

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ  
ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2024–2025**

**ΒΙΒΛΙΟ**

«Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου» των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου

**Ύλη**

**ΜΕΡΟΣ Α΄**

**Κεφ. 1<sup>ο</sup>: Οι φυσικοί αριθμοί**

- 1.1 Φυσικοί αριθμοί – Διάταξη Φυσικών – Στρογγυλοποίηση
- 1.2 Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών
- 1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών
- 1.4 Ευκλείδεια διαίρεση – Διαιρετότητα
- 1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας – Μ.Κ.Δ. – Ε.Κ.Π. – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

**Κεφ. 2<sup>ο</sup>: Τα κλάσματα**

- 2.1 Η έννοια του κλάσματος
- 2.2 Ισοδύναμα κλάσματα
- 2.3 Σύγκριση κλασμάτων
- 2.4 Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων
- 2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων
- 2.6 Διαίρεση κλασμάτων

**Κεφ. 3<sup>ο</sup>: Δεκαδικοί αριθμοί**

- 3.1 Δεκαδικά κλάσματα, Δεκαδικοί αριθμοί, Διάταξη δεκαδικών αριθμών, Στρογγυλοποίηση
- 3.5 Μονάδες μέτρησης

**Κεφ. 4<sup>ο</sup>: Εξισώσεις και προβλήματα**

- 4.1 Η έννοια της εξίσωσης – Οι εξισώσεις:  $\alpha + x = \beta$ ,  $x - \alpha = \beta$ ,  $\alpha - x = \beta$ ,  $\alpha \cdot x = \beta$ ,  $\alpha : x = \beta$  και  $x : \alpha = \beta$  (χωρίς τις έννοιες της ταυτότητας και της αδύνατης εξίσωσης)
- 4.2 Επίλυση προβλημάτων
- 4.3 Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων

**Κεφ. 5<sup>ο</sup>: Ποσοστά**

- 5.1 Ποσοστά
- 5.2 Προβλήματα με ποσοστά

**Κεφ. 7<sup>ο</sup>: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί**

- 7.1 Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου
- 7.2 Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών

- 7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών
- 7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών
- 7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών
- 7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών

## ΜΕΡΟΣ Β΄

### Κεφ. 1<sup>ο</sup>: Βασικές γεωμετρικές έννοιες

- 1.1 Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ημιευθεία – Επίπεδο – Ημιεπίπεδο
- 1.2 Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα σχήματα – Ευθύγραμμα σχήματα – Ίσα σχήματα
- 1.3 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων – Απόσταση σημείων – Μέσο ευθυγράμμου τμήματος
- 1.4 Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων
- 1.5 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας
- 1.6 Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες
- 1.7 Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών
- 1.8 Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες
- 1.9 Θέσεις ευθειών στο επίπεδο
- 1.10 Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση παραλλήλων
- 1.11 Κύκλος και στοιχεία του κύκλου
- 1.12 Επίκεντρη γωνία
- 1.13 Θέσεις ευθείας και κύκλου

### Κεφ. 2<sup>ο</sup>: Συμμετρία

- 2.1 Συμμετρία ως προς άξονα
- 2.2 Άξονας συμμετρίας
- 2.3 Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος
- 2.4 Συμμετρία ως προς σημείο
- 2.5 Κέντρο συμμετρίας
- 2.6 Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία

### Κεφ. 3<sup>ο</sup>: Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμα – Τραπεζίδια

- 3.1 Στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων
- 3.2 Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου
- 3.3 Παραλληλόγραμμα – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπεζίδιο – Ισοσκελές τραπέζιο
- 3.4 Ιδιότητες Παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Τραπεζίδιου – Ισοσκελούς τραπεζίου

## Οδηγίες διδασκαλίας

Οι παρακάτω οδηγίες έχουν στόχο να παρουσιάσουν κάποιες σημαντικές πλευρές για κάθε ενότητα και έτσι να υποστηρίξουν τον/την εκπαιδευτικό ώστε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του/της και να επιλέξει υλικό. Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κ.λπ. Οι δραστηριότητες που περιέχονται

είναι ενδεικτικές και προέρχονται από το πρόγραμμα σπουδών για το Γυμνάσιο και τον οδηγό του εκπαιδευτικού, τα οποία είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα και μπορούν να ανακτηθούν από τον ιστότοπο του ψηφιακού σχολείου: (<http://ebooks.edu.gr/new/ps.php>).

Ταυτόχρονα κατεβλήθη προσπάθεια οι οδηγίες να εξειδικευθούν **ανά παράγραφο** με συγκεκριμένες διδακτικές προτάσεις που λαμβάνουν υπόψη τη συνοχή και εξέλιξη των διδασκόμενων εννοιών και μεθόδων, την ανάδειξη των σημαντικών ιδεών καθώς και τη διδακτική πρακτική.

Στο πλαίσιο του διδακτικού σχεδιασμού οι εκπαιδευτικοί, προκειμένου να αξιοποιήσουν τις προτεινόμενες ιστοσελίδες από το διδακτικό υλικό ή/και τα διδακτικά βιβλία, να προβαίνουν σε επανέλεγχο της εγκυρότητάς τους, διότι ενδέχεται λόγω του δυναμικού τους χαρακτήρα ορισμένες από αυτές να είναι ανενεργές ή να οδηγούν σε διαφορετικό περιεχόμενο.

Τέλος, επισημαίνεται ότι η **παράλειψη κεφαλαίων** ή εννοιών που περιλαμβάνονται στη διδακτέα ύλη θα **πρέπει να αποφεύγεται**, καθώς δημιουργεί μαθησιακές ασυνέχειες για τους/τις μαθητές/-τριες.

## ΜΕΡΟΣ Α΄

### Κεφάλαια 1<sup>ο</sup>, 2<sup>ο</sup>, 3<sup>ο</sup> (Φυσικοί αριθμοί, Κλάσματα, Δεκαδικοί)

Στο Δημοτικό έχουν διδαχθεί τόσο οι έννοιες όσο και οι διαδικασίες που αναφέρονται στα κεφάλαια αυτά. Έτσι, η διδασκαλία στην Α΄ Γυμνασίου πρέπει να έχει δύο στόχους:

1. Την επανάληψη – υπενθύμιση εννοιών και διαδικασιών και
2. Την εμβάθυνση σε κάποιες πλευρές που κρίνονται σημαντικές για την περαιτέρω ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών.

Πιο συγκεκριμένα πρέπει να έχει ως στόχους:

- ✓ Την αντιμετώπιση εμποδίων και δυσκολιών που συναντούν οι μαθητές/-τριες (π.χ. το γινόμενο δύο αριθμών είναι πάντα μεγαλύτερο από τους παράγοντές του, οι δεκαδικοί αριθμοί είναι άλλο είδος αριθμών απ' ό,τι τα κλάσματα).
- ✓ Την ανάπτυξη των ικανοτήτων των μαθητών/-τριών να χρησιμοποιούν αναπαραστάσεις και να μεταβαίνουν από το ένα είδος στο άλλο (π.χ. αναπαράσταση στην ευθεία των αριθμών, οι γεωμετρικές αναπαραστάσεις των κλασμάτων, οι δεκαδικοί και τα δεκαδικά κλάσματα, αλλά και τα ποσοστά, ως διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών ή μεγεθών).
- ✓ Την εμβάθυνση σε ιδιότητες των πράξεων και αλγοριθμικών διαδικασιών που υποστηρίζουν τη μετάβαση από την αριθμητική στην Άλγεβρα (π.χ. επιμεριστική και αντιμεταθετική ιδιότητα, η αφαίρεση ως αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης κτλ.).
- ✓ Την εισαγωγή αλγεβρικών συμβόλων και τη νοηματοδότησή τους μέσα από την ανάγκη διατύπωσης σχέσεων και ιδιοτήτων (π.χ. ιδιότητες πράξεων), από την ανάγκη περιγραφής προβλημάτων ή μεγεθών που είναι λεκτικά διατυπωμένα (π.χ. άσκηση 1 της §4.1), από την παραγωγή αλγεβρικών εκφράσεων που περιγράφουν γεωμετρικά ή αριθμητικά μοτίβα (π.χ. άσκηση 15 της §4.1).

Με βάση τα παραπάνω, προτείνεται να αφιερωθούν 26 ώρες για τα τρία πρώτα κεφάλαια. Επιπλέον, οι μαθητές/-τριες θα έχουν και στο 7<sup>ο</sup> κεφάλαιο την ευκαιρία να ασχοληθούν με τις πράξεις ρητών. **Η εκτενέστερη ενασχόληση με τις πράξεις της αριθμητικής για μεγάλο διάστημα δεν προτείνεται, διότι δεν εξασφαλίζει την αντιμετώπιση των δυσκολιών.**

### **Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 12 ώρες)**

**Οι παράγραφοι 1.1, 1.2, 1.3 αποτελούν επανάληψη του Δημοτικού. Κρίνεται ωστόσο σκόπιμο να διατεθούν 4 ώρες για μια επανάληψη των φυσικών αριθμών (έννοιες, διάταξη, στρογγυλοποίηση) και των πράξεων με φυσικούς, με τρόπο που να διευκολύνει τη μετάβαση των μαθητών/-τριών από το Δημοτικό στο Γυμνάσιο.**

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα 1 σ.11
- Ασκήσεις 3, 4, 5 σ.13
- Δραστηριότητα 1 σ. 14, Δραστηριότητα 3 σ. 14. (Μπορεί να ζητηθούν και εμβαδά άλλων σχημάτων πχ του ορθογωνίου που περικλείει το σχήμα).
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 16
- Ιστορικό σημείωμα σ. 17 (μπορούν να ζητηθούν και άλλα αθροίσματα όπως το  $25+26+\dots+50$ ).
- Ασκήσεις 2, 3, 7, 9, 10, 11 σ. 17-18

Για τις §§1.4 και 1.5 προτείνεται να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Ταυτότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης και χρήση των εννοιών «διαιρεί», «πολλαπλάσιο». Με βάση την ευκλείδεια διαίρεση, μπορεί να αναδειχθεί ο λόγος της απαίτησης ο παρανομαστής κλάσματος να είναι διάφορος του μηδενός (π.χ. μέσα από συζήτηση του γιατί είναι μη επιτρεπτές, κατακόρυφες διαιρέσεις όπως 5 δια 0, 0 δια 0).
- ✓ Κριτήρια διαιρετότητας, ανάλυση ενός αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και εύρεση Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ..
- ✓ Λεκτικά προβλήματα που υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο.
- ✓ Αναλυτικότερη αξιοποίηση των Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. θα γίνει στην §2.2

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Ο Αντρέας παίζει ποδόσφαιρο κάθε 4 ημέρες, ο Μιχάλης κάθε 5 ημέρες και ο Μαρίνος κάθε 8 ημέρες. Αν σήμερα παίζουν ποδόσφαιρο και οι τρεις μαζί, τότε να υπολογίσετε μετά από πόσες ημέρες θα συμβεί το ίδιο για δεύτερη φορά.

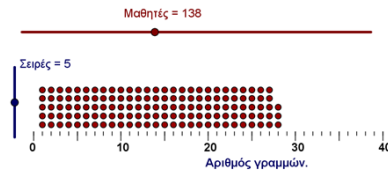
[Σχόλιο: Ο στόχος είναι η χρήση του ΕΚΠ σε ένα ρεαλιστικό πρόβλημα. Η επίλυση του προβλήματος από τους/τις μαθητές/-τριες μπορεί να στηρίζεται σε διαισθητικές προσεγγίσεις (πχ κάποιο σχήμα) ή σε εύρεση των πολλαπλασίων του 4, του 5 και το 8. Αυτές οι προσεγγίσεις μπορούν να αξιοποιηθούν για την ανάδειξη της έννοιας του ΕΚΠ]

### Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Η δραστηριότητα στην §1.4 του σχολικού βιβλίου, μπορεί να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο, με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το δόμημα «Πειράματα με τη διάταξη μαθητών», στο Φωτόδεντρο:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14342>

Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους/τις μαθητές/-τριες ο/η εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.



