ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr, Ιστοσελίδα: www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr Site: www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
71ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΘΑΛΗΣ"

ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2010

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΠΡΟΕΔΡΟΥΣ ΤΩΝ ΤΟΠΙΚΩΝ ΝΟΜΑΡΧΙΑΚΩΝ ΕΠΙΤΡΟΠΩΝ, ΠΡΟΕΔΡΟΥΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΩΝ ΚΕΝΤΡΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΤΗΡΗΤΕΣ

1. Παρακαλούμε να διαβάσετε προσεκτικά τις οδηγίες στους μαθητές.
2. Οι επιτηρητές των αιθουσών θα διανείμουν πρώτα κόλλες αναφοράς, στις οποίες οι μαθητές θα πρέπει απαραίτητα να γράψουν ***ΕΠΩΝΥΜΟ, ΟΝΟΜΑ, ΣΧΟΛΕΙΟ, ΤΑΞΗ, ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΚΑΤΟΙΚΙΑΣ και ΤΗΛΕΦΩΝΟ,*** τα οποία θα **ελεγχθούν σε αντιπαραβολή με την ταυτότητα** που θα έχουν οι εξεταζόμενοι, πριν καλυφθούν και μετά θα γίνει **η υπαγόρευση ή διανομή φωτοτυπιών** των θεμάτων στους μαθητές.
3. **Να φωτοτυπηθεί και να μοιραστεί σε όλους τους μαθητές η επιστολή που σας αποστέλλουμε μαζί με τα θέματα.**
4. Η εξέταση πρέπει να διαρκέσει ακριβώς τρεις (3) ώρες από τη στιγμή που θα γίνει η εκφώνηση των θεμάτων (9-12 περίπου). Δε θα επιτρέπεται σε κανένα μαθητή ν' αποχωρήσει πριν παρέλθει μία ώρα από την έναρξη της εξέτασης.
5. Οι επιτηρητές των αιθουσών έχουν το δικαίωμα ν' ακυρώσουν τη συμμετοχή μαθητών, αν αποδειχθεί ότι αυτοί έχουν χρησιμοποιήσει αθέμιτα μέσα, σημειώνοντας τούτο στις κόλλες των μαθητών. Η επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε. έχει δικαίωμα να επανεξετάσει μαθητή αν έχει λόγους να υποπτεύεται ότι το γραπτό του είναι αποτέλεσμα χρήσης αθέμιτου μέσου.
6. Υπολογιστές οποιουδήποτε τύπου καθώς και η χρήση κινητών απαγορεύονται.
7. Αμέσως μετά το πέρας της εξέτασης, οι κόλλες των μαθητών πρέπει να σφραγιστούν εντός φακέλου ή φακέλων, που θα έχουν την υπογραφή του υπεύθυνου του εξεταστικού κέντρου και ν' αποσταλούν στην **Επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε., Πανεπιστημίου 34, 106 79 Αθήνα,** αφού πρώτα στα παραρτήματα , εφόσον είναι εφικτό, γίνει μία πρώτη βαθμολόγηση, σύμφωνα με το σχέδιο βαθμολόγησης της επιτροπής διαγωνισμών.
8. Τα αποτελέσματα του διαγωνισμού θα σταλούν στους Προέδρους των Τοπικών Νομαρχιακών Επιτροπών (ΤΝΕ) και τα Παραρτήματα της Ε.Μ.Ε.
9. **Ο «ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ»** θα διενεργηθεί στις **15 Ιανουαρίου 2011** και η Εθνική Ολυμπιάδα Μαθηματικών **«ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ»** θα γίνει στις **26 Φεβρουαρίου 2011** στην Αθήνα. Από τους διαγωνισμούς αυτούς και επί πλέον από ένα τελικό διαγωνισμό στην Ε.Μ.Ε. και μια προφορική εξέταση με προκαθορισμένη διαδικασία θα επιλεγεί η εθνική ομάδα, που θα συμμετάσχει στη **28η Βαλκανική Μαθηματική Ολυμπιάδα (Ρουμανία, Μάιος 2011),** στην **15η Βαλκανική Μαθηματική Ολυμπιάδα Νέων (Κύπρος, Ιούνιος 2011)** και στην **52η Διεθνή Μαθηματική Ολυμπιάδα (Ολλανδία, Ιούλιος 2010).**
10. Με την ευκαιρία αυτή, το Δ.Σ. της Ε.Μ.Ε. ευχαριστεί όλους τους συναδέλφους που συμβάλλουν με την εθελοντική τους συμμετοχή στην επιτυχία των Πανελλήνιων Μαθητικών Διαγωνισμών της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας.
11. **Παρακαλούμαι τον Πρόεδρο της ΤΝΕ να αναπαράγει με τα ονόματα των επιτηρητών την ευχαριστήρια επιστολή του Δ.Σ. της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας και την παραδώσει στους επιτηρητές.**

ΓΙΑ ΤΟ Δ.Σ. ΤΗΣ Ε.Μ.Ε.

