράσταση κάθε μίας από αυτές τις συναρτήσεις;
 - Να βρείτε τις συντεταγμένες δύο σημείων Α και Β της επιλογής σας έτσι, ώστε το σημείο Α να ανήκει στη γραφική της $y = 2x$ και το σημείο Β στην γραφική της $y = -\frac{1}{2}x$.
 - Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΟΑΒ είναι ορθογώνιο.
 - Τι συμπέρασμα προκύπτει για τις γραφικές παραστάσεις των δύο συναρτήσεων;
- 49.** Δίνεται η ευθεία με εξίσωση $2x - 3y = 5$.
- Να βρείτε την κλίση της ευθείας.
 - Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής με τους άξονες.
 - Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της αντίστοιχης συνάρτησης.
 - Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης, όταν $-1 < x < 1$.
 - Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου που σχηματίζει η γραφική με τους άξονες.
 - Να βρείτε την εξίσωση της συνάρτησης, της οποίας η γραφική παράσταση είναι παράλληλη στην γραφική της αρχικής και διέρχεται από το $(0, 0)$.
- 50.** Δίνεται η ευθεία με εξίσωση $5x + 3y = 2$. Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου που δημιουργείται από τη γραφική παράσταση της ευθείας και τους άξονες.
- 51.** Ένας ποδηλάτης ξεκινάει για να κάνει την απόσταση Πάτρα – Αθήνα και η απόστασή του S από την Αθήνα t ώρες μετά την εκκίνηση, δίνεται από τη συνάρτηση:
 $S = 210 - 30t$.
- Να βρεθεί η απόσταση Αθήνας – Πάτρας.
 - Να βρείτε η απόσταση από την Αθήνα μετά από 3 ώρες και μετά από 6 ώρες.
 - Να βρείτε σε πόσες ώρες θα φτάσει στην Αθήνα.
 - Ποιες είναι οι τιμές που μπορεί να πάρει ο χρόνος (t);
 - Να σχεδιάσετε η γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.
 - Να διαπιστώσετε αν το σημείο $\left(\frac{7}{5}, 168\right)$ ανήκει στη γραφική παράσταση.
- 52.** Δίνεται η συνάρτηση $y = \frac{\alpha}{x}$, όπου ο α είναι πραγματικός μη μηδενικός αριθμός.
- Αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(4, -5)$, να βρείτε τον πραγματικό αριθμό α.
 - Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.
 - Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης, αν $1 \leq x \leq 10$.
- 53.** Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο τα μήκη δύο πλευρών του είναι . Να υπολογίσετε την τρίτη πλευρά του.

54. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των τετραγώνων στα επόμενα σχήματα:

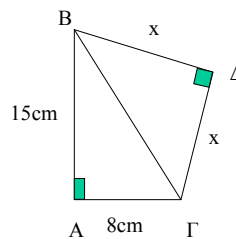


55. Δίνεται το τετράπλευρο ABΓΔ, όπου οι διαγώνιες ΑΓ και ΒΔ είναι κάθετες και τέμνονται στο Ο. Αν $AO = 3\text{ cm}$, $OB = 4\text{ cm}$, $BΓ = 6\text{ cm}$, $ΓΔ = 5\text{ cm}$, να υπολογίσετε:

- α) την περίμετρο του ABΓΔ,
β) το εμβαδό του ABΓΔ.

56. Δίνονται τα ορθογώνια τρίγωνα ABΓ

και ΒΓΔ με $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 90^\circ$, $\hat{B}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 90^\circ$,
 $AB = 15\text{ cm}$, $A\Gamma = 8\text{ cm}$ και $\Delta B = \Delta\Gamma$.
Να βρείτε το εμβαδό του τετραπλεύρου ABΔΓ.

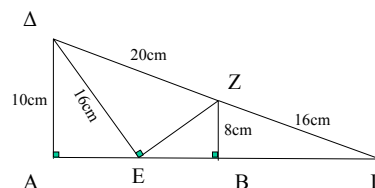


57. Δίνεται τραπέζιο ABΓΔ ($AB // \Gamma\Delta$) όπου $AB \perp A\Delta$ και ΓΕ ύψος του, με $\Gamma\Delta = 7\text{ cm}$, $A\Gamma = 25\text{ cm}$ και $AB = 17\text{ cm}$. Να υπολογίσετε:

- α) το μήκος του ύψους,
β) το μήκος του ΒΓ,
γ) το εμβαδό του τραpezίου.

58. Δίνονται τα ορθογώνια τρίγωνα AΔΕ, ΔΕΖ, ΒΕΖ, ΒΖΓ, όπως βλέπετε στο διπλανό σχήμα. Αν $A\Delta = 10\text{ cm}$, $E\Delta = 16\text{ cm}$, $\Delta Z = 20\text{ cm}$, $BZ = 8\text{ cm}$ και $Z\Gamma = 16\text{ cm}$, να υπολογίσετε:

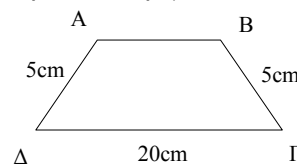
- α) τα μήκη των ΑΕ, ΕΖ, ΒΒ, ΒΓ,
β) το εμβαδό του τραpezίου ABΖΔ.



59. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με υποτείνουσα $A\Gamma = 20\text{ cm}$ και κάθετες πλευρές ίσες προς $3x$, $4x$, όπου $x > 0$. Να βρείτε τα μήκη των καθέτων πλευρών του τριγώνου.

60. Σε ένα ισοσκελές τραπέζιο η μεγάλη βάση του είναι 20 cm , οι δύο μη παράλληλες πλευρές είναι 5 cm και η περίμετρός του είναι 44 cm . Να βρείτε:

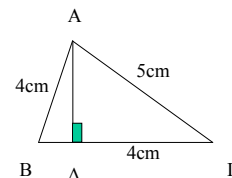
- α) το ύψος του τραpezίου,
β) το εμβαδόν του τραpezίου.



61. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ έχουμε $AB = A\Gamma = 13\text{ cm}$ και $B\Gamma = 10\text{ cm}$. Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.

62. Δίνεται τρίγωνο ABΓ, όπου AΔ ύψος και έχουμε ότι $AB = 4\text{ cm}$, $A\Gamma = 5\text{ cm}$ και $\Gamma\Delta = 4\text{ cm}$.

- α) Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΓ.
β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ABΓ.
γ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.



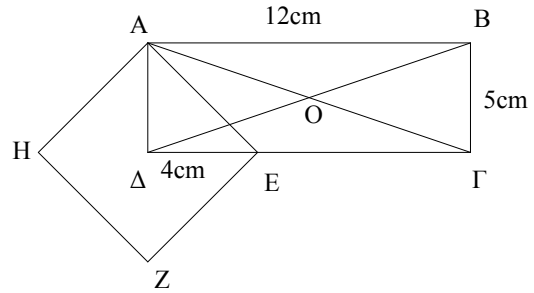
63. Να εξετάσετε ποιες από τις επόμενες τριάδες ευθυγράμμων τμημάτων εκφράζουν πλευρές ορθογωνίου τριγώνου και αν ναι, να βρείτε την ορθή γωνία.

- α) $AB = 15\text{ cm}$, $B\Gamma = 8\text{ cm}$ και $A\Gamma = 17\text{ cm}$ και
β) $AB = 5\text{ m}$, $B\Gamma = 4\text{ cm}$ και $A\Gamma = 8\text{ cm}$.

64. Δίνεται τρίγωνο ABΓ που οι πλευρές του έχουν μήκη $3x$, $4x$, $5x$, όπου $x > 0$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο αυτό είναι ορθογώνιο.

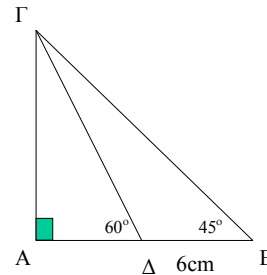
65. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ, όπου ΑΒ = 12cm και ΒΓ = 5cm.

- α) Να βρεθεί το μήκος της διαγωνίου ΒΔ.
- β) Αν Ο είναι το σημείο τομής των διαγωνίων ΑΓ, ΒΔ να υπολογίσετε το μήκος του ΑΟ.
- γ) Θεωρούμε πάνω στην ΓΔ ένα σημείο Ε έτσι ώστε ΔΕ = 4cm. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τετραγώνου ΑΕΖΗ.



66. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} = 90^\circ$, ΑΓ = 5 cm και ΑΒ = 18 cm. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ.

67. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 45^\circ$. Έστω επίσης, σημείο Δ της ΑΒ, έτσι ώστε $\hat{A}\Delta\Gamma = 60^\circ$ και ΔΒ = 6 cm. Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ.



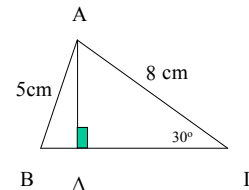
68. Το εμβαδό ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι 24 cm² και οι πλευρές του ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ έχουν μήκη 7 cm, 10 cm, 8 cm, αντίστοιχα.

- α) Αν ΑΔ είναι ένα ύψος του, να υπολογίσετε το μήκος του.
- β) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών του τριγώνου.

69. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, όπου ΑΔ ύψος και έχουμε ότι

ΑΒ = 5 cm, ΑΓ = 8 cm και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$

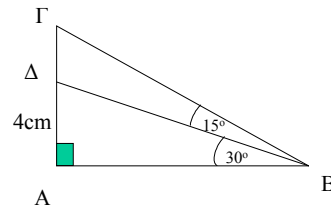
- α) Να υπολογίσετε την πλευρά ΓΔ.
- β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ.
- γ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.



70. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και

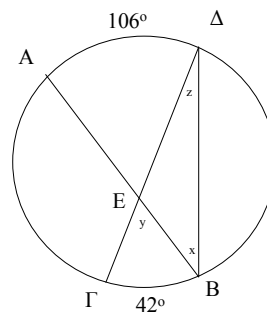
ευθύγραμμο τμήμα ΒΔ έτσι ώστε $\hat{A}\Delta\Gamma = 30^\circ$, $\hat{\Delta}\Delta\Gamma = 15^\circ$ και ΑΔ = 4cm.

- α) Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ.
- β) Να υπολογίσετε την πλευρά ΓΔ.



71. Στο ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχουμε $\hat{A}\Delta\Gamma = 30^\circ$ και ΑΒ = 8 cm. Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΒΓ, ΑΓ, ΒΔ.

72. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες x, y, z.

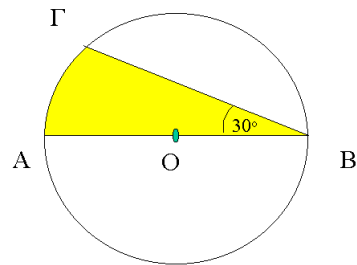


73. Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με $\hat{A}\Delta\Gamma = 70^\circ$ και $\hat{A}\Delta\Gamma = 28^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\Gamma}\Delta\Delta$, $\hat{A}\Delta\Delta$.

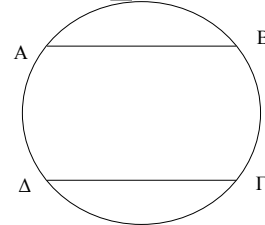
74. Δίνεται ο κύκλος (O, 10cm), όπου AB διάμετρος και η εγγεγραμμένη γωνία ABΓ, όπου $\hat{A}B\Gamma = 30^\circ$. Να βρείτε:

- α) το μήκος του τόξου ΑΓ,
- β) το εμβαδό και την περίμετρο του χωρίου που βρίσκεται εντός της εγγεγραμμένης γωνίας και του κυκλικού δίσκου.



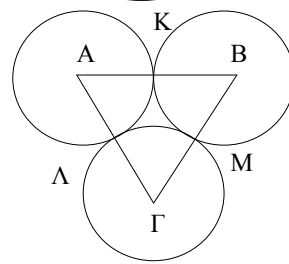
75. Σε κύκλο (O, ρ) παίρνουμε τις ίσες χορδές AB και ΓΔ, με $AB \parallel \Gamma\Delta$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\hat{A}\Gamma = \hat{B}\Delta$ και $\hat{A}\Delta = \hat{B}\Gamma$.
- β) Να αποδείξετε ότι οι χορδές ΑΓ και ΒΔ είναι διάμετροι του κύκλου.



76. Θεωρούμε τους κύκλους (A, 8 cm), (B, 8 cm), (Γ, 8 cm), οι οποίοι εφάπτονται εξωτερικά ανά δύο στα σημεία Κ, Λ, Μ.

- α) Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.
- β) Να βρείτε το εμβαδό του κυκλικού τομέα του κύκλου (A, 8cm) που αντιστοιχεί στο τόξο ΚΛ.
- γ) Να υπολογίσετε το εμβαδό και την περίμετρο του «τριγώνου» με πλευρές τα τόξα ΚΛ, ΚΜ, ΛΜ.



77. Ένας κυκλικός δίσκος έχει εμβαδό $12,56 \text{ cm}^2$. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του αντίστοιχου κύκλου είναι ίση με $12,56 \text{ cm}$.

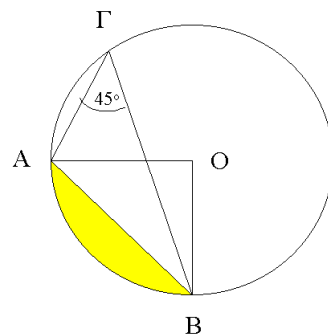
78. Σε ένα κύκλο (O, 5cm), θεωρούμε την επίκεντρη γωνία $\hat{A}O\text{B} = 90^\circ$. Με διάμετρο την ακτίνα OB γράφουμε ημικύκλιο εσωτερικά της $\hat{A}O\text{B}$.

- α) Να συγκρίνετε τα μήκη των τόξων AB και OB.
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδό και την περίμετρο του χωρίου που δημιουργείται από την ακτίνα OA, το ημικύκλιο και το τόξο AB.

79. Δίνεται κύκλος (O, 2cm) και τα σημεία του A,

B, Γ έτσι ώστε $\hat{A}\Gamma\text{B} = 45^\circ$. Να υπολογίσετε:

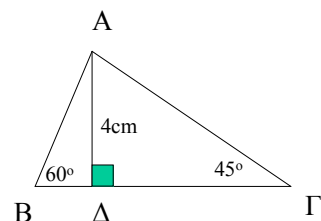
- α) Το εμβαδό του κυκλικού δίσκου και το μήκος του κύκλου.
- β) Το εμβαδό του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στο τόξο AB.
- γ) Το εμβαδό του μικρότερου χωρίου που βρίσκεται ανάμεσα στον κύκλο και τη χορδή AB.



80. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και το ύψος του ΑΔ, όπου

$\hat{B} = 60^\circ$, $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και $A\Delta = 4 \text{ cm}$.

- α) Να υπολογίσετε τα τμήματα ΓΔ, ΒΔ.
- β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ABΓ.
- γ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.
- δ) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma \cdot \eta\mu\Gamma = AB \cdot \eta\mu\text{B}$.



Οι τροχί ενός ποδηλάτου έχουν διάμετρο 60 cm . Να βρείτε πόσες στροφές θα κάνουν αν διανύσουν απόσταση $235,5 \text{ m}$.

81. Δίνεται κύκλος (O, 4cm) και το εγγεγραμμένο τετράπλευρο ABΓΔ, με $\hat{B}\Delta\Lambda = 136^\circ$, $\hat{\Gamma}\Delta = 114^\circ$ και $\hat{A}\text{B} = 44^\circ$. Να υπολογίσετε:

- α) τις γωνίες του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ,
β) τις γωνίες ΑΒΔ και ΒΔΑ,
γ) το μήκος του τόξου $\widehat{ΒΓ}$ και του τόξου $\widehat{ΒΓΔ}$,
δ) το εμβαδόν του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στο τόξο $\widehat{ΑΔ}$.
- 82.** Δίνεται ο κύκλος (Κ, 4 cm) και η χορδή του ΑΒ = 8 cm. Να βρείτε τα μήκη των δύο τόξων ΑΒ.
- 83.** Δίνεται ο κύκλος (Ο, 6 cm), μια χορδή του ΑΒ = 6 cm και τη διάμετρό του ΒΓ.
Να υπολογίσετε:
α) το μήκος της χορδής ΑΓ,
β) το μήκος του τόξου ΒΓ,
γ) το εμβαδό του κυκλικού δίσκου,
δ) το εμβαδό του χωρίου που βρίσκεται εντός του κύκλου και εκτός του τριγώνου.
- 84.** Δίνονται ομόκεντροι κύκλοι (Κ, 5cm) και (Κ, 3cm). Φέρνουμε τις ακτίνες ΚΑ και ΚΓ του κύκλου (Κ, 5cm), που τέμνουν τον κύκλο (Κ, 3cm) στα σημεία Β και Δ, αντίστοιχα, ώστε $\widehat{ΓΚΑ} = 120^\circ$. Να υπολογίσετε:
α) τα μήκη των τόξων ΑΓ και ΒΔ,
β) το εμβαδόν του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στο τόξο ΑΓ,
γ) το εμβαδό του χωρίου που βρίσκεται εντός του τομέα που αντιστοιχεί στο τόξο ΑΓ και εκτός του τομέα που αντιστοιχεί στο τόξο ΒΔ,
δ) το εμβαδό του χωρίου που βρίσκεται εντός του κύκλου (Κ, 5cm) εκτός του κύκλου (Κ, 3cm).
- 85.** Δίνεται κύκλος (Ο, 6cm), όπου ΑΒ μία χορδή του Γ ένα άλλο σημείο του κύκλου και $\widehat{ΟΑΒ} = 50^\circ$. Να υπολογίσετε:
α) τις γωνίες ΑΟΒ, ΑΓΒ,
β) το μήκος του τόξου ΑΒ,
γ) το εμβαδό του χωρίου που βρίσκεται εντός του κύκλου και εκτός του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στο τόξο ΑΒ.
- 86.** Δίνεται κύκλος (Ο, 4cm), οι χορδές του ΑΓ και ΒΔ που τέμνονται στο σημείο Κ ώστε η ΓΔ να είναι διάμετρος. Αν $\widehat{ΒΓ} = 48^\circ$ και $\widehat{ΑΔ} = 32^\circ$, να υπολογίσετε:
α) τις γωνίες ΒΔΓ, ΑΒΔ,
β) τις γωνίες του τετραπλεύρου με κορυφές τα σημεία Α, Β, Γ, Δ,
γ) τις γωνίες ΒΚΓ, ΑΚΒ,
δ) το μήκος του τόξου ΓΔΑ,
ε) το εμβαδό του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στο τόξο $\widehat{ΑΒΓ}$.

Οδηγίες - Σχόλια

- Στο διαγώνισμα Μαΐου – Ιουνίου θα δοθούν 2 θέματα θεωρίας και 3 θέματα ασκήσεων.
- Πρέπει να γράψετε 1 ολοκληρωμένο θέμα θεωρίας και 2 ολοκληρωμένα θέματα ασκήσεων. Η επιλογή είναι καθαρά δική σας!!!
- Επιλέγεται τα θέματα που ξέρετε καλύτερα. Μην ξεχνάτε ότι όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα.
- Μην γράψετε από μια θεωρία ένα ερώτημα επειδή δεν ξέρετε κάποιο ερώτημα από την άλλη θεωρία, γιατί στην περίπτωση αυτή μετρά στη βαθμολογία η «χειρότερη» θεωρία!!! ΠΡΟΣΟΧΗ λοιπόν!!!

Ενδεικτικά θέματα

Ακολουθώντας θα βρείτε 3 εκδοχές θεμάτων για τις εξετάσεις Μαΐου – Ιουνίου, με διαφορετικά επίπεδα δυσκολίας.

Εξετάσεις Μαΐου – Ιουνίου
1^η εκδοχή

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

- α) Πότε μια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο;
 β) Ποια σχέση έχει μια εγγεγραμμένη με την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία; Να κάνετε ένα σχήμα στο οποίο να φαίνεται ο ισχυρισμός σας.
 γ) Να γράψετε τους τύπους, που δίνουν:
 i) Το μήκος ενός κύκλου (O, ρ),
 ii) Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (O, ρ),
 iii) Το μήκος ενός τόξου μ^ο κύκλου (O, ρ),
 iv) Το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα μ^ο κύκλου (O, ρ).

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

- α) Τι ονομάζουμε λύση ή ρίζα μιας εξίσωσης;
 β) Ποια εξίσωση λέγεται αδύνατη και ποια ταυτότητα (αόριστη);
 γ) Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις με Σ ή Λ ανάλογα με το αν είναι σωστές ή λανθασμένες.

1. Αν $a = \beta$, τότε $a + \gamma = \beta + \gamma$.	
2. Αν $a > \beta$, τότε $a - \gamma < \beta - \gamma$.	
3. Ισχύει $a(\beta + \gamma) = a\beta + \gamma$.	
4. Αν $a = \beta$ και $\gamma > 0$, τότε $a\gamma > \beta\gamma$.	
5. Αν $a < \beta$ και $\gamma < 0$, τότε $a\gamma > \beta\gamma$.	

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1η

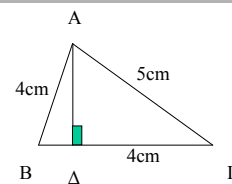
Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$\frac{2-x}{16} + 5 \cdot \frac{x+3}{2} > \frac{2x-5}{4} + \frac{1}{8}, \quad 2x-3 \leq 4x-2, \quad \frac{x-2}{5} - 2 \cdot \frac{x-3}{3} \geq \frac{4-x}{5} - 2 \cdot x.$$

ΑΣΚΗΣΗ 2η

Δίνεται τρίγωνο ABΓ, όπου ΑΔ ύψος και έχουμε ότι AB = 4cm, ΑΓ = 5cm και ΓΔ = 4cm.

- α) Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΓ.
 β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ABΓ.
 γ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.



ΑΣΚΗΣΗ 3η

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) έχουμε ότι $\eta\mu B = \frac{12}{13}$ και ΑΓ = 24 cm.

- α) Να βρείτε τις πλευρές ΒΓ και AB.
 β) Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.
 γ) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ.

Εξετάσεις Μαΐου – Ιουνίου
2^η εκδοχή

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

- α) Να διατυπώστε το Πυθαγόρειο θεώρημα.
 β) Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} = 90^\circ$ και να γράψετε το Πυθαγόρειο θεώρημα για το τρίγωνο αυτό.
 γ) Να διατυπώστε το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

- α) Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α;
 β) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται άρρητοι;
 γ) Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις με Σ ή Λ ανάλογα με το αν είναι σωστές ή λανθασμένες.

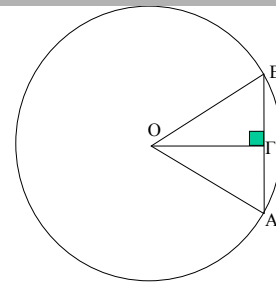
1. Ένας ρητός αριθμός είναι και πραγματικός.	
2. Ένας πραγματικός αριθμός είναι και ρητός.	
3. $\sqrt{361} = 19$.	
4. Η τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού μπορεί να είναι αρνητικός αριθμός.	
5. $6 < \sqrt{7} < 8$.	

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Θερούμε κύκλο (Ο, 4cm), μία χορδή του ΑΒ = 4cm και το ΟΓ⊥ΑΒ. Να βρείτε:

- α) την περίμετρο του κύκλου,
 β) το είδος του τριγώνου ΒΟΑ,
 γ) το μήκος του ΟΓ,
 δ) το μήκος του τόξου ΑΒ,
 ε) το εμβαδόν του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στο τόξο ΑΒ.



ΑΣΚΗΣΗ 2η

Να βρείτε (αν υπάρχουν) τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

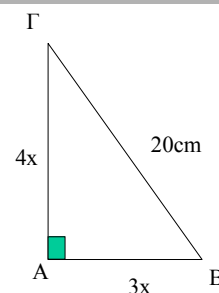
$$\frac{4-x}{3} + \frac{5}{2} \leq 2x - \frac{5(x-2)}{6} \qquad 2-x+3 \cdot \frac{x+2}{4} > \frac{6x-3}{10} - \frac{7x+2}{5}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3η

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΒΓ = 20cm,

ΑΒ = 3x και ΑΓ = 4x.

- α) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών ΑΒ και ΑΓ.
 β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των οξείων γωνιών του τριγώνου.
 γ) Να αποδείξετε ότι το εμβαδό του τριγώνου είναι ίσο με $\frac{1}{2} \cdot ΑΒ \cdot ΒΓ \cdot \eta\mu Β$.



Εξετάσεις Μαΐου – Ιουνίου
3^η εκδοχή

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

- α) Τι ονομάζουμε ημίτονο και τι συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου;
β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας των 45°.
γ) Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις με Σ ή Λ ανάλογα με το αν είναι σωστές ή λανθασμένες.

1. Όταν αυξάνει μία οξεία γωνία αυξάνει και το συνημίτονό της.	
2. Όταν αυξάνει μία οξεία γωνία αυξάνει και το ημίτονό της.	
3. Για μια οξεία γωνία ω, ισχύει ότι: $0 < \text{συν}\omega < 1$.	
4. Για μια οξεία γωνία ω, ισχύει ότι: $0 < \text{εφ}\omega < 1$.	
5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$, ισχύει $\text{εφ}B = \frac{\text{συν}B}{\eta\mu B}$.	

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

- α) Πότε ένα πολύγωνο ονομάζεται κανονικό;
β) Ποια γωνία ονομάζεται κεντρική σε ένα κανονικό ν-γωνο και πως υπολογίζεται;
γ) Να αποδείξετε ότι το μήκος ενός τόξου μ°, σε ένα κύκλο (Ο, ρ) είναι ίσο με $\frac{\pi \cdot \rho \cdot \mu}{180^\circ}$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Αν δίνεται η εξίσωση $y + 3x + 1 = 0$.

- α) Να την μετατρέψετε στη μορφή $y = ax + \beta$. Ποιο είναι το α και ποιο είναι το β;
β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τους άξονες x'x και y'y.
γ) Να εξετάσετε αν τα σημεία Α(-1, 2) και Β(2, 2) ανήκουν στη γραφική παράσταση της συνάρτησης.
δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.
ε) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου, που σχηματίζεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης και τους άξονες.

ΑΣΚΗΣΗ 2η

- α) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{x-2}{5} - \frac{x+1}{3} < \frac{2x}{15} + 5$ και να παραστήσετε τις λύσεις της πάνω σε ένα άξονα.
β) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{2x-1}{6} - \frac{2(x+1)}{9} \leq \frac{1}{2} - 3x$ και να τη συναληθεύσετε με την ανίσωση του (α) ερωτήματος.
γ) Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης $3 \cdot \left(\frac{3-2x}{5} - \frac{x}{2} \right) = \frac{4}{15} - x$ επαληθεύει τις κοινές λύσεις των δύο παραπάνω ανισώσεων.

ΑΣΚΗΣΗ 3η

Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = 13 cm, ΑΓ = 12 cm και ΒΓ = 5 cm.

- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των οξείων γωνιών του τριγώνου.
γ) Θεωρούμε σημείο Μ πάνω στην ΑΓ ώστε $\hat{GBM} = 30^\circ$. Να βρείτε το ΒΜ.