Προτείνονται:

<b>§1.4</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Δραστηριότητα σ. 25</li><li>• Παραδείγματα 1, 2 σ. 26</li><li>• Ασκήσεις 2, 3, 5, 6 σ. 26</li></ul>	<b>§1.5</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Δραστηριότητα σ. 27</li><li>• Παραδείγματα 1, 2, 4 σ. 27-29</li><li>• Ασκήσεις 1, 3, 4, 5, 6, 12 σ. 30</li></ul>
---	--

### Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 9 ώρες)

Προτείνεται να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Έννοια κλάσματος και οι διαφορετικές πτυχές της όπως μέρος του όλου, πηλίκο και λόγος (οι εισαγωγικές δραστηριότητες της §2.1, ασκήσεις 1, 2, 3, σελ. 36, δραστηριότητα 2, σελ. 37 και προβλήματα αναγωγής στη μονάδα)
- ✓ Ισοδύναμα κλάσματα και μετατροπές τους
- ✓ Σύγκριση κλασμάτων μέσα από διαφορετικούς τρόπους (μετατροπή σε ομώνυμα, χρήση γεωμετρικών αναπαραστάσεων, χρήση προσεγγιστικών μεθόδων π.χ. σύγκριση με τη μονάδα ή με ένα τρίτο αριθμό)
- ✓ Διαδικασίες που συνδέονται εμμέσως με την έννοια της πυκνότητας των ρητών (μπορεί να επεκταθεί το παράδειγμα 4 στην §2.3 στην περίπτωση παρεμβολής περισσότερων του ενός κλασμάτων)
- ✓ Ανάγκη μετατροπής ετερόνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα στην περίπτωση της πρόσθεσης και αφαίρεσης, χρησιμοποιώντας ασκήσεις πράξεων απλών κλασμάτων με παρονομαστές μέχρι το 10
- ✓ Έννοια των πράξεων στα κλάσματα και η εφαρμογή τους στην επίλυση προβλημάτων (π.χ. ότι η έκφραση «τα  $\frac{2}{5}$  του  $\frac{3}{8}$ » αποδίδεται αριθμητικά με τον πολλαπλασιασμό  $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}$ , ότι οι αντίστροφοι αριθμοί είναι αυτοί που έχουν γινόμενο τη μονάδα, ότι το άθροισμα και η διαφορά κλασμάτων αναφέρεται στο ίδιο όλο, ότι τα σύνθετα κλάσματα εκφράζουν τη διαίρεση κλασμάτων)
- ✓ Παραστάσεις και προτεραιότητα πράξεων
- ✓ Διαφορετικές αναπαραστάσεις κλασμάτων (ευθεία, γεωμετρικά σχήματα)

Προτείνονται:

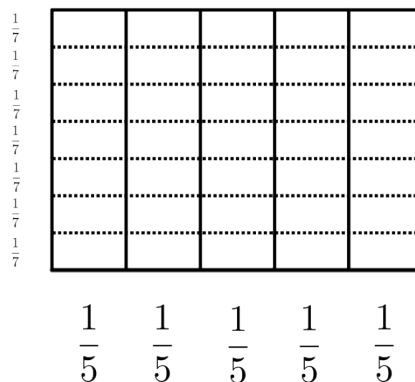
<p><b>§2.1</b> Δραστηριότητες 1, 2, 3, 4 σ. 34-35.</p> <p>Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 35-36.</p> <p>Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9 σ. 36-37</p>	<p><b>§2.2</b> Δραστηριότητα σ. 38</p> <p>Παράδειγμα 1 β) και μετά 1 α) σ. 39</p> <p>Παραδείγματα 2, 3 σ. 39.</p> <p>Ασκήσεις 2, 5, 7, 10 σ. 40</p>	<p><b>§2.3</b> Δραστηριότητες 1, 2 σ. 41</p> <p>Παραδείγματα 1, 2, 3, 4, σ. 42</p> <p>Ασκήσεις 2, 3, 4, 8, 9 σ. 43</p>	<p><b>§2.4</b> Δραστηριότητες 1, 2, 3 σ. 44</p> <p>Παραδείγματα 1, 3, 6 σ. 45-46</p> <p>Ασκήσεις 1, 2, 5, 7, 8 σ. 46</p>
---	---	--	--

### §2.5

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Για την εισαγωγή του πολλαπλασιασμού κλασμάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί το

ακόλουθο διάγραμμα και βρεθούν τα γινόμενα  $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5}$  και  $\frac{6}{7} \cdot \frac{2}{5}$ .



- Παραδείγματα 1 (να γίνει και με απλοποίηση), 2 σ. 48
- Ασκήσεις 2, 3, 4, 8, 9 σ.49

### §2.6

- Παραδείγματα 1, 2 σ. 50
- Ασκήσεις 2, 4, 6, 7, 8, 9 σ. 51

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Υπολογίζοντας την αριθμητική παράσταση  $\frac{1}{2} \cdot 2^2 + 1 + 3 \cdot \frac{5}{2}$ , το σωστό αποτέλεσμα είναι:

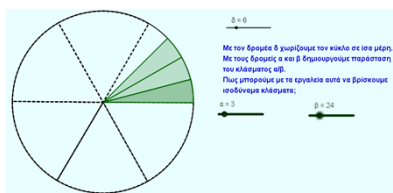
- α) 9,5                      β) 10,5                      γ) 12                      δ) 15                      ε) άλλο.

[Σχόλιο: Κάθε άλλη απάντηση από τη σωστή (β) προκύπτει από λανθασμένη χρήση της προτεραιότητας των πράξεων. Έτσι, αυτή η δραστηριότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την αξιολόγηση των δεξιοτήτων των μαθητών/-τριών και την ανατροφοδότηση της διδασκαλίας, με αναλυτική συζήτηση στην τάξη]

**Ενδεικτική δραστηριότητα 2:**

Η κατανόηση της έννοιας των ισοδύναμων κλασμάτων μπορεί να διευκολυνθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το δόμημα «Ισοδύναμα κλάσματα» του Φωτόδεντρου:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14353>



Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους/τις μαθητές/-ήτριες ο/η εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.

**Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 5 ώρες)**

Θα διδαχθούν οι §3.1 και §3.5. Προτείνεται να δοθεί έμφαση στα παρακάτω:

- ✓ Ότι οι δεκαδικοί και τα δεκαδικά κλάσματα είναι διαφορετικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών
- ✓ Στη διαδικασία σύγκρισης δεκαδικών αριθμών και την τοποθέτησή τους στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.
- ✓ Σε επιλεγμένα προβλήματα της §3.5 να επιδιώκεται η χρήση υπολογιστή τσέπης και, μέσω αυτής της χρήσης, να αναδεικνύεται η προτεραιότητα των πράξεων .

Προτείνονται:

<p><b>§3.1</b> Δραστηριότητα 4 σ. 57</p> <p>Παραδείγματα 1 (εδώ θα γίνει αναφορά στην περιοδικότητα που θα συζητηθεί στην §7.7), 2, 3, 4, 5 σ. 58</p> <p>Για επανάληψη των πράξεων με δεκαδικούς αριθμούς οι ασκήσεις 1, 4, 11 σ. 61</p>	<p><b>§3.5</b> Δραστηριότητα 3. σ. 64</p> <p>Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 66</p> <p>Ασκήσεις 6, 7, 8, 11, 12 σ. 67</p>
--	---

**Κεφάλαιο 5<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 6 ώρες)**

Για διδακτικούς λόγους, οι οποίοι μεταξύ άλλων θα εξασφαλίσουν και οικονομία χρόνου, προτείνεται το 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο να διδαχθεί αμέσως μετά το 3<sup>ο</sup>, προκειμένου:

- ✓ Να αναδειχθεί το πλαίσιο πολλαπλών αναπαραστάσεων που υλοποιούν οι δεκαδικοί, τα κλάσματα και τα ποσοστά.
- ✓ Να αναδειχθεί μέσω παραδειγμάτων η έννοια της αναλογίας, την οποία έχουν διδαχθεί στην ΣΤ' Δημοτικού, που οι παραπάνω όροι υποστηρίζουν στα προβλήματα και τις εφαρμογές.

Η έννοια του ποσοστού και προβλήματα με ποσοστά έχουν διδαχθεί στο Δημοτικό. Το καινούριο που υπάρχει στην ύλη αυτού του Κεφαλαίου είναι το πλαίσιο των προβλημάτων (π.χ. προβλήματα με τόκους, Φ.Π.Α.). Οι ώρες που προτείνονται μπορούν να αξιοποιηθούν για επανάληψη στην έννοια του ποσοστού, καθώς και για εμπλοκή των μαθητών/-τριών με προβλήματα ποσοστών στο νέο αυτό πλαίσιο.

### §5.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Προτείνεται να δοθεί έμφαση στα ποσοστά ως διαφορετική αναπαράσταση των δεκαδικών και των κλασμάτων, αλλά και να επισημανθεί το γεγονός ότι δεν γράφονται όλα τα κλάσματα

με ακρίβεια στη μορφή ποσοστού (π.χ. ενώ  $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$ , ισχύει  $\frac{1}{3} = 0,33... = 33,33...\%$ ).

Να δοθεί προτεραιότητα σε ασκήσεις μετατροπής ποσοστών σε κλάσματα και δεκαδικούς και αντίστροφα, καθώς και σε απλά προβλήματα.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητες 1, 2 σ. 80
- Παράδειγμα 3 σ. 81
- Ασκήσεις 4, 5, 8 σ. 81

### §5.2 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Επειδή πολλά από τα προβλήματα που περιέχονται στο σχολικό βιβλίο είναι δύσκολα για να εμπλακούν με τη λύση τους όλοι/-ες οι μαθητές/-τριες, ο/η εκπαιδευτικός πρέπει να κάνει μια προσεκτική επιλογή απλών μόνο προβλημάτων τόκου, Φ.Π.Α. και προβλημάτων που αντιμετωπίζει ο καταναλωτής.

Προτείνονται:

- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 82
- Ασκήσεις 3, 4, 5, 8 σ. 83
- Η δραστηριότητα της σελίδας 83 μπορεί να ανατεθεί ως κατ' οίκον εργασία.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ο Αλέξης σχεδίασε το ακόλουθο μοτίβο με κόκκινα και μπλε τρίγωνα.

Οι τέσσερις πρώτες γραμμές του μοτίβου φαίνονται στο σχήμα.

**Ερώτηση 1:** Στις τέσσερις πρώτες γραμμές του μοτίβου του Αλέξη, ποιο είναι το ποσοστό των μπλε τριγώνων;

**A) 37,5%, B) 50,0%, Γ) 60,0%, Δ) 62,5%**



**Ερώτηση 2:** Αν ο Αλέξης προσθέσει μια πέμπτη γραμμή στο μοτίβο, ποιο θα είναι το ποσοστό των μπλε τριγώνων στο σύνολο των πέντε γραμμών του μοτίβου;

**A)** 40,0%, **B)** 50,0%, **Γ)** 60,0%, **Δ)** 66,7%

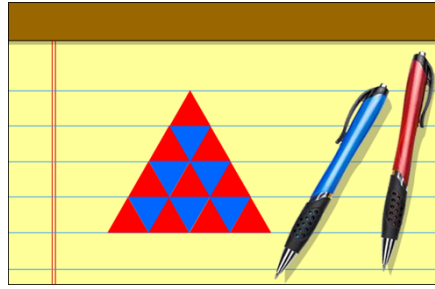
**Ερώτηση 3:** Ο Αλέξης πρόκειται να προσθέσει και άλλες γραμμές στο μοτίβο του.

Υποστηρίζει ότι το ποσοστό των μπλε τριγώνων στο μοτίβο θα είναι πάντα μικρότερο του 50%.

Έχει δίκιο ο Αλέξης; Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

Πηγή: Θέμα «Τριγωνικό μοτίβο», PISA 2022

<https://pisa2022-questions.oecd.org/platform/index.html?user=&unit=MAT/MA150-TriangularPattern&lang=ell-GRC>



## Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 4 ώρες)

### §4.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η έννοια της εξίσωσης και η εύρεση της λύσης με την αντίστροφη πράξη έχει συζητηθεί στη ΣΤ΄ Δημοτικού. Επιπλέον, η επίλυση των εξισώσεων πρώτου βαθμού θα αντιμετωπισθεί αναλυτικά στη Β΄ Γυμνασίου. Ο ρόλος του κεφαλαίου αυτού στην Α΄ Γυμνασίου είναι επαναληπτικός, καθόσον οι μαθητές/-τριες θα χρησιμοποιήσουν απλές εξισώσεις στην αντιμετώπιση προβλημάτων σε επόμενα κεφάλαια.

Πρέπει να δοθεί έμφαση στην παραγωγή αλγεβρικών παραστάσεων που εκφράζουν ένα πρόβλημα ή μια κατάσταση και οδηγούν σε εξισώσεις (όπως η 1η δραστηριότητα και οι ασκήσεις 1, 14 και 15). Τέτοιες απλές διαδικασίες μοντελοποίησης δίνουν νόημα στην εισαγωγή της άλγεβρας και υποστηρίζουν την ανάπτυξη ικανοτήτων επίλυσης προβλήματος.