Ο Πρόεδρος
Καθηγητής Γρηγόριος Καλογερόπουλος

Ο Γενικός Γραμματέας
Ιωάννης Τυρλής

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
71ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΘΑΛΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2010

Β΄ Γυμνασίου

1. Έστω $x = 3^2 - 4\cdot 2^3 : 4 + 2^5$ και $y = 4\cdot 5^2 - 4^3 + 7\cdot 3^2$.
(α) Να βρεθούν οι αριθμοί x και y.
(β) Να προσδιορίσετε το μεγαλύτερο ακέραιο Α του οποίου οι αριθμοί x και y είναι πολλαπλάσια.

2. Έστω α, β φυσικοί αριθμοί. Δίνεται ότι η Ευκλείδεια διαίρεση με διαιρετέο τον α και διαιρέτη τον β δίνει πηλίκο 6. Να βρεθεί ο αριθμός α, αν επιπλέον γνωρίζετε ότι ο α είναι πολλαπλάσιο του 7, ενώ ο αριθμός β είναι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης των αριθμών 16, 32 και 248.

3. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Οι διχοτόμοι των γωνιών Β και Γ τέμνονται στο σημείο Ι. Η παράλληλη από το σημείο Ι προς την πλευρά ΑΒ τέμνει την πλευρά ΒΓ στο Δ ενώ η παράλληλη από το σημείο Ι προς την πλευρά ΑΓ τέμνει την πλευρά ΒΓ στο σημείο Ε. Αν είναι $\mathrm{I}\hat{\Delta}\Gamma = 70^0$ και $\mathrm{I}\hat{\mathrm{E}}\Gamma = 130^0$, να βρεθούν:
α) η γωνία $\hat{\mathrm{A}}$ του τριγώνου ΑΒΓ.
β) οι γωνίες $\mathrm{B}\hat{\mathrm{I}}\Delta$ και $\mathrm{E}\hat{\mathrm{I}}\Gamma$.

4. Ένας αγρότης καλλιέργησε δύο κτήματα με ελαιόδενδρα. Το ένα κτήμα είναι δικό του και έχει 80 ελαιόδενδρα, ενώ το άλλο το μισθώνει και έχει 120 ελαιόδενδρα. Η συνολική παραγωγή λαδιού ήταν 2600 κιλά λάδι. Αν είχε συμφωνήσει να δώσει στον ιδιοκτήτη του μισθωμένου κτήματος το 10% της παραγωγής λαδιού του μισθωμένου κτήματος, πόσα κιλά λάδι θα πάρει ο ιδιοκτήτης του μισθωμένου κτήματος σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:
α. Καθένα από τα ελαιόδενδρα των δύο κτημάτων παράγει τα ίδια κιλά λάδι.
β. Κάθε ελαιόδενδρο του μισθωμένου κτήματος έχει απόδοση σε λάδι ίση με το 150% της απόδοσης σε λάδι κάθε ελαιόδενδρου του κτήματος του αγρότη.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες ***ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ***

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
71^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΘΑΛΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2010

Γ΄ Γυμνασίου

1. Αν $x+y=3\cdot(-2)^2$ και $y-w=\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^4\right]^6\cdot\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^6\right]^{-4}$, να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$A=7x+10y-3w-87.$$

2. Να βρείτε έναν τετραψήφιο φυσικό αριθμό, αν γνωρίζετε ότι ισχύουν όλα τα παρακάτω:
(α) Το ψηφίο των μονάδων του είναι πολλαπλάσιο του 4,
(β) Το ψηφίο των δεκάδων του είναι το μισό του ψηφίου των μονάδων του,
(γ) Το ψηφίο των εκατοντάδων του είναι διαιρέτης του 5 ,
(δ) Το ψηφίο των χιλιάδων του είναι ίσο με το ψηφίο των εκατοντάδων του μειωμένο κατά 1.

