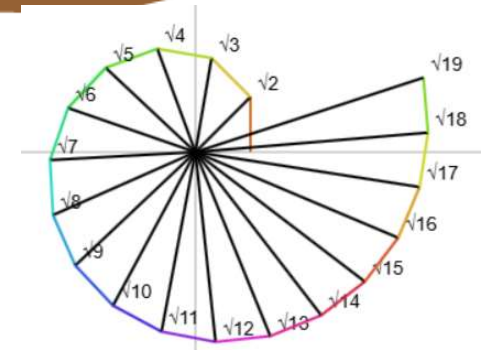


Κατασκευάζοντας άρρητους αριθμούς: Διδακτική πρόταση



Βαφάκου Σταυρούλα

Απόφοιτη Τμ. Μαθηματικών Παν. Αιγαίου,

MSc “Υπολογιστικά Μαθηματικά & Πληροφορική”, Τμ. Μαθηματικών Παν. Πατρών.

Προσέγγιση Διδασκαλίας



- Μεθοδολογίας STEM
- *(Γεωμετρία, Τεχνολογία και Παιδαγωγική προσέγγιση)*
- Εποικοδομισμός
- Ανεστραμμένη τάξη

Στόχοι



- Κατανόηση

- Διαφοράς ρητών - άρρητων αριθμών

- Αναγκαιότητας ύπαρξης άρρητων

- Τοποθέτηση σε άξονα πραγματικών αριθμών, ρητών-άρρητων αριθμών

- Γεωμετρική κατασκευή ευθυγράμμων (π. χ. μήκους $\sqrt{2}$)

- Χειραπτικά μέσα

- Ψηφιακά εργαλεία

“Δεν μπορώ να μετρήσω με πάντα απόλυτη ακρίβεια το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος

Τρόποι



- Αφόρμηση
- Καταιγισμός Ιδεών
- Κινητοποίηση ολομέλειας τάξης
- Υπενθύμιση προαπαιτούμενων εννοιών
- Σύνδεση παλαιάς-νέας γνώσης

Εργαλεία



- Ψηφιακή εφαρμογή
- Φύλλο εργασίας
- Βίντεο (*eclass*)
- *Βίντεο*
- (*eclass*- διάδραση- αξιολόγηση)
- Ψηφιακή αξιολόγηση (*eclass*-σταυρόλεξο)
- Ομαδοσυνεργατική δράση
- Ανάθεση ατομικής εργασίας (τεχνική - τέχνη)
- Ανατροφοδότηση
- Προσωπικός αναστοχασμός

Ψηφιακή Εφαρμογή (I)



η. τάξη

ΧΡΗΣΤΗΣ

Επιλογές Μαθήματος

- Ανακοινώσεις
- Εγγραφή **1**
- Ημερολόγιο
- Μηνύματα
- Περιεχόμενο Η5Ρ
- Σύνδεσμοι

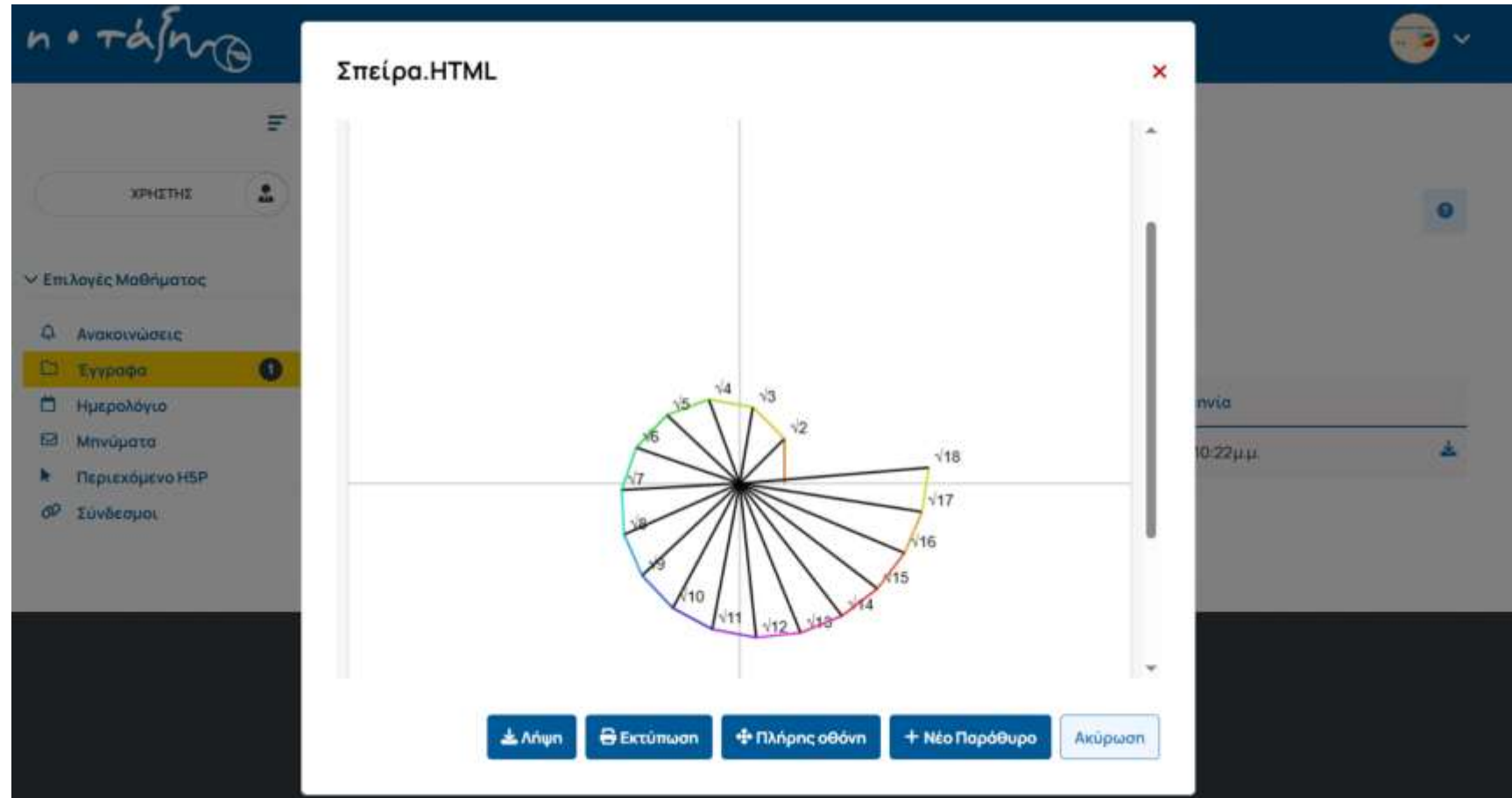
Σπείρα.HTML

Σπείρα του Θεοδώρου με Animation

Τρίγωνα: 5 Ταχύτητα (ms): 400 Έναρξη Παύση Επαναφορά

Λήψη Εκτύπωση Πλήρης οθόνη + Νέο Παρόθυρο Ακύρωση

Ψηφιακή Εφαρμογή (II)



Φύλλο εργασίας (I)



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
Άλγεβρα - Άρρητοι



Φύλλο εργασίας: Τι είναι αυτός ο $\sqrt{2}$;
Τάξη: Β Γυμνασίου

❖ **Θυμόμαστε:**

✓ Το **Πυθαγόρειο Θεώρημα** εφαρμόζεται όταν θέλουμε να υπολογίσουμε το **μήκος** μιας από τις πλευρές ενός **ορθογώνιου τριγώνου** με δεδομένο ότι γνωρίζουμε το μήκος των άλλων δύο.

✓ $\sqrt{4} = \underline{\hspace{1cm}}$

✓ $\sqrt{9} = \underline{\hspace{1cm}}$

Αλλά

✓ Μπορούμε πάντα να προσδιορίζουμε με ακρίβεια την τιμή της τετραγωνικής ρίζας οποιουδήποτε αριθμού; **Ναι** ή **Όχι**;



«Κατασκευή ορθογώνιου τριγώνου»

Δραστηριότητα 1η

Κατασκευάστε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με κάθετες πλευρές $AB=AG=1$ cm χρησιμοποιώντας κανόνα και γυώμονα.



1- Φύλλο Εργασίας: Κατασκευάζοντας άρρητους αριθμούς: Διδακτική πρόταση



«Ποιο είναι το μήκος της πλευράς $B\Gamma$ »

Δραστηριότητα 2η

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

Βρείτε το μήκος της πλευρά $B\Gamma$ του παραπάνω τριγώνου $AB\Gamma$ με τη βοήθεια του Πυθαγορείου Θεωρήματος.



«Μπορούμε να προσδιορίσουμε με ακρίβεια τον $\sqrt{2}$ »

Δραστηριότητα 3η

Ας πάμε να τον πλησιάσουμε :

$1,4 \times 1,4 = \underline{\hspace{1cm}}$

$1,5 \times 1,5 = \underline{\hspace{1cm}}$



«Μπορούμε να τον προσεγγίσουμε με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων»

Δραστηριότητα 4η

Ας κάνουμε δοκιμές:

$1,41 \times 1,41 = \underline{\hspace{1cm}}$

$1,42 \times 1,42 = \underline{\hspace{1cm}}$



«Μήπως να μετρήσουμε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$ »

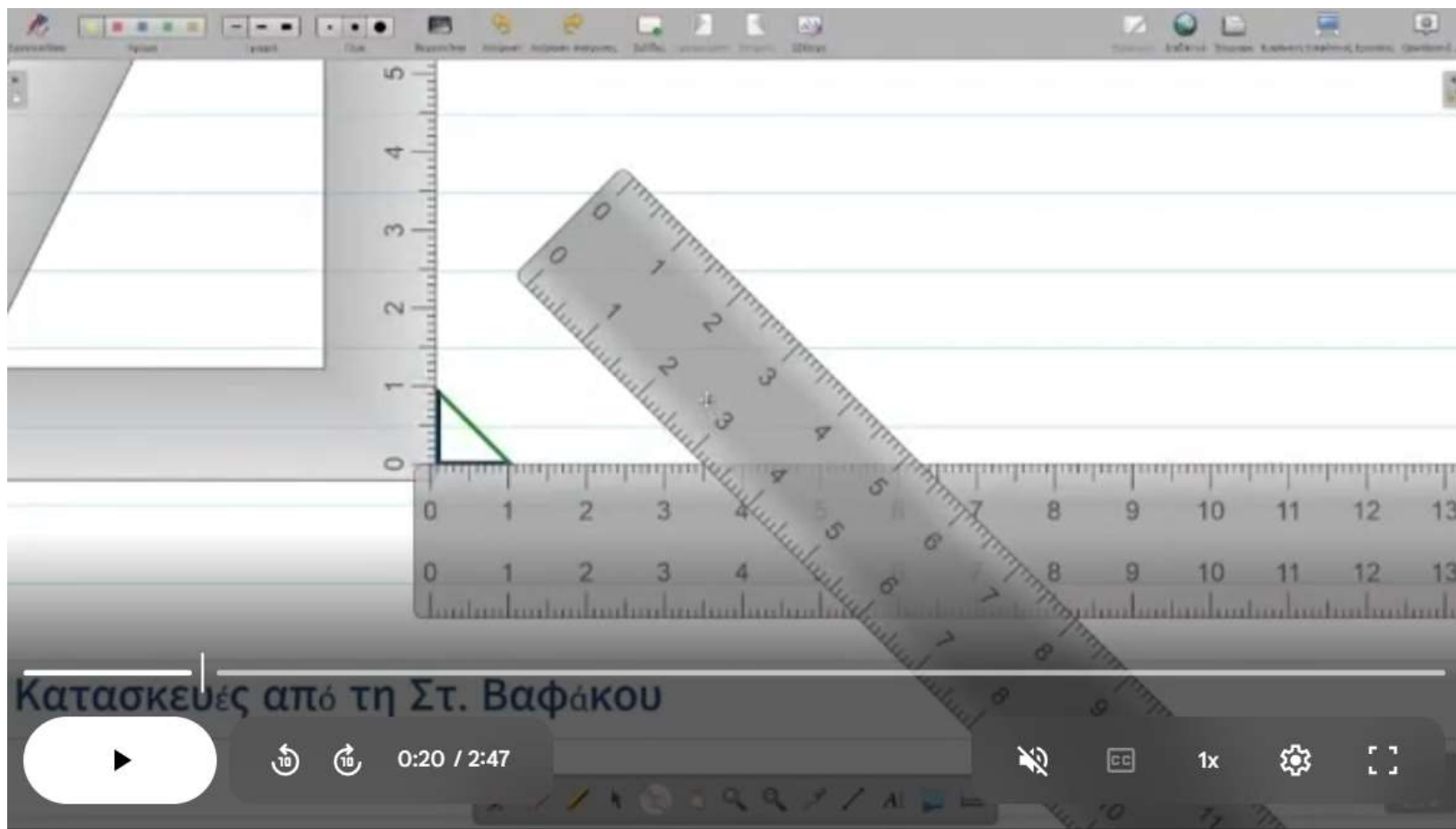
Δραστηριότητα 5η

> **ΜΕΤΡΗΣΗ**

Μετρήστε και καταγράψτε όσο μπορείτε με **μεγαλύτερη ακρίβεια** το μήκος της πλευράς $B\Gamma$. Συμπληρώστε το κενό:
Η υποτείνουσα $B\Gamma$ έχει μήκος _____. Έχει όμως:

2- Φύλλο Εργασίας: Κατασκευάζοντας άρρητους αριθμούς: Διδακτική πρόταση

Ψηφιακή Επίδειξη – Video (I)

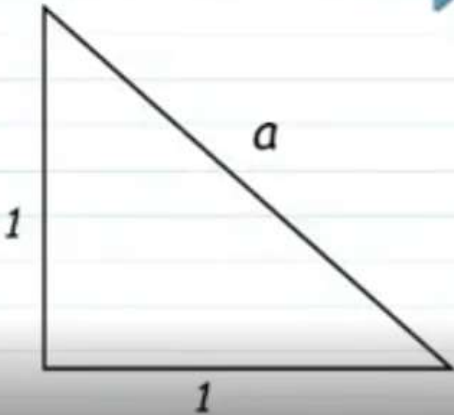


Ψηφιακή Επίδειξη – Video (II)



Κατασκευάζοντας ευθύγραμμο τμήμα μήκους $\sqrt{2}$

Πυθαγόρειο Θέωρημα →



1

1

a

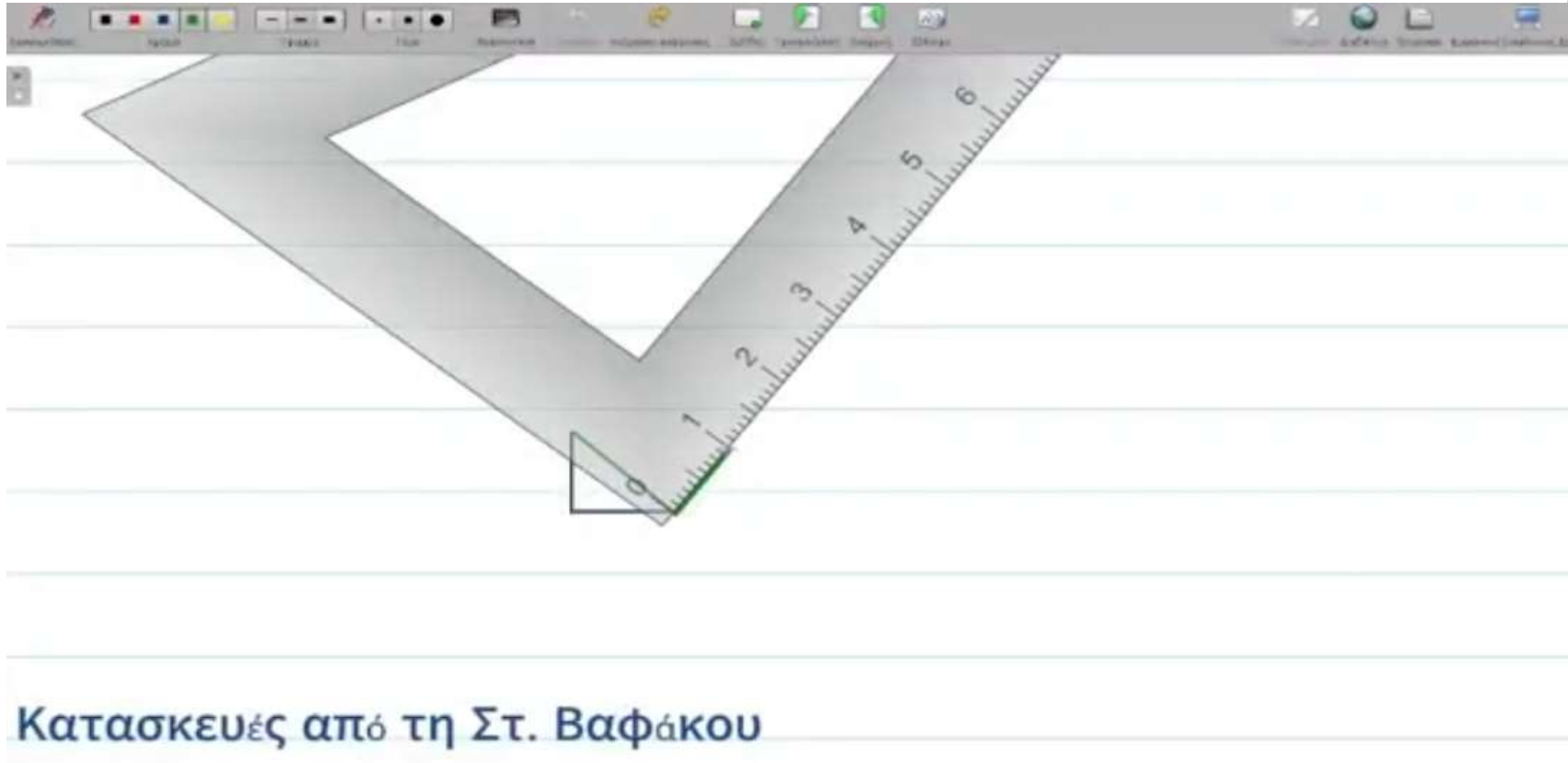
$$1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$$
$$\alpha^2 = 2$$
$$\alpha = \sqrt{2}$$

Κατασκευές από τη Στ. Βαφάκου

0:50 / 2:47

1x

Ψηφιακή Επίδειξη – Video (III)



Ψηφιακή Επίδειξη – Video (IV)



Πυθαγόρειο Θεώρημα

$\sqrt{2}$

$\beta = \sqrt{3}$

1

$1^2 + \sqrt{2}^2 = 1 + 2 = 3$

$\beta^2 = 3$

$\beta = \sqrt{3}$

Κατασκευές από τη Στ. Βαφάκου

The screenshot shows a video player interface. The main content is a geometric diagram of a right-angled triangle with a horizontal base of length 1 and a vertical height of length $\sqrt{2}$. The hypotenuse is labeled $\beta = \sqrt{3}$. To the right of the triangle, a blue arrow points to a yellow rectangular box containing three lines of text: $1^2 + \sqrt{2}^2 = 1 + 2 = 3$, $\beta^2 = 3$, and $\beta = \sqrt{3}$. The text $\beta^2 = 3$ and $\beta = \sqrt{3}$ are each enclosed in a red rectangular box. At the bottom of the video player, there is a dark grey bar with the text 'Κατασκευές από τη Στ. Βαφάκου' in white. The video player's top toolbar includes various icons for playback controls and a list of open files.

Ψηφιακό Σταυρόλεξο (I)



h • τάξη

Χαρτοφυλάκιο Μαθήματα Συχνές ερωτήσεις

Επιλογές Μαθήματος

- Ανακοινώσεις
- Έγγραφο
- Ημερολόγιο
- Μηνύματα
- Περιεχόμενο ΗΣΡ**
- Σύνδεσμοι

Εισαγωγή

1						
			2 Ρ			
3 Α	Ρ	Ρ	Η	Τ	Ο	Σ
			Τ			
			Ο			
			Σ			

Καλή προσπάθεια

2/3

Εμφάνιση λύσης Επανάληψη

Οριζόντια

3 Η Ψ ΕΙΝΑΙ (7)

ΑΡΡΗΤΟΣ

ΑΡΡΗΤΟΣ ✓ +1

Κάθετα

1 Η Ψ ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΟ ΔΥΟ ΚΑΙ ΣΤΟ (4)

Α

Α

2 Ο ΑΡΙΘΜΟΣ 1 ΡΗΤΟΣ Ή ΑΡΡΗΤΟΣ (5)

ΡΗΤΟΣ

ΡΗΤΟΣ ✓ +1

Φύλλο εργασίας (II)



«Μπορούμε να τοποθετήσουμε με ακρίβεια τον $\sqrt{2}$ σε αριθμογραμμή, ενώ δεν τον γνωρίζουμε;»

Άσκηση 6^α

Στο πλαίσιο που ακολουθεί:

- Με τη βοήθεια κανόνα κατασκευάστε ευθεία πραγματικών αριθμών και τοποθετήστε τους αριθμούς 0, 1, 2. Θεωρείστε ότι κάθε φυσικός αριθμός διαφέρει με τον προηγούμενο 1 cm.
- Στη συνέχεια, ανοίξτε το διαβήτη σας, ώστε να αγκαλιάσει την πλευρά ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ που είχατε φτιάξει στην άσκηση 1.
- Τοποθετήστε το ένα άκρο του διαβήτη στο 0 ώστε το δεύτερο άκρο του να ακουμπά στην αριθμογραμμή σας.
- Ο αριθμός $\sqrt{2}$ μόλις εντοπίστηκε στην αριθμογραμμή!



Συμπεράσματα:

1. Ο $\sqrt{2}$ είναι ρητός ή άρρητος; _____
2. Δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε την τιμή του $\sqrt{2}$ αλλά ... μπορούμε να σχεδιάσουμε ευθύγραμμο τμήμα μήκους $\sqrt{2}$!!!



Ομαδική εργασία κατασκευής σπείρας

(μέχρι υποτεινουσας μήκους $\sqrt{6}$)

Α. Προεργασία (Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα)

Μήκος κάθετης πλευράς	Μήκος κάθετης πλευράς	Μήκος Υποτεινουσας
1	1	$\sqrt{2}$
1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$
1		
1		
1		

Β. Σχεδίαση σπείρας (Ξεκινήστε από το κέντρο του πλαισίου). Χρωματίστε το εσωτερικό κάθε τριγώνου χρησιμοποιώντας διαφορετικές τονικότητες του χρώματος επιλογής σας.



Γ. Πίνακας καταγραφής προσέγγισης άρρητων αριθμών με χρήση αριθμομηχανής.

Άρρητοι αριθμοί	Ακρίβεια με ένα δεκαδικό ψηφίο	Ακρίβεια με δύο δεκαδικά ψηφία
$\sqrt{2}$		
$\sqrt{3}$		
$\sqrt{5}$		
$\sqrt{6}$		

4- Φύλλο Εργασίας: Κατασκευάζοντας άρρητους αριθμούς: Διδακτική πρόταση

Διαδραστικό Βίντεο (I)



h • τάξη

Χαρτοφυλάκιο Μαθήματα Συχνές ερωτήσεις

ΧΡΗΣΤΗΣ

Μαθηματικά β1 γυμνασίου

2914010509 - Σταυρούλα Βαφάκου

Εισαγωγή

Επιλογές Μαθήματος

- Ανακοινώσεις
- Εγγραφα
- Ημερολόγιο
- Μηνύματα
- Περιεχόμενο ΗΣΡ
- Σύνδεσμοι

Διαδραστικό βίντεο

Κατασκευές από τη Στ. Βαφάκου

Διαδραστικό Βίντεο (II)



h • τάξη

Χαρτοφυλάκιο Μαθήματα Συχνές ερωτήσεις

Επιλογές Μαθήματος

- Ανακοινώσεις
- Εγγραφα
- Ημερολόγιο
- Μηνύματα
- Περιεχόμενο ΗΣΡ**
- Σύνδεσμοι

Εισαγωγή

Κατασκευάζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα

Μπορούμε να εφαρμόσουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο συγκεκριμένο τρίγωνο.

☒ Σωστό ☐ Λάθος

Συγκέντρωσες 1 από 1 βαθμούς

1/1

Συνέχεια

Κατασκευές από τη Στ. Βαφάκου

0:46 / 2:46

Διαδραστικό Βίντεο (II)



η • τάξη

Χαρτοφυλάκιο Μαθήματα Συχνές ερωτήσεις

Επιλογές Μαθήματος

- Ανακοινώσεις
- Έγγραφα
- Ημερολόγιο
- Μηνύματα
- Περιεχόμενο H5P**
- Σύνδεσμοι

Εισαγωγή

Η τετραγωνική ρίζα του 2 είναι:

Ρητός αριθμός

Άρρητος αριθμός

Κατασκευές από τη Στ. Βαφάκου

1:40 / 2:40

Διαδραστικό Βίντεο (III)



η τάξη

Επικοινωνήστε με τον εκπαιδευτικό

Χαρτοφυλάκιο

Μαθήματα

Συχνές ερωτήσεις

Ανακοινώσεις

Εγγραφα

Ημερολόγιο

Μηνύματα

Περιεχόμενο ΗΣΡ

Σύνδεσμοι

Εισαγωγή

Συμπληρώστε το κενό με τον αριθμό που λείπει.

Για να κατασκευάσουμε ευθύγραμμο τμήμα μήκους $\sqrt{5}$ χρειαζόμαστε κάθετες πλευρές μήκους 2 και

1 ✓

1/1

Συνέχεια

Πυθαγόρας

Διαδραστικό Βίντεο (IV)



h • τάξη

Χαρτοφυλάκιο Μαθήματα Συχνές ερωτήσεις

Εισαγωγή

Ανακοινώσεις
Έγγραφα
Ημερολόγιο
Μηνύματα
Περιεχόμενο HSP
Σύνδεσμοι

3 ερωτήσεις απαντήθηκαν

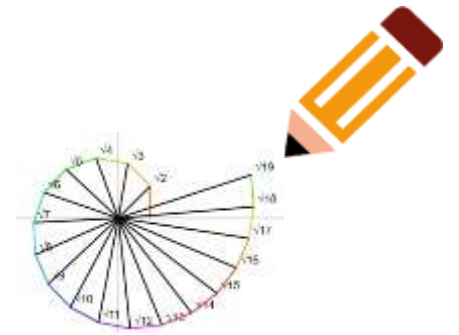
Έχετε απαντήσει σε 3 ερωτήσεις.

Υποβολή απαντήσεων

Ερωτήσεις που απαντήθηκαν	Βαθμολογία
0:43 Untitled True/False Question	1 / 1
1:38 Untitled Single Choice Set	1 / 1
2:45 Untitled Fill in the Blanks	1 / 1

2:46 / 2:46

Ανατροφοδότηση

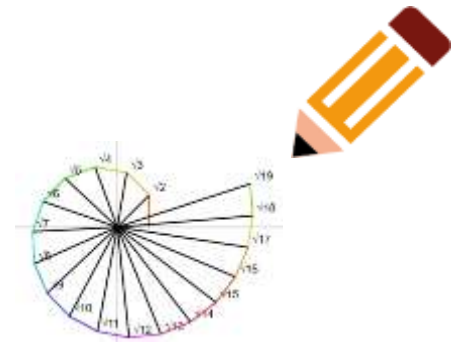


Ερωτήσεις στην τάξη:

- Κινητοποιηθήκατε;*
- Μάθατε κάτι καινούργιο;*
- Είχε ενδιαφέρον η παρουσίαση;*

- Τελικά, τι είναι ο $\sqrt{2}$;*
- Μπορούμε να τον προσδιορίσουμε;*
- Μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους π. χ. $\sqrt{2}$*

Προσωπικός αναστοχασμός



Οι μαθητές-μαθήτριες:

- Συνεργάστηκαν;

- Συμμετείχαν όλοι ;

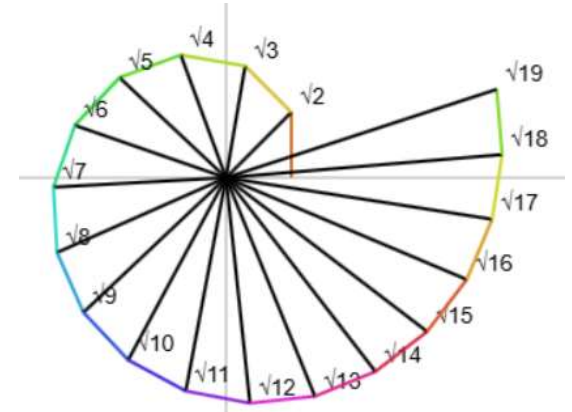
*π. χ. με μαθησιακές ιδιαιτερότητες,
με γνωστικές ελλείψεις, οι
αδιάφοροι;*

- Κατανόησαν;

Πρόταση



- *Ανεστραμμένη τάξη*
- Ασύγχρονα (από το σπίτι)
 - Ψηφιακή επίδειξη (eclass-video)
 - Ψηφιακή επίδειξη με διάδραση (eclass-video)
 - Ψηφιακή αυτοαξιολόγηση (eclass-Σταυρόλεξο)



Παράρτημα



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Βλάμος, Π. Μ., Δρούτσας, Π., Πρέσβης, Γ., & Ρεκούμης, Κ. (2012). *Μαθηματικά Β' Γυμνασίου*. Αθήνα: ΙΤΥΕ «Διόφαντος».
- Βλάμος, Π. Μ., Αργυρόπουλος, Η., Κατσούλης, Γ., Μαρκάτης, Σ., & Σιδέρης, Π. *Ευκλείδεια Γεωμετρία Τεύχος Β, Β' Γενικού Λυκείου*. Αθήνα: ΙΤΥΕ «Διόφαντος»