Η επίλυση εξίσωσης εδώ γίνεται με χρήση του ορισμού των πράξεων και οι εξισώσεις περιορίζονται σε αυτές που έχουν τον άγνωστο μόνο στο ένα μέλος. Χρειάζεται να συζητηθεί η επίλυση με δοκιμή, γιατί αυτό βοηθά στην κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης και της έννοιας της λύσης της (4η δραστηριότητα και ασκήσεις 7, 8). Από την άλλη, δεν προτείνεται να χρησιμοποιηθούν διαδικασίες που θα διδαχτεί ο/η μαθητής/-τρια στη Β΄ Γυμνασίου (επίλυση με τις ιδιότητες της ισότητας) και πολύ περισσότερο η απομνημόνευση κανόνων χωρίς νόημα. Για τον ίδιο λόγο δεν προτείνεται η απομνημόνευση των λύσεων (τελευταία παράγραφος του «μαθαίνουμε»). Τέλος, προτείνεται να μην διδαχτούν οι έννοιες της ταυτότητας και της αδύνατης εξίσωσης.

Προτείνονται:

- Ως αφηρητία για την εισαγωγή των εξισώσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν η εφαρμογή 2 της σ. 82 και η άσκηση 5 σ. 83 του Κεφαλαίου 5.
- Δραστηριότητες 1, 2, 3, 4 σ. 72.

- Στην δραστηριότητα 4 συνιστάται να χρησιμοποιηθούν και άλλοι αριθμοί κατά την κρίση του διδάσκοντα.
- Η ορολογία του «Μαθαίνουμε» της σ. 73 καλό είναι να αναφερθεί κατά την επεξεργασία των παραδειγμάτων. Σε κάθε περίπτωση δεν μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο εξέτασης θεωρίας.
- Ασκήσεις 8, 9, 11, 12, 15 σ. 74

#### §§4.2 και 4.3 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Προτείνονται:

- Παραδείγματα 1, 2 σ. 75.
- Η ορολογία και η διαδικασία του «Θυμόμαστε - Μαθαίνουμε» της σ. 75 θα παρουσιασθούν κατά την διάρκεια επεξεργασίας των παραπάνω παραδειγμάτων και δεν αποτελούν αντικείμενο εξέτασης θεωρίας.
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 76-77.
- Ασκήσεις 3, 5, 13 σ. 78.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα:

Έχουμε μια "αλυσίδα" αριθμών: 2, 5, 8, 11, 14, ...

α) Βρείτε τον τρόπο που προκύπτει κάθε όρος από τον προηγούμενό του. β) Ας υποθέσουμε ότι το μοτίβο που βρήκατε στο α) ερώτημα συνεχίζει να ισχύει και για τους επόμενους όρους. Μπορείτε να βρείτε τον επόμενο όρο; Τον 10ο και τον 100ο όρο;

[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η αναγνώριση από τους/τις μαθητές/-τριες της αξίας της αλγεβρικής παράστασης (για να βρεθεί ο 100ος όρος), ακόμα κι αν με αναδρομικούς τρόπους μπορούν να βρεθούν κάποιοι όροι. Για επέκταση της δραστηριότητας μπορεί να τεθεί το ερώτημα: "ποιος όρος είναι ίσος με 332;" με στόχο τη δημιουργία εξίσωσης για τη λύση του προβλήματος]

#### Κεφάλαιο 7<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 20 ώρες)

Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους/τις μαθητές/-ήτριες, αν και υπάρχει η άτυπη γνώση των αρνητικών αριθμών (θερμοκρασία κτλ.) που μπορεί να αξιοποιηθεί.

#### §7.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η αξιοποίηση της άτυπης γνώσης των μαθητών/-τριών από τους αρνητικούς ακεραίους (θερμοκρασία, υπόγεια κ.ο.κ.) μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στην κατανόηση των σχετικών μαθηματικών εννοιών.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητες 1 (συνιστάται να χρησιμοποιηθούν και στοιχεία από την ίδια πόλη) 2, 3, της σ. 114.
- Προτείνεται η «Παράσταση των ρητών αριθμών με σημεία μιας ευθείας» της σ. 116 να γίνει στην τάξη και η τοποθέτηση στην ευθεία των αριθμών να είναι αντικείμενο συζήτησης με τους/τις μαθητές/-τριες.
- Η δραστηριότητα της σ. 116 μπορεί να δοθεί ως εργασία για το σπίτι.

### §7.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Το γεγονός ότι ο αντίθετος του  $-2$  είναι ο  $2$  ίσως είναι προφανές για τους/τις μαθητές/-τριες, αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο για τον αντίθετο ενός αριθμού  $a$ . Στην κατεύθυνση αυτή ίσως είναι αποτελεσματική η χρήση της ευθείας των αριθμών, όπου ο  $a$  μπορεί να τοποθετηθεί τόσο δεξιά από το  $0$  (αν ο  $a$  είναι θετικός), όσο και αριστερά του (αν είναι αρνητικός). Έτσι, μπορεί να αναδειχθεί το γεγονός ότι στην έκφραση  $-a$  το « $-$ » δηλώνει τον αντίθετο του  $a$ , αλλά όχι το πρόσημο.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητες 1, 2 σ. 118.
- Τα «Θυμόμαστε - Μαθαίνουμε» της σ. 118 και της σ. 119 προτείνεται να γίνουν διεξοδικά.
- Ασκήσεις 3, 6, 12, 13 σ. 121

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

$x$	3,2					
$-x$		-3	5			
$-(-x)$				$2/3$		
$ x $					6	
$ -x $						0,45

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η διερεύνηση του ρόλου του " $-$ " ως πρόσημο και ως σύμβολο αντιθέτου. Οι συζητήσεις που θα γίνουν μέσα στην τάξη χρειάζεται να αναδείξουν ότι το " $-$ " στο  $-x$  δε δηλώνει το πρόσημο. Για τη συζήτηση αυτή θα πρέπει να αφιερωθεί αρκετός χρόνος]

### §7.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Για την εισαγωγή της πρόσθεσης θετικών και αρνητικών αριθμών, παράλληλα με τη δραστηριότητα του βιβλίου του/της μαθητή/-τριας στη σ. 122 μπορεί να γίνει χρήση και της μετατόπισης πάνω στον άξονα: στο άθροισμα δύο αριθμών, ο πρώτος προσθετός δείχνει το

σημείο εκκίνησης πάνω στο άξονα, ενώ ο δεύτερος δείχνει τη μετακίνηση (το πρόσημό του την κατεύθυνση και η απόλυτη τιμή του την απόσταση). Επίσης, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλα μοντέλα, όπως οι θετικοί και αρνητικοί μετρητές (ή κάρτες). Οι θετικοί-αρνητικοί μετρητές όπως και η κίνηση στην αριθμογραμμή μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στις τέσσερις πράξεις των ακεραίων. Προτείνεται με τη χρήση των μοντέλων και με συλλογική διαπραγμάτευση μέσα στην τάξη, να διατυπώσουν και να οικειοποιηθούν οι μαθητές/-ήτριες τους κανόνες της πρόσθεσης ακεραίων και στη συνέχεια να εξασκηθούν σε πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα σ. 122
- Παραδείγματα 1, 2 σ. 123-124
- Ασκήσεις 7, 8, 5 σ. 125

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 1<sup>η</sup>:

Ένα ρομποτάκι κινείται πάνω στην αριθμογραμμή μέσω ενός τηλεχειριστηρίου-αριθμομηχανής. Το +5 ερμηνεύεται ως "5 βήματα δεξιά", ενώ το -5 ερμηνεύεται ως "5 βήματα αριστερά".

Αν υποθέσουμε ότι το ρομποτάκι ξεκινάει πάντα από τη θέση που δείχνει ο πρώτος αριθμός, ποια θα είναι η καινούρια του θέση, όταν πληκτρολογήσουμε:

**α)**  $(+3)+(+5)$  **β)**  $(-5)+(+3)$  **γ)**  $(+5)+(-3)$  **ε)**  $(-4)+(-7)$  **η)**  $(-4)+(+7)+(-3)$

**θ)**  $(-4)+(-2)+(+6)+(-1)$

Πώς μπορούμε να οδηγήσουμε το ρομποτάκι από τη θέση 5 στη θέση -2 με δύο κινήσεις; Με τρεις κινήσεις;

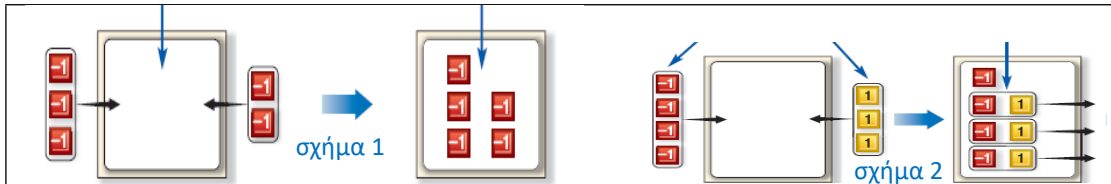
[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η δημιουργία της "εικόνας" της κίνησης στην αριθμογραμμή για την αναπαράσταση της πρόσθεσης. Τέτοιου είδους αναπαραστάσεις βοηθούν στην κατανόηση της πράξης και στη χρήση τους από τους/τις μαθητές/-τριες και θεωρείται χρήσιμο να αξιοποιούνται πριν από τη χρήση των κανόνων]

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 2<sup>η</sup>:

Σε ένα παιχνίδι, δύο ομάδες παιδιών απαντούν σε ερωτήσεις. Για κάθε σωστή απάντηση η ομάδα παίρνει μια θετική κάρτα και για κάθε λάθος παίρνει μια αρνητική. Για παράδειγμα, αν η ομάδα Α έχει 5 θετικές κάρτες (+5) και πάρει άλλες δύο θετικές (+2), θα έχει 7 θετικές, δηλαδή σύνολο +7 πόντους. Αυτό μπορούμε να το εκφράσουμε με την πρόσθεση:  $(+5)+(+2)=+7$ .

α) Το σχήμα 1 περιγράφει την κατάσταση μιας ομάδας που είχε 3 αρνητικές και πήρε δύο ακόμη αρνητικές. Μπορείτε να εκφράσετε αυτή την κατάσταση με μια πράξη;

β) Περιγράψτε με λόγια και με μια πράξη την κατάσταση που περιγράφει το σχήμα 2. Ποιο είναι το σύνολο πόντων της ομάδας;



γ) Χρησιμοποιήστε αυτό το παιχνίδι για να πείτε τι μπορεί να σημαίνουν οι επόμενες πράξεις και υπολογίστε τα αποτελέσματά τους:  $(+3)+(+4)$ ,  $(-2)+(-5)$ ,  $(-8)+(-3)$ ,  $(-7)+(-5)$ .

Μπορείτε να σκεφτείτε έναν κανόνα για να κάνετε αυτές τις προσθέσεις, χωρίς κάθε φορά να σκέφτεστε τις κάρτες;

δ) Χρησιμοποιήστε αυτό το παιχνίδι για να πείτε τι μπορεί να σημαίνουν οι επόμενες πράξεις και υπολογίστε τα αποτελέσματά τους:  $(+3)+(-5)$ ,  $(-2)+(+3)$ ,  $(-5)+(+3)$ ,  $(+7)+(-4)$

Μπορείτε να σκεφτείτε έναν κανόνα για να κάνετε αυτές τις προσθέσεις, χωρίς κάθε φορά να σκέφτεστε τις κάρτες;

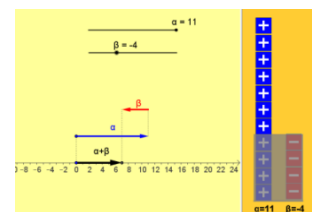
[Σχόλιο: Η δραστηριότητα αποτελεί μια εισαγωγή στην πρόσθεση ακεραίων και έχει ως στόχο την «ανακάλυψη» του ορισμού της πρόσθεσης και των αντίθετων ως αριθμών με άθροισμα μηδέν. Χρησιμοποιείται το μοντέλο των θετικών και αρνητικών καρτών, το οποίο μπορεί να στηριχτεί σε χειραπτικό υλικό (πχ. κόκκινα και μαύρα πούλια) ή σε εικονικές αναπαραστάσεις (π.χ. το +5 μπορεί να παρασταθεί με +++++). Πλεονεκτήματα αυτού του μοντέλου είναι η άμεση σχέση του με τη συμβολική γραφή του αθροίσματος (η ύπαρξη 5 θετικών καρτών και 2 αρνητικών συμβολίζεται με  $(+5)+(-2)$ ) και η πρόσβαση στην ιδέα των αλληλοαναιρούμενων ποσοτήτων που οδηγεί στους αντίθετους αριθμούς. Τα δύο πρώτα ερωτήματα της δραστηριότητας έχουν ως στόχο την εξοικείωση των μαθητών/-τριών με το πλαίσιο του προβλήματος και τη χρήση του μοντέλου σε προσθέσεις. Το τρίτο και το τέταρτο ερώτημα, καλούν τους/τις μαθητές/-τριες να κάνουν προσθέσεις με χρήση των καρτών και κατόπιν να επιχειρήσουν γενικεύσεις για τους πιθανούς κανόνες της πρόσθεσης. Είναι πιθανό να απαιτηθεί αρκετή συζήτηση μεταξύ των μαθητών/-τριών για να φτάσουν στη γενίκευση (ιδιαίτερα στο τέταρτο ερώτημα) και ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να βοηθήσει με κατάλληλες ερωτήσεις].

