



ΤΕΛΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Εκφωνήσεις

ΘΕΜΑ Α

A.1 Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα και τι σχετική συχνότητα στην τιμή x_i μιας μεταβλητής X ;

Μονάδες 5

A.2 Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Μονάδες 4

A.3 Θεωρήστε τον ισχυρισμό : «Αν $f'(x) = 0$ τότε $f(x) = 0$ »

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ αν είναι ψευδής.

Μονάδες 2

β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα **α**.

Μονάδες 4

A.4 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Αν η διάμεσος ενός συνόλου n παρατηρήσεων είναι ίση με το ημίαθροισμα της $13^{\text{ης}}$ και της $14^{\text{ης}}$ παρατήρησης, τότε το n είναι ίσο με 28.

ii. Η συνάρτηση f' με $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, $h \neq 0$ όπου x τα σημεία του πεδίου ορισμού της f στα οποία η f είναι παραγωγίσιμη, ονομάζεται πρώτη παράγωγος της f .

iii. Η παράγωγος της $f(x) = \eta\mu\alpha$ ισούται με $f'(x) = \sigma\upsilon\nu\alpha$.

iv. Η μέση τιμή υπολογίζεται μόνο σε ποσοτικές μεταβλητές.



ν. Αν υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

Μονάδες 2x5=10

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο χρόνος αναμονής (σε ώρες) 100 θεατών που περιμένουν να αγοράσουν online εισιτήρια για την πρώτη προβολή της ταινίας Avengers: Endgame.

Χρόνος αναμονής(ώρες)	x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	$x_i v_i$
[0,2)		5				
[2,4)					35	
[4,6)			0.3			
[6,8)						140
[8,10)						
Σύνολο						

B1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Μονάδες 10

B2. Να βρείτε τη μέση τιμή.

Μονάδες 3

B3. Να υπολογίσετε το πλήθος των θεατών που θα περιμένει από 5 έως 7 ώρες. Να θεωρήσετε ότι οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανομημένες.

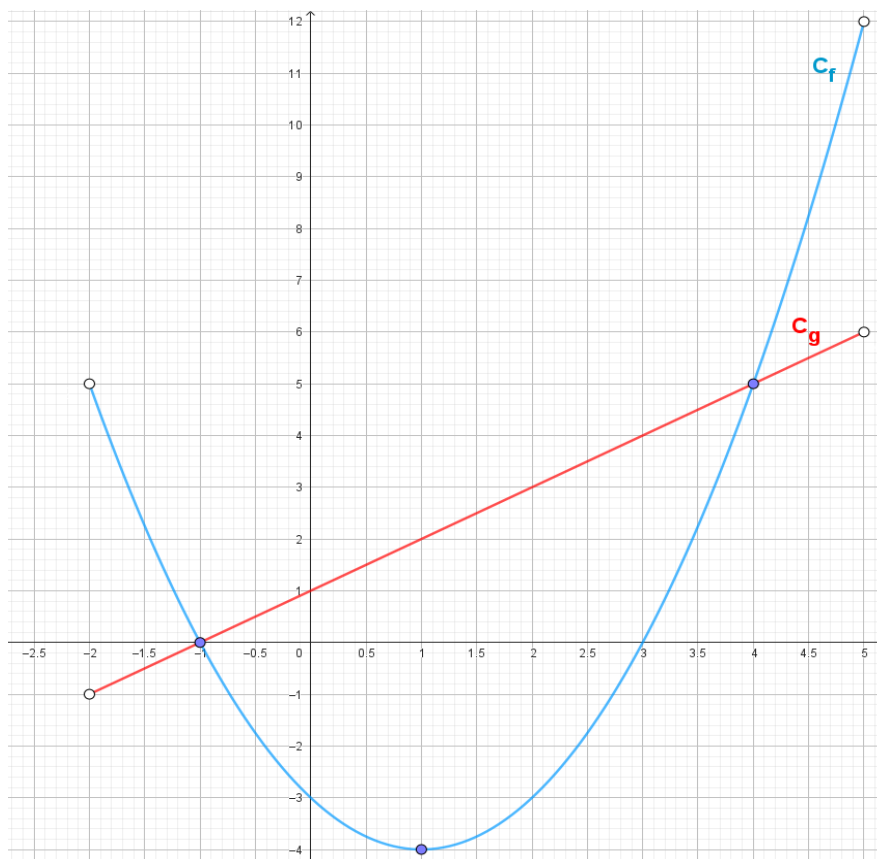
Μονάδες 6

B4. Να κατασκευαστεί το ιστόγραμμα και πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων επί τοις 100.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων f και g .



Γ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g και τα σημεία τομής των γραφικών τους παραστάσεων με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 4

Γ2.

i. Να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα, αν υπάρχουν, των συναρτήσεων f και g .

Μονάδες 3

ii. Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .

Μονάδες 2

Γ3. Αν $f(x) = x^2 + ax + \beta$ και $g(x) = \beta + 4 - \frac{ax}{2}$ με $a, \beta \in \mathbb{R}$, να δείξετε ότι $a = -2$ και $\beta = -3$ και να ορίσετε την πράξη $\frac{f(x)}{g(x)}$.

Μονάδες 8

Γ4. Έστω οι συναρτήσεις

$$w(t) = -t^2 + 2t - 5 \quad \text{και} \quad h(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{g(x)}, & x \in (-2, -1) \cup (-1, 5) \\ \omega, & x = -1 \end{cases}.$$



Αν $\omega \in \mathbb{R}$ είναι το ολικό μέγιστο της $w(t)$, να δείξετε ότι η h είναι συνεχής στο $x = -1$.

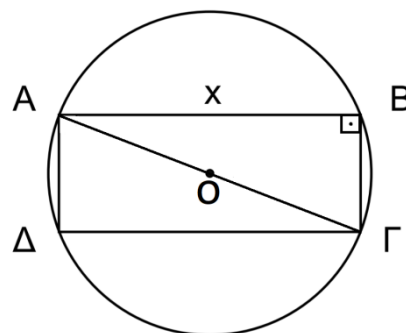
Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται κύκλος (O, ρ) με κέντρο O και ακτίνα $\rho = 1$ cm

και ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ εγγεγραμμένο στον κύκλο με πλευρά

$AB = x$ όπως φαίνεται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1

Δ1. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ ως συνάρτηση του x , δίνεται από τον τύπο $f(x) = x \cdot \sqrt{4 - x^2}$, $0 < x < 2$.

Μονάδες 6

Δ2. Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$, $0 < x < 2$ και έπειτα να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 6

Δ3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\sqrt{3}+h) - f(\sqrt{3})}{2h}$.

Μονάδες 3

Δ4. Να βρείτε την εφαπτομένη (ϵ) της συνάρτησης f στο σημείο της $M(\sqrt{3}, f(\sqrt{3}))$.

Μονάδες 6

Δ5. Αν $E(x_1, y_1)$, $Z(x_2, y_2)$, $H(x_3, y_3)$ σημεία της εφαπτομένης (ϵ) του προηγούμενου ερωτήματος τέτοια ώστε οι τετμημένες τους x_1 , x_2 , x_3 να έχουν τυπική απόκλιση $s_x = 5$, να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των τεταγμένων y_1 , y_2 , y_3 .

Μονάδες 4

Να έχετε επιτυχία!!!