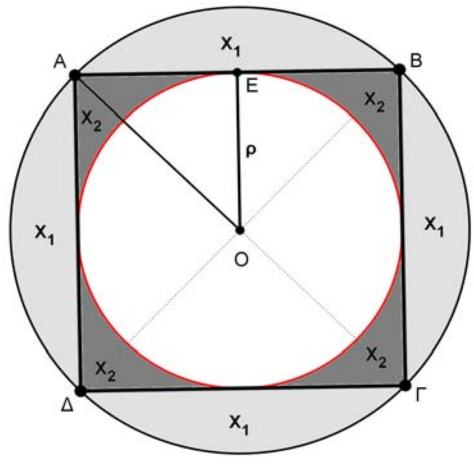
3. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A}=120^0$. Στο εσωτερικό της γωνίας Α φέρουμε ημιευθείες Ax και Ay κάθετες στις πλευρές ΑΓ και ΑΒ, αντίστοιχα που τέμνουν την πλευρά ΒΓ στα σημεία Δ και Ε, αντίστοιχα. Αν $A\hat{\Delta}B=120^0$, $A\hat{E}\Delta=60^0$ και το ύψος ΑΗ έχει μήκος $2\sqrt{3}$ μονάδες μήκους, τότε:
α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισόπλευρο.
β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.
γ. Να βρείτε το λόγο των περιμέτρων των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΕ.

4. Στο παρακάτω σχήμα το τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει πλευρά 2ρ .Ονομάζουμε X_1 το χωρίο που αποτελείται από τα τέσσερα κυκλικά τμήματα του κύκλου $C(O,OA)$ που ορίζονται από τις χορδές ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΑ. Επίσης ονομάζουμε X_2 το χωρίο που βρίσκεται εξωτερικά του κύκλου $C(O,\rho)$ και εσωτερικά του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

α. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού δακτυλίου $\Delta(O,\rho,OA)$ που ορίζεται από τους κύκλους $C(O,\rho)$ και $C(O,OA)$.

β. Να αποδείξετε ότι τα εμβαδά $E(X_1)$ και $E(X_2)$ των χωρίων X_1 και X_2, αντίστοιχα, έχουν λόγο $\frac{E(X_1)}{E(X_2)}$ μεγαλύτερο του $\frac{13}{5}$.

γ. Να προσδιορίσετε την ακτίνα x του κύκλου $C(O,x)$ που χωρίζει τον κυκλικό δακτύλιο $\Delta(O,\rho,OA)$ σε δύο κυκλικούς δακτύλιους ίσου εμβαδού.



Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες ***ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ***

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
Ιστοσελίδα: www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
71ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2010

Α΄ Λυκείου

1. Να προσδιορίσετε τους ακέραιους που είναι λύσεις του συστήματος εξίσωσης-ανίσωσης

$$x^2-5x=14, \quad \frac{x-1}{2}+\frac{x^2-1}{4}<\frac{x(x-1)}{4}.$$

2. Αν α,β,γ είναι πραγματικοί αριθμοί, με κατάλληλο χωρισμό των όρων της σε ομάδες, να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$\mathrm{A}=\alpha^4+2\alpha^3\beta+\alpha^2\beta^2-\alpha^2\beta^2\gamma^2-2\alpha\beta^3\gamma^2-\beta^4\gamma^2-\alpha^2\gamma^2+\beta^2\gamma^4.$$

3. Να λύσετε το σύστημα:

$$\frac{x}{2}-1=\frac{4}{y}\ , \quad \frac{x-1}{2}-\frac{2}{3y}=\frac{5}{3}+\frac{x}{3}.$$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\mathrm{AB\Gamma}$ με $\mathrm{AB}=\mathrm{A\Gamma}$ και το ύψος του $\mathrm{A\Delta}$. Από τυχόν σημείο E του ύψους $\mathrm{A\Delta}$ θεωρούμε ευθεία (ε) παράλληλη στη $\mathrm{B\Gamma}$. Πάνω στην ευθεία (ε) θεωρούμε δύο διαφορετικά μεταξύ τους σημεία M, N έτσι ώστε $\mathrm{EM}=\mathrm{EN}$ και $\mathrm{MB}<\mathrm{M\Gamma}$. Να αποδείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα $\mathrm{M\Gamma}$ και NB τέμνονται πάνω στο ύψος $\mathrm{A\Delta}$.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες ***ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ***

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
Ιστοσελίδα: www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
71^ος^ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΘΑΛΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2010

Β΄ Λυκείου

1. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x, y, z ισχύουν οι ισότητες

$$\sqrt{x^2 - y - z} = x - 2$$
$$\sqrt{y^2 - z - x} = y - 2$$
$$\sqrt{z^2 - x - y} = z - 2,$$

να αποδείξετε ότι $x + y + z = 6$ και να προσδιορίσετε τους αριθμούς x, y, z.

2. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $\mathrm{AB\Gamma}$ και οι κύκλοι $c_1(\mathrm{A}, \mathrm{AB})$ (με κέντρο το σημείο A και ακτίνα $R_1 = \mathrm{AB}$) και $c_2(\mathrm{A}, \mathrm{A\Gamma})$ (με κέντρο το σημείο A και ακτίνα $R_2 = \mathrm{A\Gamma}$). Ο κύκλος $c_1(\mathrm{A}, \mathrm{AB})$ τέμνει την ευθεία $\mathrm{B\Gamma}$ στο σημείο E και την ευθεία AB στο σημείο Δ. Ο κύκλος $c_2(\mathrm{A}, \mathrm{A\Gamma})$ τέμνει την ευθεία $\mathrm{B\Gamma}$ στο σημείο K και την ευθεία $\mathrm{A\Gamma}$ στο σημείο N.

α. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta\mathrm{EKN}$ είναι ορθογώνιο.

β. Αν το τρίγωνο $\mathrm{AB\Gamma}$ είναι ισοσκελές με $\Gamma\mathrm{A} = \Gamma\mathrm{B}$ και $\hat{\Gamma} = 30^o$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta\mathrm{EKN}$ είναι τετράγωνο.

3. Αν για τους θετικούς πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύει ότι $x + y = 4$, να αποδείξετε ότι:

$$\frac{(2x+1)^2}{x} + \frac{(2y+1)^2}{y} \geq 25.$$

Πότε ισχύει η ισότητα;

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\mathrm{AB\Gamma}$ $(\hat{\mathrm{A}} = 90^o)$ και έστω E το μέσο της διχοτόμου $\mathrm{B}\Delta$. Η εφαπτομένη του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου AEB στο σημείο A τέμνει την πλευρά $\mathrm{B\Gamma}$ στο σημείο M. Να αποδείξετε ότι η ευθεία ME και η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$, τέμνονται πάνω στον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου $\mathrm{AB\Gamma}$.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες ***ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ***

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
$71^{ος}$ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
"Ο ΘΑΛΗΣ"
ΣΑΒΒΑΤΟ, 30 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2010

Γ΄ Λυκείου

1. Να λυθεί στους πραγματικούς αριθμούς η εξίσωση

$$\left(2x^2+3x+1\right)^3-\left(x^2+3x+2\right)^3=7\left(x^2-1\right)^3.$$

2. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$. Το ύψος του $ΑΔ$ τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο του στο σημείο $Ζ$ και ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου $ΒΔΖ$ τέμνει την ευθεία $ΑΒ$ στο σημείο $Ε$. Αν η ευθεία $ΕΔ$ τέμνει την ευθεία $ΑΓ$ στο $Κ$ και η ευθεία $ΖΚ$ τέμνει την ευθεία $ΒΓ$ στο σημείο $Λ$, να αποδείξετε ότι το σημείο $Δ$ είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $ΒΛ$.

3. Σε τουρνουά τένις συμμετέχουν 2^m, όπου m θετικός ακέραιος, αθλητές οι οποίοι έχουν βαθμολογηθεί και καταταγεί ανάλογα με την γενικότερη επίδοση τους. Το τουρνουά διεξάγεται σε "γύρους". Στον πρώτο "γύρο" ο πρώτος αθλητής αγωνίζεται με τον τελευταίο αθλητή, ο δεύτερος αγωνίζεται με τον προτελευταίο και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να αγωνιστούν όλοι οι αθλητές. Οι νικητές του πρώτου "γύρου" κατατάσσονται ξανά και συμμετέχουν στον δεύτερο "γύρο" ακολουθώντας ανάλογη διαδικασία με αυτή του πρώτου "γύρου". Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ανακηρυχτεί ο πρωταθλητής. Σε κάθε νικητή του πρώτου γύρου δίνονται 10 βαθμοί, σε κάθε νικητή του δεύτερου γύρου δίνονται 20 βαθμοί, σε κάθε νικητή του τρίτου γύρου δίνονται 30 βαθμοί κ.ο.κ.

- **α.** Αν ο θετικός ακέραιος m είναι πολλαπλάσιο του 3, να αποδείξετε ότι το συνολικό πλήθος των αγώνων είναι πολλαπλάσιο του 7.
- **β.** Αν ο πρωταθλητής συγκέντρωσε συνολικά 210 βαθμούς, να βρείτε τον αριθμό των αθλητών που συμμετείχαν.

4. Μια ευθεία εφάπτεται των κύκλων $c_1(\mathrm{O}_1,\mathrm{r}_1)$ και $c_2(\mathrm{O}_2,\mathrm{r}_2)$ στα διακεκριμένα σημεία A και B, αντιστοίχως. Αν το M είναι κοινό σημείο των δύο κύκλων $c_1(\mathrm{O}_1,\mathrm{r}_1)$, $c_2(\mathrm{O}_2,\mathrm{r}_2)$ και ισχύει ότι $\mathrm{r}_1<\mathrm{r}_2$, να αποδείξετε ότι $\mathrm{MA}<\mathrm{MB}$.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες ***ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ***