



Τα νέα Προγράμματα Σπουδών για τα Μαθηματικά: αρχές, διλήμματα και προκλήσεις

Χαράλαμπος Σακονίδης
ΔΠΘ/ΠΤΔΕ

Νέο ΠΣ για τα μαθηματικά: αρχές & προσδοκίες

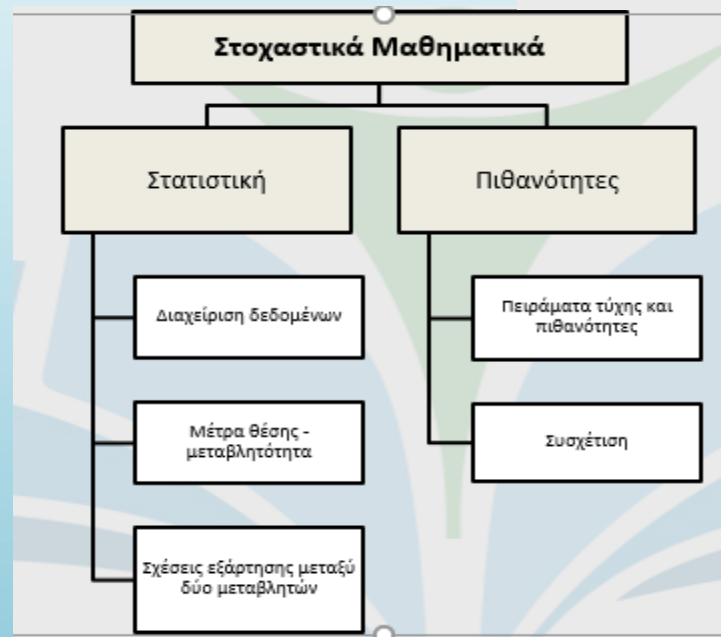
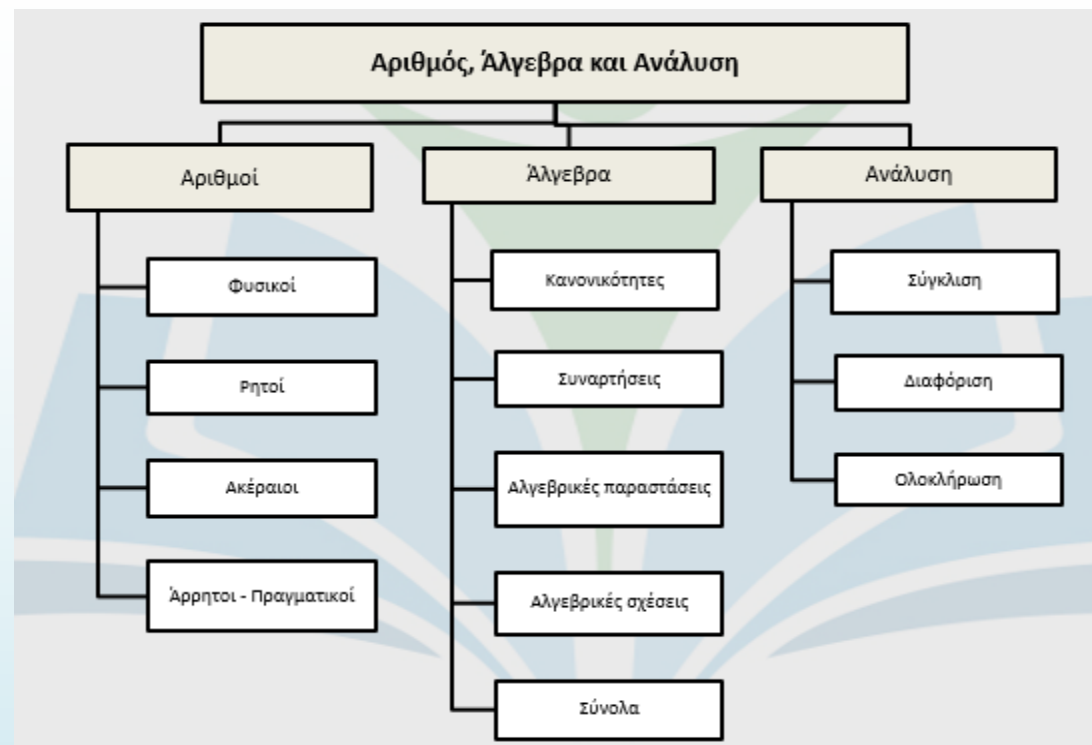
Να υποστηρίξει όλους τους μαθητές να αναπτύξουν **θετική ταυτότητα** ως μαθητές των μαθηματικών, να θεωρήσουν τον εαυτό τους μαθηματικά ικανό να χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για να κατανοούν τον κόσμο και να λαμβάνουν κρίσιμες αποφάσεις που βασίζονται σε μαθηματικά ορθές αρχές και διαδικασίες.

Οδηγοί/Πόροι ανάπτυξης του ΠΣ στο ΔΣ

- Διεθνή και εθνικά επιστημονικά/ερευνητικά δεδομένα
 - Διεθνείς πρακτικές ανάπτυξης νέων ΠΣ για τα μαθηματικά
 - Προηγούμενα ΠΣ (2003, 2011)/ συνέχεια & μετάβαση
 - Λειτουργική αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών
-
- Ιδιαιτερότητες του εκπαιδευτικού πλαισίου
 - Η 'ιστορία' της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης
 - Το 'τοπίο κρίσεων'
 - Διδακτικός μετασχηματισμός/ Διδακτική πράξη
 - Αποδυνάμωση της εξάρτησης από τα σχολικά εγχειρίδια

Κρίσιμες συνιστώσες ανάπτυξης του νέου ΠΣ: προκλήσεις & διλήμματα

- Μαθηματικό περιεχόμενο (μαθηματική γνώση: συνέχεια, επιστημολογική ενδυνάμωση)
- Περιβάλλοντα μάθησης, μαθητής και μαθησιακή διαδικασία (ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης και μαθηματικού 'mindset' από όλους τους μαθητές)
- Διδακτική πλαισίωση και διδακτικός μετασχηματισμός (ανάδειξη της διαμεσολαβητικής δράσης (agency) του εκπαιδευτικού)



Προκλήσεις & διλήμματα: μαθηματικό περιεχόμενο (γνώση)

- Μεταβάσεις

προσχολική ➡ Αθμια εκπαίδευση ➡ Βθμια εκπαίδευση

- Συγκρότηση 'μαθηματικών θεμελίων' (mathematics knowledge base)

- Θεματικές ενότητες:

- αριθμός-άλγεβρα-ανάλυση
- γεωμετρία-μέτρηση-αναλυτική γεωμετρία
- στοχαστικά μαθηματικά

Μαθηματικό περιεχόμενο: μετατοπίσεις (καινοτομίες;)

- **‘Επιστημολογικό νοικοκύρεμα’** (ανάδειξη δομικών και εννοιολογικών στοιχείων της μαθηματικής γνώσης και βασικών μαθηματικών διεργασιών και πρακτικών)
- Υποστήριξη της ανάπτυξης της **αλγεβρικής σκέψης** από το ΔΣ
- Αναβάθμιση του **‘γεωμετρικού λογισμού’** σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης (μετασχηματισμοί, αποδεικτική διαδικασία)
- Υποστήριξη του **‘στοχαστικού λογισμού’** σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης

Προκλήσεις & διλήμματα: μάθηση (θεωρητικές καταβολές)

- **Εποικοδομισμός:** η μάθηση ως ατομική διαδικασία ανάπτυξης της μαθηματικής γνώσης και σκέψης
- **Ιστορικο-κοινωνικο-πολιτισμική προσέγγιση:** η μάθηση ως συλλογική διαδικασία ανάπτυξης της μαθηματικής γνώσης και σκέψης
- **Κριτική μαθηματική εκπαίδευση:** τα μαθηματικά ως 'φακός κατανόησης' των σχέσεων εξουσίας, των ανισοτήτων πρόσβασης σε πόρους και των ρητών διακρίσεων με στόχο την ανάπτυξη δράσης 'για αλλαγή'.

Προκλήσεις & διλήμματα: μάθηση (γνώση & γνωστικές διεργασίες)

- **Μεγάλες Ιδέες** (Μαθηματική δομή , απόδειξη, γενίκευση, μεταβλητότητα, ισοδυναμία, μετασχηματισμοί, προσέγγιση-σύγκλιση)
- **Μαθηματικές διεργασίες & πρακτικές** (Δημιουργία συνδέσεων, συλλογισμός και επιχειρηματολογία, επιλογή και χρήση εργαλείων (ψηφιακών και άλλων), μαθηματική επικοινωνία, επίλυση προβλήματος, μοντελοποίηση, μεταγνωστική ενημερότητα)
- **Κοινωνικο-πολιτισμικές & Κοινωνικο-συναισθηματικές πρακτικές** (συμμετοχή σε καθιερωμένες 'πολιτιστικές πρακτικές' των μαθηματικών)
- **Τροχιές μάθησης & διδασκαλίας** (Περιγραφές της σκέψης και μάθησης του μαθητή σε μια συγκεκριμένη μαθηματική περιοχή, με βάση τα ερευνητικά δεδομένα του πεδίου της Μαθηματικής Εκπαίδευσης)

Οργάνωση μαθηματικού περιεχομένου: Ενιαία ανάπτυξη

Α Λ Γ Ε Β Ρ Α		
	Κανονικότητες	Αναγνώριση
		Αναπαράσταση
		Μελέτη (εύρεση κανόνα και όρων, διερεύνηση)
		Μοντελοποίηση- Επίλυση Προβλήματος
	Συναρτήσεις	Αντιστοίχιση - συμμεταβολή
		Αναπαράσταση
		Ιδιότητες
		Πράξεις-Σχέσεις
		Μοντελοποίηση- Επίλυση Προβλήματος
	Αλγεβρικές παραστάσεις	Το γράμμα ως γενικ. αριθμός (άγνωστος, σταθερά, μεταβλητή)
		Τιμή
		Δομή
		Μετασχηματισμός
		Μοντελοποίηση- Επίλυση Προβλήματος
	Αλγεβρικές σχέσεις	Ισότητες
		Ανισότητες
		Μοντελοποίηση- Επίλυση Προβλήματος
	Σύνολα	Αναπαράσταση
		Σχέσεις και πράξεις
		Μοντελοποίηση- Επίλυση Προβλήματος

ΠΜΑ: Κατανομή ανά θεματική, γνωστική διάσταση, τάξη

Ομαδοποίηση ΠΜΑ: Ρητοί (Κλασματικοί & δεκαδικοί) αριθμοί								
			ΤΑΞΗ Α'	ΤΑΞΗ Β'	ΤΑΞΗ Γ'	ΤΑΞΗ Δ'	ΤΑΞΗ Ε'	ΤΑΞΗ ΣΤ'
ΕΝΝΟΙΑ	Κλασματική μορφή		Αρ15. Χωρίζουν εμπράγματα διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυαδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 2, 4, 8. Χωρίζουν εμπράγματα και μη, διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυαδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 3, 6, 5, 10	Αρ16. Χωρίζουν εμπράγματα και μη, διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυαδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 3, 6, 5, 10	Αρ14. Χωρίζουν σε ίσα μέρη διακριτές και συνεχείς ποσότητες (σε ευκρινή και συμβολική μορφή, π.χ. γραμμές)	Αρ6. Εισάγονται στην έννοια του κλάσματος ως αριθμού (ως έκφραση σχέσης μεταξύ ποσοτήτων, ανεξαρτήτως αριθμητικών τιμών, π.χ. κοινός τελεστής)	Αρ12. Εισάγονται στα κλάσματα μεγαλύτερα της μονάδας και στους μικτούς.	
				Αρ18. Διερευνούν με χειραπτικά υλικά και αναπαραστάσεις και προσεγγίζουν διαισθητικά τα κλάσματα $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$				
	Δεκαδική μορφή			Αρ19. Αναγνωρίζουν δεκαδικούς αριθμούς σε μια ποικιλία από καθημερινά πλαίσια (τιμές προϊόντων, μετρήσεις με χάρακα, χρόνος)		Αρ21. Αναγνωρίζουν δεκαδικούς αριθμούς (μέχρι δύο δεκαδικά ψηφία) σε μια ποικιλία από καθημερινά πλαίσια και εισάγονται στη γραφή και στην ορολογία τους.		
ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ	Συμβολική	Αξία θέσης ψηφίων (κλασματική)			Αρ16. Εκφράζουν την ίδια σχέση με διαφορετικές κλασματικές αναπαραστάσεις		Αρ8. Εισάγονται στα ποσοστά, μετατρέπουν κλασματικούς αριθμούς σε ποσοστά και τα χρησιμοποιούν στη μοντελοποίηση καταστάσεων και την επίλυση προβλημάτων.	
		Αξία θέσης ψηφίων (δεκαδική)		Αρ20. Εισάγονται διερευνητικά στη γραφή και στην ορολογία που αφορά απλούς δεκαδικούς αριθμούς μέσα σε καθημερινά πλαίσια, όπως τα χρήματα, αντιστοιχίζοντας τα κέρματα με τη δεκαδική τους μορφή και γραφή.	Αρ18. Κατανοούν και χρησιμοποιούν τον δεκαδικό συμβολισμό για τα δέκατα και τα εκατοστά μέσα σε πλαίσια			
					Αρ7. Αναγνωρίζουν ως ειδική περίπτωση τα δεκαδικά κλάσματα (με παρονομαστή το 10 και το 100) και τα μετατρέπουν σε δεκαδική μορφή		Αρ18. Αναγνωρίζουν τα δεκαδικά κλάσματα και τα μετατρέπουν σε δεκαδικούς αριθμούς και αντιστρόφως.	

Κοινωνικο-πολιτισμικές & Κοινωνικο-συναισθηματικές πρακτικές

Κοινωνικο-πολιτισμικές	Κοινωνικο-συναισθηματικές
• Να ερμηνεύουν καταστάσεις στον προσωπικό, εργασιακό και ευρύτερα κοινωνικό τους βίο, χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά • Να αναπτύξουν κριτική επίγνωση του τρόπου με τον οποίο τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται στις κοινωνικές, περιβαλλοντικές, πολιτισμικές και οικονομικές σχέσεις • Να αποδίδουν αξία στις ιδέες των άλλων, να επιχειρηματολογούν και να λαμβάνουν αποφάσεις που στηρίζονται στο διάλογο και στη διαπραγμάτευση • Να κατανοούν τη διαλεκτική σχέση ανάμεσα στη ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και του πολιτισμού, καθώς και την αξία της για την ανθρώπινη δραστηριότητα διαχρονικά	• Να αναπτύσσουν αυτοπεποίθηση και επιμονή στην αντιμετώπιση οποιασδήποτε μαθηματικής κατάστασης • Να εκτιμούν τον πλούτο, την ομορφιά και την κομψότητα των μαθηματικών • Να αναπτύσσουν πνεύμα περιέργειας και αγάπη για τα μαθηματικά • Να αναπτύσσουν και να ασκούν δεξιότητες που υποστηρίζουν τη θετική αλληλεπίδραση με άλλους για τη διεκπεραίωση μαθηματικών έργων • Να αξιοποιούν δεξιότητες αξιολόγησης για να οικοδομήσουν ισχυρές ταυτότητες μαθητευομένων των μαθηματικών.

Προκλήσεις & διλήμματα: διδασκτική πράξη/ διδασκαλία

- Διάκριση μαθηματικού έργου & μαθηματικής δραστηριότητας
- Επιλογή **μαθηματικών έργων** που να συνδέονται με τις μαθηματικές γνώσεις και πρακτικές που συνδέονται άμεσα με τα ΠΜΑ (υψηλές γνωστικές απαιτήσεις, πραγματικά/αυθεντικά πλαίσια, μαθηματικές διεργασίες/πρακτικές)
- Διαχείριση της **μαθηματικής δραστηριότητας** στην τάξη
- Έμφαση στις **διδασκτικές πρακτικές** (διαχείριση λάθους, διατύπωση ερωτήσεων, διαχείριση της μαθηματικής επικοινωνίας...)
- Η διαμόρφωση **συμπεριληπτικής κουλτούρας μάθησης** & η ένταξη στοιχείων της πολιτισμικής κουλτούρας των μαθητών
- Αξιολόγηση για μάθηση

Αναστοχασμός ...

- Η πολυπλοκότητα του εγχειρήματος
- Η δυσκολία αλλά και η αναγκαιότητα υιοθέτηση της **συνεργατικής δράσης** (στην τάξη και την επαγγελματική ανάπτυξη)
- Η κρισιμότητα:
 - της ανάπτυξης κατάλληλου **εκπαιδευτικού υλικού**
 - του **διδακτικού μετασχηματισμού**
 - της **επαγγελματικής ανάπτυξης των εκπαιδευτικών**

.....

Μακροπρόθεσμα: ο μαθηματικά εγγράμματος πολίτης

Μαθηματικός γραμματισμός

Η 'ικανότητα' ενός ατόμου να διατυπώνει, να χρησιμοποιεί και να ερμηνεύει τα μαθηματικά σε μια ποικιλία πλαισίων... Να προβαίνουν σε καλά τεκμηριωμένες κρίσεις και αποφάσεις που απαιτούνται από πολίτες που είναι ενεργοί, σκέφτονται εποικοδομητικά, διερευνούν και αναστοχάζονται» (PISA).

Κριτικός μαθηματικός γραμματισμός

Αφορά, επιπλέον, την ικανότητα αξιοποίησης των μαθηματικών ως εργαλείου για την αμφισβήτηση, την κριτική και την αλλαγή του 'κόσμου' (Aguirre & del Rosario Zavala, 2018)