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 3<sup>η</sup>:

Η εισαγωγή στην πρόσθεση ακεραίων αριθμών μπορεί να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Πειράματα με την πρόσθεση ακεραίων αριθμών», στο Φωτόδεντρο:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14348>

Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες στις οποίες μπορεί να εμπλέξει τους/τις μαθητές/-τριες ο/η εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.



#### §7.4 (Να διατεθούν 5 ώρες)

Μια πηγή δυσκολιών για τους μαθητές/-τριες είναι η τριπλή σημασία του συμβόλου «-»: ως πρόσημο (π.χ. στον αριθμό  $-2$ ), ως δηλωτικό του αντίθετου (π.χ. στο  $-(-3)$  ή στο  $-a$ ) και ως σύμβολο της αφαίρεσης (π.χ. στο  $3-8$ ). Είναι, λοιπόν, κρίσιμο να γίνει συζήτηση στην τάξη με στόχο την ανάπτυξη της ικανότητας χρήσης όλων αυτών των σημασιών και την ευχέρεια στη

μετάβαση από τη μία σημασία στην άλλη. Επιπλέον, ίσως χρειάζεται να ξαναγίνει συζήτηση για την έννοια του αντίθετου (βλ. την §7.2). Επειδή στην απαλοιφή των παρενθέσεων εμφανίζονται δυσκολίες, καλό είναι να δοθεί περισσότερος χρόνος για την κατανόησή της από τους/τις μαθητές/-τριες. Ένας τρόπος να αποδοθεί νόημα στους κανόνες απαλοιφής παρενθέσεων είναι ο υπολογισμός με δύο τρόπους των αποτελεσμάτων (άσκηση 8). Ένας ακόμη τρόπος (ο οποίος είναι ίσως περισσότερο αποδοτικός) είναι η χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό σημαίνει ότι η απαλοιφή παρενθέσεων δεν θα διδαχθεί σε αυτή την παράγραφο αλλά στην επόμενη (βλ. παρακάτω)

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα σ. 126
- Παραδείγματα 3, 4 σ. 127
- Ασκήσεις 2, 4, 5, 6 σ. 128

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Σε μια παραλλαγή του παιχνιδιού με τις κάρτες, μπορούν από μια ομάδα να αφαιρούνται κάρτες, θετικές ή αρνητικές. Έτσι, για παράδειγμα, όταν αφαιρούνται 5 θετικές κάρτες από 10, μένουν 5, δηλαδή  $(+10)-(+5)=+5$ .

α) Πώς μπορούμε να εκφράσουμε (με πράξη) την κατάσταση μιας ομάδας που είχε 5 αρνητικές κάρτες και της αφαιρέθηκαν 3 αρνητικές; Ποιο είναι τώρα το σκορ της ομάδας;

β) Μια ομάδα έχει σκορ +25. Με ποιους τρόπους μπορεί να αυξήσει το σκορ της σε +28; Με ποιους τρόπους μπορεί να μειωθεί το σκορ της σε +20;

γ) Πώς θα μπορούσαν από μια ομάδα που δεν έχει ούτε θετικές ούτε αρνητικές κάρτες να αφαιρεθούν 5 θετικές κάρτες; 3 αρνητικές;

δ) Χρησιμοποιήστε το παιχνίδι με τις κάρτες για να πείτε τι μπορεί να σημαίνουν οι παρακάτω πράξεις και υπολογίστε τα αποτελέσματά τους:

$$(+3)-(-5) \quad (-2)-(+3) \quad (-5)-(+3) \quad (+7)-(-4) \quad (-7)-(-5)$$

ε) Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την πρόσθεση για να κάνετε τις αφαιρέσεις, χωρίς κάθε φορά να σκέφτεστε τις κάρτες;

[Σχόλιο: Η δραστηριότητα αυτή επεκτείνει το μοντέλο των καρτών στην αφαίρεση, όπου μπορεί να φανεί ιδιαίτερα χρήσιμο για να προκύψει η ιδέα ότι η αφαίρεση ενός αριθμού είναι ισοδύναμη με την πρόσθεση του αντιθέτου του. Για παράδειγμα, για την αφαίρεση  $(+3)-(-5)$ , δηλαδή για να αφαιρεθούν 5 αρνητικές κάρτες ενώ έχουμε μόνο 3 θετικές, θα πρέπει πρώτα να προστεθούν 5 "ζεύγη του μηδενός" δηλαδή 5 θετικές και 5 αρνητικές κάρτες, ώστε να μπορούν μετά να αφαιρεθούν οι 5 αρνητικές. Έτσι όμως, το αποτέλεσμα είναι  $(+3)+(+5)$ , αφού έμειναν οι 5 θετικές κάρτες. Αυτή η ιδέα υπάρχει στο (γ) ερώτημα, το οποίο χρειάζεται χρόνο για να συζητηθεί στην τάξη. Δυσκολία έχει και η διερεύνηση πολλαπλών τρόπων αντιμετώπισής του (β) ερωτήματος που θα πρέπει και αυτό να συζητηθεί αρκετά στην τάξη]

### §7.5 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Για την κατανόηση του πρόσημου του γινομένου δύο ρητών είναι καλό να χρησιμοποιηθεί η εισαγωγική δραστηριότητα του βιβλίου.

Εδώ προτείνεται να διδαχθεί και η απαλοιφή παρενθέσεων, με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό θα επιτρέψει την κατανόηση και αιτιολόγηση των κανόνων. Για παράδειγμα, η έκφραση  $-(2 - 5)$  μπορεί να σημαίνει

$$-(2-5)=(-1)\cdot[(+2)+(-5)]=(-1)\cdot(+2)+(-1)\cdot(-5)=(-2)+(+5)=-2+5$$

και αυτό μπορεί να γενικευθεί και σε παραστάσεις με μεταβλητές, (π.χ.  $-(\alpha - \beta) = \dots$ ). Βέβαια, θα πρέπει να προηγηθεί μια συζήτηση για να εξηγηθεί ότι ο αντίθετος ενός αριθμού είναι το γινόμενο του με το  $-1$ , πράγμα που μπορεί να γίνει μέσω παραδειγμάτων, όπως  $(-1)\cdot(+2)=-2$ ,  $(-1)\cdot(-5)=+5$  κ.ο.κ.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα σ. 129
- Παραδείγματα 1, 2, 4 σ. 131
- Ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 7, 8 σ. 132

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Υπολογίστε την τιμή της αριθμητικής παράστασης  $\frac{2}{5}\cdot 10 - 3\cdot(-2) - \frac{1}{2}\cdot(-3+7-2)$  καταγράφοντας σε κάθε κίνηση που κάνετε τον ορισμό ή την ιδιότητα που χρησιμοποιείτε.

[Σχόλιο: Το ζητούμενο είναι η ανάπτυξη μιας συζήτησης στην τάξη που θα αναδεικνύει μαθηματικές έννοιες, ιδιότητες και συμβάσεις, και θα βοηθά τους/τις μαθητές/-ήτριες να συνειδητοποιούν το «γιατί» και όχι μόνο το «πώς» σε αυτό που κάνουν. Παρόμοιοι στόχοι μπορούν να υπηρετούνται και από δραστηριότητες όπου δίνονται κάποια πιθανά αποτελέσματα μιας αριθμητικής παράστασης και ζητείται η ερμηνεία του πώς μπορεί να προέκυψαν αυτά και η αναγνώριση των λαθών]

### §7.6 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η διαίρεση ως πολλαπλασιασμός με τον αντίστροφο του διαιρέτη ανάγεται άμεσα στον πολλαπλασιασμό και έτσι οι κανόνες των προσήμων του πολλαπλασιασμού επεκτείνονται και στη διαίρεση.

Προτείνονται:

- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 133-134
- Ασκήσεις 2, 3, 5, 6, 7 σ. 134

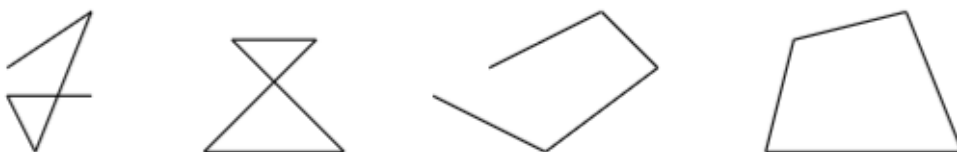
## ΜΕΡΟΣ Β΄

### Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 21 διδακτικές ώρες)

Στην εισαγωγή γεωμετρικών εννοιών χρειάζεται να δοθεί έμφαση στο να μπορούν οι μαθητές/-τριες να τις αναγνωρίζουν, να τις περιγράφουν (άτυπα ή τυπικά) και να τις αναπαριστάνουν. Για το πρώτο κεφάλαιο προτείνεται να δοθεί αρκετός χρόνος στην τάξη, για σχεδιασμό σχημάτων από τους/τις μαθητές/-τριες και με χρήση χειραπτικών μέσων για συγκρίσεις και κατασκευές (π.χ. διαφανές χαρτί). Στις παραγράφους 1.1 - 1.4 προτείνεται οι ορισμοί να προσεγγίζονται διαισθητικά από τους/τις μαθητές/-τριες, χωρίς να ζητείται τυπική διατύπωσή τους. Στις επόμενες παραγράφους, αν διατυπώνονται ορισμοί, αυτό να γίνεται διερευνητικά και «κατασκευαστικά» από τους/τις μαθητές/-τριες, αφού πρώτα έχουν αναγνωρίσει τις ιδιότητες των αντίστοιχων γεωμετρικών αντικειμένων-εννοιών. Ενδεικτικά βλέπε την παρακάτω δραστηριότητα και την δραστηριότητα 2 της §1.8.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ο/η διδάσκων/-ουσα απευθύνει το ερώτημα «τι είναι τετράπλευρο» και χρησιμοποιεί τις απαντήσεις των μαθητών/-τριών για να τους καθοδηγήσει στη διατύπωση του ορισμού. Στην πολύ πιθανή απάντηση «ένα σχήμα με τέσσερις πλευρές», παρουσιάζει διαδοχικά τα



παρακάτω σχήματα και ζητά κάθε φορά από τους/τις μαθητές/-τριες να εντοπίσουν εκείνο το χαρακτηριστικό που δε συνδέεται με την εικόνα που έχουν για την έννοια «τετράπλευρο».

### §§1.1 - 1.4 (Να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες)

Οι έννοιες που εισάγονται σε αυτές τις παραγράφους, αν και είναι διαισθητικά γνώριμες στους/στις μαθητές/-τριες (κάποιες γνωστές κι από το Δημοτικό) έχουν δυσκολία στην τυπική περιγραφή τους. Στις επόμενες παραγράφους οι μαθητές/-τριες θα συναντούν ξανά και ξανά αυτές τις έννοιες. Θα έχουν την ευκαιρία να περάσουν σταδιακά και σε βάθος χρόνου, από την διαισθητική, αντίληψη στην πιο τυπική.

Για αυτούς τους λόγους, σε αυτή τη φάση προτείνεται να γίνει εποπτική προσέγγιση των εννοιών, ώστε οι μαθητές/-τριες να αρχίζουν να αναγνωρίζουν ευθύγραμμα τμήματα, ευθείες, ημιευθείες, αντικείμενες ημιευθείες και γωνίες. Η ισότητα σχημάτων μπορεί να εισαχθεί με τη χρήση χειραπτικών μέσων (π.χ. διαφανούς χαρτιού), όπως στο παράδειγμα-εφαρμογή της σελίδας 155. Ένα εποπτικό εμπόδιο, που μπορεί να αντιμετωπιστεί σε αυτή τη φάση είναι η δυσκολία των μαθητών/-τριών να αναγνωρίσουν τα σημεία του διπλανού σχήματος, ως σημεία της κυρτής γωνίας του ίδιου σχήματος.





Επίσης προτείνεται να διατεθεί χρόνος για μετρήσεις και απλές συγκρίσεις ευθυγράμμων τμημάτων, όπως στα παραδείγματα της σελίδας 160, ώστε οι μαθητές/-τριες να κατανοήσουν την έννοια της μέτρησης και της σύγκρισης τμημάτων (με μέτρηση ή διαβήτη).

Η διαφοροποίηση ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα και στο μήκος του, η έννοια της μονάδας μέτρησης (άτυπη, τυποποιημένη), η προσεγγιστική φύση της διαδικασίας της μέτρησης, η χρήση των οργάνων μέτρησης, ο τρόπος μεταβολής του αποτελέσματος της μέτρησης όταν χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας θα κατανοηθούν από τους/τις μαθητές/-τριες μέσα από τη χρήση τους στις επόμενες παραγράφους.

Στην §1.4, προτείνεται να μην ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-τριες να διατυπώσουν τους ορισμούς και τις ιδιότητες μήκους τεθλασμένης γραμμής και ευθύγραμμου τμήματος, αλλά να τις εφαρμόσουν σε συγκεκριμένες δραστηριότητες και ασκήσεις.

Προτείνεται:

### §1.1

- Να δοθούν διαισθητικά με παραδείγματα που θα επιλέξει ο/η διδάσκων/-ουσα για τις έννοιες σημείο, ευθύγραμμο τμήμα, ευθεία, ημιευθεία, επίπεδο, ημιεπίπεδο και να τονιστούν οι σχέσεις του περιεχέσθαι (η ευθεία απαρτίζεται από σημεία, τα τμήματα είναι μέρη ευθειών κτλ).
- Προτείνεται να γίνει η συσχέτιση ημιευθείας – ημιάξονα και ευθείας - ευθείας αριθμών.
- Παραδείγματα: 1, 2, 3 σ. 151.
- Επιλογή από τις ασκήσεις 2, 3, 4, 5 σ. 152.
- Προτείνεται να δοθεί ως άσκηση η δραστηριότητα 1 σ. 152.

### 1.2

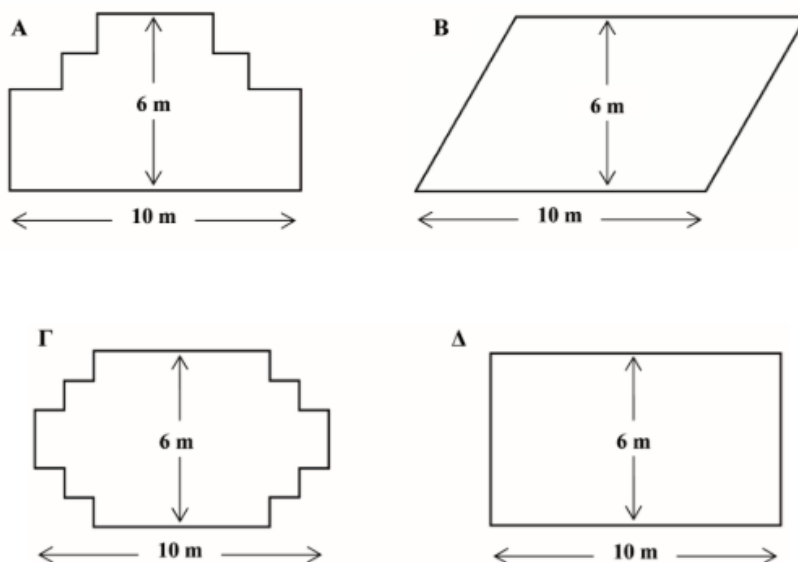
- Να αναδειχθεί το γεγονός ότι δύο ημιευθείες με κοινή αρχή ορίζουν δύο γωνίες.
- Να τονιστεί ότι ως γωνίες πολυγώνου νοούνται οι γωνίες που ορίζουν οι ημιευθείες που περιέχουν δύο διαδοχικές πλευρές και έχουν αρχή την κοινή κορυφή.
- Η δραστηριότητα 2 σ. 154 (στην επεξεργασία της να γίνει αναφορά και σε μη κυρτές γωνίες).
- Το παράδειγμα σ. 155 (Να τονιστεί ότι δύο ευθύγραμμα τμήματα είναι ίσα αν μπορούν, με κατάλληλο τρόπο περιλαμβανομένης και της δίπλωσης, να τοποθετηθούν το ένα πάνω στο άλλο και να συμπέσουν).
- Επιλογή από τις ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 5 σ. 156.

### §1.3

- Τα παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 160-161.
- Επιλογή από τις ασκήσεις 8, 9, 10, 11, 12 σ. 162 (Επιδιώκεται να καλλιεργηθεί η κατασκευαστική δεξιότητα και η συνακόλουθη επίγνωση των ιδιοτήτων των σχημάτων).

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ένας μάστορας έχει στο μαγαζί του 32 μέτρα συρματοπλέγμα και θέλει να το χρησιμοποιήσει, για να περιφράξει τον κήπο του. Σκέφτεται να εφαρμόσει ένα από τα παρακάτω σχέδια περιφράξης.



Ποια από τα παρακάτω σχέδια περιφράξης κήπου μπορούν να κατασκευαστούν με 32 μέτρα συρματοπλέγμα; Να κυκλώσετε το «Ναι» ή το «Όχι» για καθένα από τα Α, Β, Γ, Δ χωριστά.

Σχέδιο περιφράξης κήπου	Μπορεί να κατασκευαστεί με 32 μέτρα συρματοπλέγμα;
Σχέδιο Α	Ναι / Όχι
Σχέδιο Β	Ναι / Όχι
Σχέδιο Γ	Ναι / Όχι
Σχέδιο Δ	Ναι / Όχι

Πηγή: Θέμα «Μαστορέματα», PISA 2003

<https://www.iep.edu.gr/pisa/index.php/examples/themata-mathimatikon>

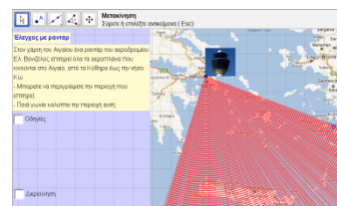
**§1.4**

- Η δραστηριότητα σ. 163.
- Επιλογή από τις ασκήσεις 6, 8, 11 σ. 164

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η εισαγωγή στην έννοια της γωνίας μπορεί να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Πειράματα για την έννοια της γωνίας», στο Φωτόδεντρο:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14354>



Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους/τις μαθητές/-τριες ο/η εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.

### **§1.5 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)**

Οι μαθητές/-ήτριες έχουν γνωρίσει τις άλλες έννοιες στο Δημοτικό, εκτός από την έννοια της διχοτόμου γωνίας, όμως αντιμετωπίζουν δυσκολίες σχετικά μ' αυτές. Συγκεκριμένα συγχέουν ποιο ακριβώς είναι το γεωμετρικό αντικείμενο που μετράται (η γωνία) με άλλα και/ή τις μετρήσεις τους, όπως τα μήκη των τμημάτων που είναι οι πλευρές της γωνίας, την επιφάνεια ανάμεσα στις ημιευθείες κ.λπ. Επίσης ταυτίζουν το γεωμετρικό αντικείμενο (γωνία) με την μέτρησή του (μέτρο της γωνίας).

Προτείνεται η σύγκριση γωνιών να γίνεται και με τη χρήση διαφανούς χαρτιού (παραδείγματα 1, 2 και άσκηση 6) και όχι αποκλειστικά και μόνο μέσω του μέτρου τους με τη μέτρηση με μοιρογνωμόνιο. Γενικά, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές των εννοιών που διαπραγματευόμαστε. Για παράδειγμα, η εύρεση - κατασκευή της διχοτόμου μιας γωνίας (σελ. 167) με δίπλωση του χαρτιού αναδεικνύει την ισότητα των γωνιών αλλά και την διχοτόμο ως άξονα συμμετρίας, ενώ η κατασκευή με το μοιρογνωμόνιο αναδεικνύει την ισότητα των γωνιών μέσω του μέτρου τους. Επίσης, προτείνεται οι μαθητές/-τριες να συγκρίνουν γωνίες χρησιμοποιώντας και άτυπες μονάδες μέτρησης γωνιών (μικρότερες γωνίες) και να δοθεί αρκετός χρόνος σε μετρήσεις και κατασκευές γωνιών.

**Για τις δυσκολίες των μαθητών/-τριών σχετικά με την έννοια της μέτρησης**, παραπέμπουμε στην θέση <http://ebooks.edu.gr/new/ps.php>, στο 2. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ ΤΑ ΙΣΧΥΟΝΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ/ Β. Οδηγοί για τον Εκπαιδευτικό/ Επιστημονικό Πεδίο: Μαθηματικά/ Σελ 81.

Η δραστηριότητα που προτείνεται στην παράγραφο 1.6, μπορεί να τροποποιηθεί κατάλληλα και να χρησιμοποιηθεί σε αυτή την παράγραφο.

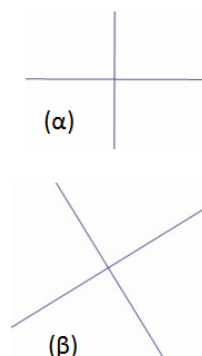
Προτείνονται:

- Η δραστηριότητα της σ. 165 να αντικατασταθεί με μέτρηση γωνιών που θα υπάρχουν σε φύλλο χαρτιού που θα δοθεί με φωτοαντίγραφο από τον/την διδάσκοντα/-ουσα.
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 166-167.
- Ασκήσεις 2, 3, 4, 7 σ. 168.
- Οι δραστηριότητες 1, 2 της σ. 168 μπορούν να γίνουν μόνο εφόσον ο/η διδάσκων/-ουσα κατατοπίσει τους/τις μαθητές/-τριες για την ανάκλαση.

### **§1.6 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)**

Το περιεχόμενο της ενότητας είναι γνωστό στους/στις μαθητές/-τριες από το Δημοτικό, εκτός από την μηδενική, την ευθεία, την μη κυρτή και την πλήρη γωνία. Παρόλα αυτά η έννοια της καθετότητας μπορεί να μην έχει κατακτηθεί από πολλούς/-ές μαθητές/-τριες και μια από τις συνηθισμένες δυσκολίες που έχουν είναι η αναγνώριση της καθετότητας σε ευθείες που δεν έχουν τον συνήθη οριζόντιο και κατακόρυφο προσανατολισμό. Κάποιες από τις αιτίες αυτής

της δυσκολίας είναι ο τρόπος προσανατολισμού των σχημάτων στα σχολικά βιβλία (π.χ. ορθογώνια ή τετράγωνα με πλευρές παράλληλες προς τις ακμές των σελίδων του βιβλίου), οι παραστάσεις που έχουν από το περιβάλλον γύρω τους (π.χ. οριζόντιος και κατακόρυφος προσανατολισμός των κουφωμάτων των σπιτιών, των παραθύρων κ.λπ.), αλλά και από τον τρόπο προσανατολισμού των σχημάτων στον πίνακα, κατά την διδασκαλία. Το φαινόμενο αυτό δεν περιορίζεται μόνον στην έννοια της καθετότητας αλλά επεκτείνεται και στην αναγνώριση σχημάτων π.χ. δεν αναγνωρίζουν ως τρίγωνο κάποιο «μακρόστενο» στο οποίο μία πλευρά είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις άλλες. Θα πρέπει ο/η διδάσκων/-ουσα, λαμβάνοντας υπόψη τα προηγούμενα, να εμπλουτίζει την ποικιλία των σχημάτων που χρησιμοποιεί κατά την διάρκεια της διδασκαλίας.



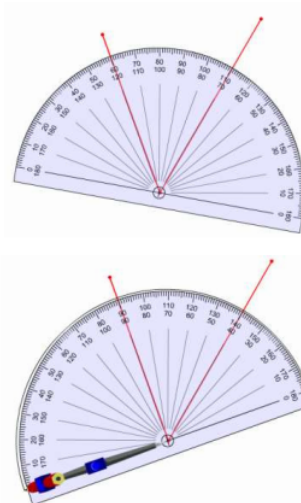
Για παράδειγμα, προτείνεται για την αναγνώριση των κάθετων ευθειών να χρησιμοποιούνται και τα δύο σχήματα (α και β) του διπλανού σχήματος και όχι μόνο το (α).

Προτείνονται:

- Δραστηριότητες 1, 2 σ. 169
- Παραδείγματα 1, 2 (να τονιστεί ότι ο έλεγχος της καθετότητας μπορεί να γίνει και με μέτρηση ή γνώμονα), 3, 4 σ. 171-172.
- Ασκήσεις 6, 7 σ. 172.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Ο/η εκπαιδευτικός δίνει στους/στις μαθητές/-τριες, που είναι χωρισμένοι σε ομάδες, προσχεδιασμένες γωνίες και ζητά από αυτούς να τις χαρακτηρίσουν ως κυρτές – μη κυρτές και αμβλείες, ορθές ή οξείες (στην περίπτωση των μη κυρτών). Στην αρχή οι μαθητές/-τριες μετρούν τη γωνία με το μοιρογνωμόνιο με τον συνήθη τρόπο. Κατόπιν τους ζητά να βρουν τρόπο ή τρόπους να τις μετρήσουν με το μοιρογνωμόνιο, χωρίς όμως να ακολουθήσουν την τυπική διαδικασία ταύτισης μιας πλευράς της γωνίας με τη διάμετρο του ημικυκλίου του μοιρογνωμονίου, όπως δείχνουν οι εικόνες. Οι μαθητές/-τριες θα πρέπει να περιγράψουν τις στρατηγικές που ακολούθησαν και να συζητήσουν διάφορα χαρακτηριστικά. Αναμένεται ότι οι μαθητές/-τριες θα ανακαλύψουν ότι η μέτρηση μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους ανεξάρτητα από την τοποθέτηση του μοιρογνωμονίου, αρκεί το κέντρο του να είναι στην κορυφή της γωνίας και να βρίσκουν τη διαφορά των ενδείξεων της ίδιας κλίμακας. Στη συνέχεια, ο/η εκπαιδευτικός, με κατάλληλες ερωτήσεις, βοηθά τους/τις μαθητές/-τριες να κάνουν τη σύνδεση με τη σχέση της επίκεντρης γωνίας και του μέτρου του τόξου στο οποίο βαίνει αυτή, την ανεξαρτησία του μέτρου του τόξου από την ακτίνα των ημικυκλίων των μοιρογνωμονίων και τον χωρισμό των τόξων σε ίσα μέρη από τα εξωτερικά σημεία - ενδείξεις του μοιρογνωμονίου και αντίστοιχα των γωνιών.



[Σχόλιο: Η παραπάνω δραστηριότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί με κατάλληλες μετατροπές και στην παράγραφο 1.5. Στόχος είναι η χρήση άτυπων μονάδων μέτρησης για τη σύγκριση γωνιών]

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Οι μαθητές/-τριες καταγράφουν και σχεδιάζουν τα διάφορα είδη γωνιών (μηδενική, κυρτή, οξεία, ορθή, αμβλεία, ευθεία, μη κυρτή, πλήρης) και τις ταξινομούν ως προς το μέτρο με διάφορους τρόπους.

### **§1.7 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)**

Οι έννοιες είναι νέες για τους/τις μαθητές/-ήτριες. Ο ορισμός των εφεξής γωνιών είναι αρκετά περίπλοκος στη διατύπωσή του. Προτείνεται να αναγνωρίσουν οι μαθητές/-ήτριες τις ιδιότητες των εφεξής γωνιών και στη συνέχεια να κατασκευάσουν οι ίδιοι τον ορισμό, διαπιστώνοντας την αναγκαιότητα της συγκεκριμένης διατύπωσης. Προτείνεται να αναφερθεί η έννοια της διαφοράς δύο γωνιών. Προτείνεται επίσης να δοθεί προτεραιότητα κατά σειρά στις ασκήσεις 1, 4 (περιπτώσεις 3 και 2) και 3 και να εμπλουτισθούν οι ασκήσεις με ερωτήματα για τον προσδιορισμό της γωνίας η οποία είναι το άθροισμα των ζευγών των εφεξής γωνιών που βρίσκουν οι μαθητές/-ήτριες, όπως και ερωτήματα προσδιορισμού της διαφοράς δύο γωνιών.

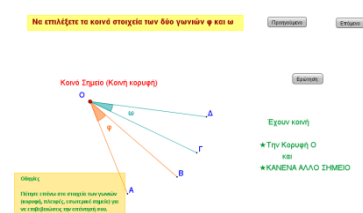
Προτείνονται:

- Δραστηριότητα σ. 173.
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 174-175.
- Ασκήσεις 1, 4, 3 σ. 175.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η εισαγωγή στις έννοιες των εφεξής και διαδοχικών γωνιών μπορεί να γίνει με τη δραστηριότητα της σελίδας 173 του σχολικού βιβλίου και πιο διερευνητικά με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Κοινά στοιχεία γωνιών», στο Φωτόδεντρο:

<http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/2184>



### **§1.8 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)**

Οι έννοιες είναι νέες για τους/τις μαθητές/-τριες. Προτείνεται κι εδώ οι ορισμοί να έπονται της αναγνώρισης των ιδιοτήτων και να είναι προϊόν της διερεύνησης των μαθητών/-τριών. Σε αυτή την κατεύθυνση προτείνεται η «ενδεικτική δραστηριότητα 2» που ακολουθεί

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα σ. 176

- Παραδείγματα 1, 2 (να διευκρινιστεί ότι δύο γωνίες μπορεί να είναι παραπληρωματικές ή συμπληρωματικές χωρίς να είναι εφεξής), 3, 4, 5, 6 σ. 177-178
- Ασκήσεις 3, 5, 9, 11 σ. 179

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 1<sup>η</sup>:

Για την ισότητα των κατακορυφών γωνιών μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα «Κατακορυφών γωνίες σε προβληματικό μικρόκοσμο», όπου οι μαθητές/-τριες μέσα από την εμπλοκή τους με ένα προβληματικό μικρόκοσμο που πρέπει να διορθώσουν, εισάγονται στην έννοια των κατακορυφών γωνιών και τη σχέση τους. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων συμβολικής έκφρασης μέσω του προγραμματισμού (Χελωνόσφαιρα).



<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9521>

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 2<sup>η</sup>:

**1<sup>η</sup> φάση (εξερεύνηση ιδιότητας):** Ο/Η διδάσκων/-ουσα προτρέπει τους/τις μαθητές/-ήτριες να σχεδιάσουν δύο τεμνόμενες ευθείες και να εικάσουν για σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ των γωνιών που σχηματίζονται. Οι μαθητές/-τριες μετρούν προσεγγιστικά με το μοιρογνωμόνιο. Αναμένεται ότι θα εικάσουν ότι υπάρχουν δύο ζεύγη ίσων γωνιών και είναι μάλλον απίθανο ότι θα εικάσουν ζεύγη παραπληρωματικών. Ο/Η διδάσκων/-ουσα θέτει το ερώτημα αν θα δημιουργούνται ζεύγη ίσων γωνιών σε κάθε περίπτωση που τέμνονται δύο ευθείες. Προτείνει να διερευνήσουν την κατάσταση στον υπολογιστή με κάποιο πρόγραμμα δυναμικής γεωμετρίας. Οι μαθητές/-τριες αναζητούν εξήγηση γιατί αυτά τα ζεύγη γωνιών είναι ίσα και συνεργάζονται για να δημιουργήσουν μια απόδειξη του ότι οι κατακορυφών γωνίες είναι ίσες. Με προτροπή του διδάσκοντα εξερευνούν τη σχέση που έχουν οι εφεξής γωνίες. Καταγράφουν όλα τα ζεύγη των παραπληρωματικών γωνιών, συζητούν και δικαιολογούν γιατί είναι παραπληρωματικές.

**2<sup>η</sup> φάση (Ορισμός):** Ο/Η διδάσκων/-ουσα δίνει στους/στις μαθητές/-τριες ένα φύλλο χαρτί που περιέχει δύο στήλες. Η μία έχει τίτλο «Κατακορυφών γωνίες» και η άλλη «Γωνίες που δεν είναι κατακορυφών». Κάθε στήλη έχει αντιστοίχως παραδείγματα και μη παραδείγματα κατακορυφών γωνιών (στα μη παραδείγματα πρέπει να έχουν περιληφθεί ζεύγη ίσων γωνιών με ένδειξη του μέτρου των γωνιών). Ζητείται από τους/τις μαθητές/-τριες να βρουν τα κοινά χαρακτηριστικά των κατακορυφών γωνιών και να γράψουν έναν ορισμό που θα τις περιγράφει. Οι μαθητές/-τριες λόγω της προηγούμενης εξερεύνησης θα μπορέσουν να δώσουν έναν ορισμό αρκετά κοντά στον τυπικό ορισμό και θα διακρίνουν την διαφορά ορισμού και ιδιότητας.

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι οι μαθητές/-τριες να οδηγηθούν στην διατύπωση του ορισμού, μετά από εξερεύνηση. Έτσι διαπιστώνουν την αναγκαιότητα της χρήσης των συγκεκριμένων λέξεων στον ορισμό]

**§§1.9 και 1.10 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)**

Η έννοια της παραλληλίας είναι γνωστή στους/στις μαθητές/-τριες από το Δημοτικό. Προτείνεται να δοθεί ως άσκηση ο σχεδιασμός ενός παραλληλογράμμου (είναι γνωστή έννοια από το Δημοτικό) με στοιχεία που θα καθορίσει ο/η διδάσκων/-ουσα.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα 2 σ. 180
- Παράδειγμα 2 σ. 181
- Παραδείγματα 1, 2, 3 (να τονιστεί ότι παράλληλες ευθείες είναι εκείνες που όλα τα σημεία της μιας ισαπέχουν από την άλλη), 4 σ. 185
- Ασκήσεις 2, 3, 5, 6 σ. 186

### §1.11 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Ο/Η διδάσκων/-ουσα θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει για τις κατασκευές ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας. Με κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις (π.χ. εφαρμογή, σελ. 189, ως δραστηριότητα για το σπίτι) οι μαθητές/-τριες να διερευνήσουν τις συνθήκες κατασκευής ενός τριγώνου, όταν δίνονται τρία ευθύγραμμα τμήματα.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητες 2, 3 σ. 187.
- Παράδειγμα σ. 189
- Ασκήσεις 2, 3, 4 σ. 189

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Μέσω διερευνητικής δραστηριότητας, οι μαθητές/-τριες μπορούν να κατασκευάσουν κύκλο, που να διέρχεται από τρία δοσμένα σημεία (με χρήση της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος και ορισμού του κύκλου).

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Με το διπλανό μικροπείραμα του Φωτόδεντρου, μπορεί να γίνει διερευνητικά στην τάξη η εφαρμογή της σελίδας 189.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9521>



### §§ 1.12 και 1.13 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Το περιεχόμενο της ενότητας είναι νέο για τους/τις μαθητές/-τριες. Προτείνεται να δοθεί χρόνος για κατασκευές και οι μαθητές/-τριες να ανακαλύψουν και να διατυπώσουν τις αντίστοιχες προτάσεις.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα σ. 190.
- Ασκήσεις 1, 4, 6 σ. 192

- Να δοθεί η δραστηριότητα της σ. 192 ως εργασία ή να γίνει στην τάξη με ομάδες μαθητών/-τριών.
- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 193
- Ασκήσεις 1, 4 σ. 194

## **Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)**

Αυτό που επιδιώκεται από τη διδασκαλία των συμμετριών είναι να αποκτήσουν οι μαθητές/-τριες, μια ευελιξία στον τρόπο της γεωμετρικής τους σκέψης και να τις χρησιμοποιήσουν ως εργαλείο για τη μελέτη και την αιτιολόγηση ιδιοτήτων των γεωμετρικών σχημάτων, όπως των παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από άλλη ευθεία (§2.6), της μεσοκαθέτου (§2.3) και των ιδιοτήτων των ειδών τετραπλεύρου.

Γενικά για την διδασκαλία του κεφαλαίου 2 ενδείκνυται η αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών, παράλληλα με τη χρήση άλλων μέσων (όπως το διαφανές χαρτί, τα γεωμετρικά όργανα, τετραγωνισμένο χαρτί κτλ.) με σκοπό όχι μόνο την κατασκευή συμμετρικών σχημάτων αλλά και την κατανόηση και την αξιοποίηση των ιδιοτήτων της συμμετρίας.

Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διαισθητική αναγνώριση των ιδιοτήτων των συμμετριών και στις κατασκευές.

Στόχοι είναι οι μαθητές/-τριες:

- ✓ Να κατασκευάζουν σχήματα συμμετρικά ως προς άξονα και κέντρο.
- ✓ Να αναγνωρίζουν υπάρχουσες συμμετρίες σε δοθέντα σχήματα.
- ✓ Να κατανοήσουν ότι με την κεντρική και την αξονική συμμετρία διατηρούνται τα μήκη, η ισότητα των γωνιών και η ισότητα σχημάτων.
- ✓ Να χρησιμοποιούν τη συμμετρία σε διεργασίες αιτιολόγησης.

### **§§2.1 και 2.2 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)**

Οι παράγραφοι 2.1 και 2.2 προτείνεται να διδαχθούν σαν μια ενότητα. Προτείνεται επίσης, να προηγηθεί η διδασκαλία της §2.2 (άξονας συμμετρίας) και να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.1 (συμμετρία ως προς άξονα) με σκοπό να προηγηθεί το διαισθητικό μέρος της αξονικής συμμετρίας και κατόπιν να ακολουθήσει το κατασκευαστικό και τα συμμετρικά σχήματα.

Επισημαίνεται ότι οι μαθητές/-τριες δυσκολεύονται σε κατασκευές με την αξονική συμμετρία, καθώς συχνά κάνουν μεταφορά, αντί για ανάκλαση. Γι' αυτό προτείνεται να διατεθεί χρόνος σε κατασκευές, από τους ίδιους.

Να επισημανθεί ότι η ταύτιση των δύο μερών του σχήματος, όταν διπλώνεται κατά μήκος του άξονα συμμετρίας του, σημαίνει ισότητα των δύο μερών. Προτείνεται να δοθούν για ανακάλυψη και αιτιολόγηση οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου<sup>1</sup> (δεν θα αναφέρονται σε ύψος, διάμεσο και διχοτόμο του τριγώνου ως προς την βάση, αλλά θα συνάγουν ότι ο άξονας συμμετρίας διχοτομεί την γωνία που είναι απέναντι από την βάση, τέμνει κάθετα την βάση κτλ.), του ισόπλευρου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του τετραγώνου (οι μαθητές/-τριες τα σχεδιάζουν σε διαφανές χαρτί ή τους δίνονται έτοιμα τα σχήματα και με την χάραξη των

<sup>1</sup> Οι έννοιες του ισοσκελούς και του ισόπλευρου τριγώνου τους είναι γνωστές από το Δημοτικό, ομοίως του παραλληλογράμμου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του τετραγώνου.



αξόνων συμμετρίας και την διπλωση των σχημάτων κατά μήκος αυτών ανακαλύπτουν και δικαιολογούν τις ιδιότητες τους).

Προτείνονται:

### §2.1

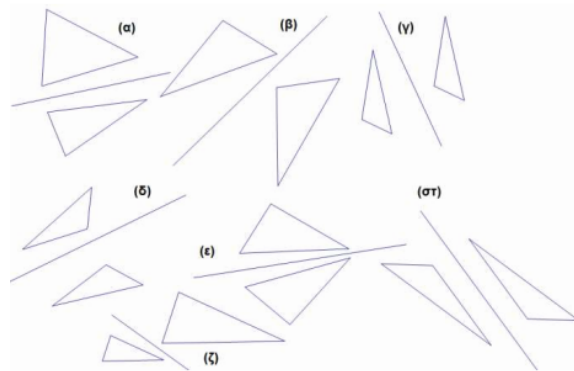
- Δραστηριότητα σ. 200.
- Παραδείγματα 1 - 7 σ. 201 - 202 (για την τάξη).
- Άσκηση 2 σ. 203.

### §2.2

- Δραστηριότητα σ. 204
- Παράδειγμα 1 σ. 205
- Ως παράδειγμα στην τάξη να γίνει η άσκηση 3 σ. 205

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 1<sup>η</sup>:

Οι μαθητές/-τριες ζητείται να προσδιορίσουν ποια από τα σχήματα της εικόνας είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα που είναι σχεδιασμένος και να δικαιολογήσουν την απάντησή τους. Εξηγούν τον τρόπο που σκέφτηκαν και τις στρατηγικές που ακολούθησαν. Για παράδειγμα, μπορεί να απέκλεισαν κάποιες περιπτώσεις και εξηγούν τα κριτήρια αποκλεισμού. Στη



συνέχεια ο/η διδάσκων/-ουσα προτείνει να εξετάσουν μήπως υπάρχει περίπτωση που να μπορούν τα σχήματα να γίνουν συμμετρικά ως προς άξονα, αλλά ο άξονας δεν είναι σωστά σχεδιασμένος και τους προτρέπει να σχεδιάσουν τον σωστό άξονα.

[Σχόλιο: Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να γίνει σε συνδυασμό με τη δραστηριότητα 1 της §2.3]

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 2<sup>η</sup>:

Η άσκηση 2 της σελίδας 205 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει πιο διερευνητικά με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων όπως με το «Αξονική συμμετρία και αλφάβητο», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2051>

Αξονική συμμετρία και Αλφάβητο

M Z H P

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1  ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2  
Επιλέξτε ένα γράμμα με κλικ στο αριστερό κομμάτι. Στρέψτε το γράμμα με το ποντίκι στη θέση που θέλετε και χρησιμοποιήστε το 2ο εργαλείο στη σειρά για να βρείτε το συμμετρικό του:  
α) ως προς τον οριζώντιο άξονα  $\epsilon_1$  και  
β) ως προς τον κατακόρυφο άξονα  $\epsilon_2$ .  
Επιλέξτε όλα τα γράμματα διαθέσιμα.  
Μπορείτε να συμπεριλάβετε αν έχει άλλους άξονες συμμετρίας το κάθε γράμμα:  Βοήθεια  Οδηγός



### §2.3 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Στόχοι είναι:

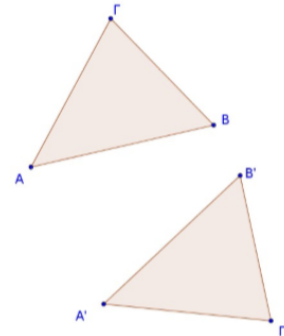
- ✓ Η χρήση της αξονικής συμμετρίας για την αιτιολόγηση της ιδιότητας της μεσοκαθέτου.
- ✓ Η κατασκευή της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος με διαφορετικούς τρόπους (υποδεκάμετρου και γνώμονα, κανόνα και διαβήτη, δίπλωση χαρτιού).

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα σ. 206.
- Παραδείγματα 1, 2 και 5 σ. 207-208. Να γίνει αναφορά στο ισοσκελές.
- Ασκήσεις 2, 3 σ. 209.
- Η δραστηριότητα 1 σ. 209 μπορεί να δοθεί για το σπίτι.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 1<sup>η</sup>:

Ο/Η διδάσκων/-ουσα δίνει στους/στις μαθητές/-τριες διαφανές χαρτί, πάνω στο οποίο υπάρχουν σχεδιασμένα δύο συμμετρικά, ως προς άξονα, τρίγωνα, χωρίς όμως να είναι σχεδιασμένος ο άξονας συμμετρίας. Οι μαθητές/-τριες προσπαθούν με δίπλωση του χαρτιού να προσδιορίσουν τον άξονα συμμετρίας τον οποίο και σχεδιάζουν με βάση την γραμμή τσάκισης που θα έχουν κάνει στο χαρτί. Με προτροπή του/της διδάσκοντα/-ουσας σχεδιάζουν τα τμήματα που έχουν ως άκρα αντίστοιχες κορυφές των τριγώνων και εξετάζουν την σχέση που έχει ο άξονας με αυτά τα τμήματα. Διαπιστώνουν και δικαιολογούν, μέσω της δίπλωσης του χαρτιού ως προς τον άξονα συμμετρίας, ότι αυτός είναι η κοινή μεσοκάθετος των τμημάτων. Συζητούν σε πόσα τμήματα, που ενώνουν αντίστοιχα σημεία, πρέπει να χαράξουν την μεσοκάθετο για τον προσδιορισμό του άξονα συμμετρίας. Προτείνουν τρόπο κατασκευής του άξονα συμμετρίας με κανόνα και διαβήτη τον οποίο και εφαρμόζουν.



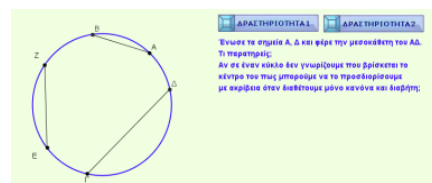
[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η χρήση της αξονικής συμμετρίας για αιτιολόγηση. Με κατάλληλη προσαρμογή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο τέλος της διδασκαλίας των § 2.1 και § 2.2.]

#### Εναλλακτικά:

«Τα δυο τρίγωνα είναι συμμετρικά ως προς άξονα. Να προτείνετε έναν γεωμετρικό τρόπο ώστε να σχεδιάσετε τον άξονα συμμετρίας».

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 2<sup>η</sup>:

Η άσκηση 8 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει και με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων όπως με το μικροπείραμα «Κατασκευή του άγνωστου κέντρου ενός κύκλου», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:



<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2080>

Και αυτές οι παράγραφοι θα διδαχθούν σαν μια ενότητα. Μπορεί να προηγηθεί η διδασκαλία της §2.5 (κέντρο συμμετρίας) και να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.4 (συμμετρία ως προς σημείο) με σκοπό να προηγηθεί το διαισθητικό μέρος της κεντρικής συμμετρίας και κατόπιν να ακολουθήσει το κατασκευαστικό και τα συμμετρικά σχήματα.

Επισημαίνεται ότι οι μαθητές/-τριες ενδέχεται να δυσκολεύονται με την στροφή κατά  $180^\circ$  και προτείνεται να δοθούν αρκετές πρακτικές εφαρμογές με χειραπτικά μέσα ως εργασίες στην τάξη (π.χ. στροφή  $180^\circ$  με διαφανές χαρτί).

Προτείνεται να δοθεί για δραστηριότητα η ανακάλυψη και η αιτιολόγηση των ιδιοτήτων του παραλληλογράμμου, με την σχεδίαση δύο ίσων παραλληλογράμμων σε δύο διαφορετικά φύλλα, που το ένα θα είναι διαφανές χαρτί. Ωστόσο αυτό να γίνει μπορεί να γίνει ως εφαρμογή της συμμετρίας ως προς κέντρο, στις παραγράφους 3.3 και 3.4.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η δραστηριότητα της σελίδας 212 (§2.5) του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει με τη χρήση του ψηφιακού εργαλείου «Κέντρο συμμετρίας αντικειμένων» που διατίθεται στο Φωτόδεντρο <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2075>



Προτείνονται:

#### §2.4

- Προτείνεται να γίνει ως δραστηριότητα η εύρεση του συμμετρικού ενός σχήματος ως προς σημείο  $O$  (σελίδα 210, μπλε πλαίσιο) και μετά να γίνει η δραστηριότητα της αρχής της σ. 210.
- Παραδείγματα 1, 2, 3, 4, 5, 6 σ. 210-211
- Άσκηση 1 σ. 210

#### §2.5

- Δραστηριότητα σ. 212
- Παραδείγματα 1, 3 σ. 213
- Άσκηση 2 σ. 213.

#### § 2.6 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Οι ιδιότητες των γωνιών μπορούν να αιτιολογηθούν με τη χρήση της συμμετρίας ως προς κέντρο.

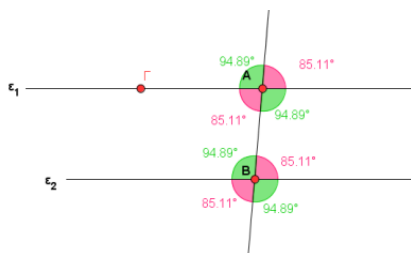
Κατά την διδασκαλία της ενότητας να διευκρινιστεί ότι δύο γωνίες ορίζονται ως εντός εναλλάξ, εντός και επί τα αυτά κτλ., ανεξάρτητα από το αν οι δύο ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  (τεμνόμενες από μία τρίτη ευθεία), είναι παράλληλες μεταξύ τους ή όχι. Όμως, μόνο όταν οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι παράλληλες, οι παραπάνω γωνίες θα είναι αντιστοίχως ίσες, παραπληρωματικές κτλ.

Προτείνονται:

- Η διδασκαλία να ξεκινήσει από το «Θυμόμαστε- Μαθαίνουμε» της σ. 214 και να συνεχίσει με το παράδειγμα 1 σ. 215 και το παράδειγμα 2 σ. 216.
- Ασκήσεις 2, 4, 5 σ. 216

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η εφαρμογή 1 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει και με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων όπως με το μικροπείραμα «Ισότητα γωνιών μεταξύ παραλλήλων», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:



<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2138>

### Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup> (Να διατεθούν 9 διδακτικές ώρες)

#### §3.1 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές μιας έννοιας. Ταυτόχρονα, σε κάποιες περιπτώσεις αυτά απαιτούν και διαφορετικό βαθμό συνειδητοποίησης και κατανόησης κάποιων εννοιών, εκ μέρους των μαθητών/-τριών.

Τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας επιτρέπουν στον χρήστη να δημιουργήσει μία κατασκευή μέσα από μία σειρά ενεργειών που ορίζονται γεωμετρικά (π.χ. κατασκευή ευθείας παράλληλης προς μία άλλη, από σημείο εκτός αυτής). Όταν στο αποτέλεσμα αυτής της κατασκευής, επιλέξουμε κάποιο σημείο και το σύρουμε, με την βοήθεια του ποντικιού, το γεωμετρικό αντικείμενο μεταβάλλεται, ενώ όλες οι γεωμετρικές σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν κατά την κατασκευή διατηρούνται. Έτσι, η κατασκευή βασίζεται και συμπεριφέρεται με βάση τις γεωμετρικές σχέσεις και τις ιδιότητες που απορρέουν απ' αυτές. Αυτή η συμπεριφορά του σχήματος δεν παρουσιάζεται όταν ο/η μαθητής/-ήτρια έχει δημιουργήσει ένα σχήμα βασισμένο σε επιφανειακά χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, η ανάθεση στους/στις μαθητές/-ήτριες να βρουν τρόπο (ή τρόπους) να σχεδιάσουν με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, ένα ισοσκελές τρίγωνο το οποίο να μπορεί να μεταβάλλεται και να αντέχει στην δοκιμασία του συρσίματος των κορυφών, απαιτεί εκ μέρους τους τη συνειδητοποίηση των γεωμετρικών ιδιοτήτων που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν έτσι ώστε το τρίγωνο να παραμένει ισοσκελές κάτω απ' όλες τις περιστάσεις. Η σχεδίαση ενός ισοσκελούς τριγώνου, βασισμένη στις μετρήσεις των πλευρών, δεν «αντέχει» στην δοκιμασία του συρσίματος, ενώ η κατασκευή ισοσκελούς που βασίζεται π.χ. στην ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου «αντέχει». Ταυτόχρονα η δυναμική μεταβολή της κατασκευής, τους επιτρέπει να διερευνήσουν και να κατανοήσουν (με

κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις) άλλες σχέσεις, όπως ότι τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι και ισοσκελή, χωρίς όμως να ισχύει και το αντίστροφο.

Προτείνεται να γίνουν στην τάξη κατασκευές τριγώνων (ισοσκελούς & ισοπλεύρου) από τους/τις μαθητές/-ήτριες με γεωμετρικά όργανα. **Επίσης να δοθεί έμφαση στις κατασκευές κυρίως υψών, αλλά και διχοτόμων-διαμέσων όλων σε οξυγώνιο, αμβλυγώνιο και ορθογώνιο τρίγωνο.** Προτείνεται να δοθούν ως δραστηριότητες για το σπίτι, οι κατασκευές ισοσκελούς, ισόπλευρου και σκαληνού τριγώνου, όπως επίσης ορθογωνίου, αμβλυγωνίου και οξυγωνίου με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, που να «αντέχουν» στην διαδικασία συρσίματος<sup>2</sup> και με συζήτηση των προσεγγίσεων των μαθητών/-τριών στην τάξη, μέσα από κατάλληλες ερωτήσεις, να αναδειχθούν πτυχές των υπό διαπραγμάτευση εννοιών ή να αποτελέσουν την βάση προβληματισμού για την ανάπτυξη της επόμενης ενότητας (να φανεί ποιες ιδιότητες του κάθε τριγώνου παραμένουν σταθερές όταν αυτό αλλάζει).

Προτείνονται:

- Να δοθεί ένα φύλλο εργασίας με τρίγωνα διαφόρων ειδών και θέσεων και θα κληθούν οι μαθητές/-τριες να τα ταξινομήσουν. Επίσης μπορεί να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-τριες να σχεδιάσουν τρίγωνα με βάση κάποιες προδιαγραφές λ.χ. ορθογώνια ισοσκελή.
- Παράδειγμα σ. 219
- Ασκήσεις 1, 3 σ. 220
- Η δραστηριότητα της σ. 220 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για ομαδοσυνεργατική εργασία.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η άσκηση 4 του σχολικού βιβλίου που αφορά το σημείο τομής των διαμέσων, μπορεί να γίνει πιο διερευνητικά με το μικροπείραμα «Εκεί που τέμνονται οι διάμεσοι» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5510>

[Σχόλιο: Η ενδεικτική δραστηριότητα αυτή δίνεται ως παράδειγμα της χρήσης ενός λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας στη διερεύνηση ιδιοτήτων, καθώς αυτές παραμένουν σταθερές όταν το σχήμα αλλάζει]



### §3.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

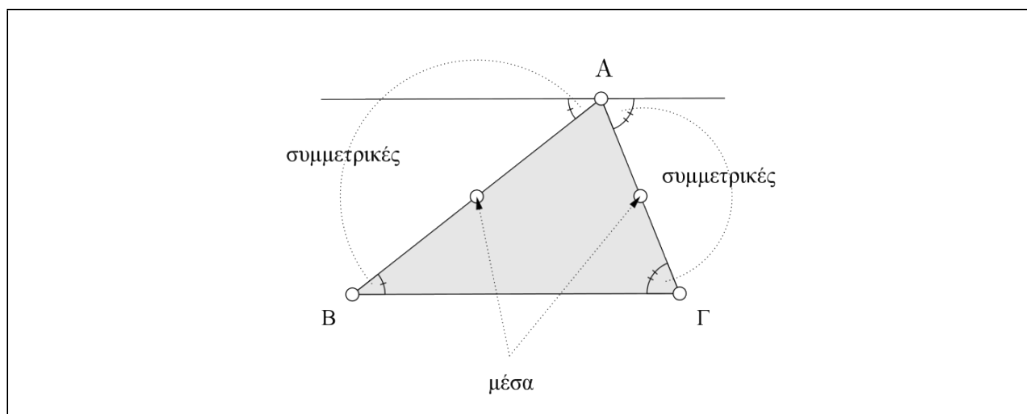
Οι μαθητές/-τριες γνωρίζουν από το Δημοτικό ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι  $180^\circ$ , ενώ τις ιδιότητες του ισοσκελούς και του ισοπλεύρου μπορεί να τις έχουν διαπραγματευτεί σε προηγούμενες ενότητες, όπως έχει προταθεί. Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στα παραδείγματα – εφαρμογές και στις ασκήσεις 1, 4, 5, 6, 7, 8 και 9. Η άσκηση 10 είναι πολύ δύσκολη γι' αυτή την ηλικία και αν αντιμετωπιστεί να μη γίνει με τη

<sup>2</sup> Απαραίτητη προϋπόθεση για αυτή την δραστηριότητα είναι οι μαθητές/-τριες να είναι εξοικειωμένοι με κάποιο λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας και να μπορούν να δουλεύουν αυτόνομα σ' αυτό.

βοήθεια του αλγεβρικού λογισμού. Να μη δοθεί έμφαση μόνο σε υπολογιστικές ασκήσεις γωνιών τριγώνου.

Προτείνονται:

- Παράδειγμα 1 σ. 222. Σημειώνεται ότι εδώ υπάρχει η δυνατότητα να γίνει και θεωρητική αιτιολόγηση του συμπεράσματος με βάση όσα υπάρχουν στις §2.4 και 2.5 ή με βάση την παρακάτω διάταξη.



- Παραδείγματα 2, 3, 4, 5, 6 σ. 222-223 (τα παραδείγματα 4, 5, 6 μπορούν να δοθούν για το σπίτι και να γίνει μετά η παρουσίαση τους από τους/τις μαθητές/-ήτριες).
- Ασκήσεις 1, 4, 5, 6, 7, 8 (μπορεί να συνδυαστεί με εξισώσεις)
- Η άσκηση 9 μπορεί να αξιοποιηθεί για **διαφοροποιημένη διδασκαλία** με δημιουργία ομάδων.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 1<sup>η</sup>:

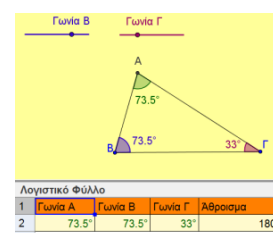
Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου χρησιμοποιείται ως βασικό αποτέλεσμα για τον προσδιορισμό μιας σχέσης ανάμεσα στο άθροισμα των γωνιών και το πλήθος των πλευρών ενός τυχαίου πολυγώνου. Οι μαθητές/-τριες κατασκευάζουν πολύγωνα με 4, 5, 6, 7 και 8 πλευρές, τα χωρίζουν σε τρίγωνα με διαγώνιες που άγονται από μία κορυφή και καταγράφουν σε πίνακα το είδος του πολυγώνου, το πλήθος των τριγώνων στα οποία χωρίζεται και το άθροισμα των γωνιών του. Από τα στοιχεία του πίνακα συνάγουν με επαγωγικό τρόπο τη ζητούμενη γενική σχέση.

[Σχόλιο: Στόχος αυτής της δραστηριότητας είναι να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές/-τριες το άθροισμα γωνιών τριγώνου σε περαιτέρω υπολογισμούς]

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 2<sup>η</sup>:

Η έννοια του αθροίσματος γωνιών τριγώνου, προτείνεται να προσεγγιστεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Πειράματα με το άθροισμα γωνιών τριγώνου», στο Φωτόδεντρο:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14350>.



Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους/τις μαθητές/-τριες ο/η εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.

### §§3.3 και 3.4 (Να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

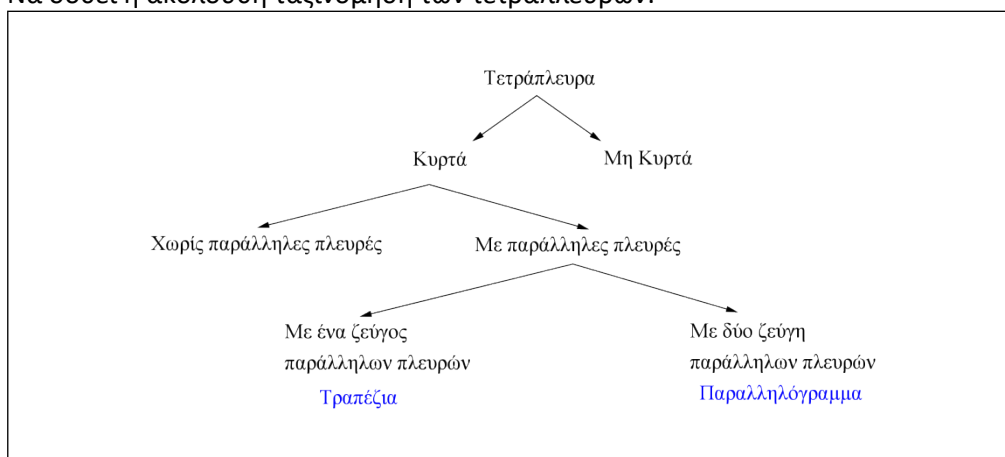
Οι μαθητές/-τριες κατανοούν ότι τα παραλληλόγραμμα και τα τραπέζια είναι τετράπλευρα με συγκεκριμένες ιδιότητες. Προτείνεται να δοθούν κατάλληλες δραστηριότητες κατασκευής παραλληλογράμμου, ορθογωνίου κ.λπ. με λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, με βάση αυτά που αναφέρθηκαν στην §3.1, με χρήση χειραπτικών και ψηφιακών μέσων και σχεδιασμού των υψών τους.

Το περιεχόμενο της ενότητας 3.4 είναι νέο για τους/τις μαθητές/-τριες.

Προτείνεται η αιτιολόγηση των ιδιοτήτων να γίνει με χρήση των συμμετριών και οι μαθητές/-τριες να χρησιμοποιήσουν τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων σε κατασκευές.

Προτείνονται:

- Να δοθεί η ακόλουθη ταξινόμηση των τετραπλεύρων:



- Η διδασκαλία να γίνει με έμφαση α) στις κατασκευές από τις οποίες προκύπτουν οι ιδιότητες β) στη διερεύνηση συμμετριών
- Παράδειγμα 2 σελ. 227
- Ασκήσεις 1, 3, 4 σ. 227
- Παραδείγματα 1, 3 σ. 227 και παράδειγμα σ. 230
- Ασκήσεις 2, 3, 6 σ. 231.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1<sup>η</sup>:

Με το μικροπείραμα στη 'Χελωνόσφαιρα' «Μια διαδικασία που κατασκευάζει πάντοτε τετράγωνα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-τριες μπορούν να πειραματιστούν με την κατασκευή τετραγώνου, χρησιμοποιώντας τον ορισμό του.

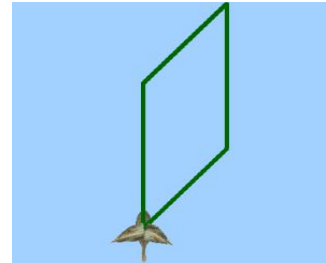
<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9534>

[Σχόλιο: Στόχος είναι ο ορισμός να αποκτήσει 'νόημα για τους/τις μαθητές/-ήτριες μέσω της χρήσης του σε κατασκευές. Παρόμοια μικροπειράματα μπορούν να γίνουν και με άλλα παραλληλόγραμμα]

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 2<sup>η</sup>:

Με το μικροπείραμα στη 'Χελωνόσφαιρα' «Είδη παραλληλογράμμου και οι σχέσεις εγκλεισμού τους» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-τριες μπορούν να διερευνήσουν τις σχέσεις εγκλεισμού των ειδών τετραπλεύρου.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9586>

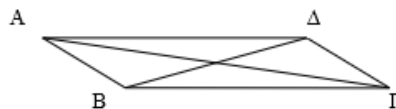


#### Ενδεικτική δραστηριότητα 3<sup>η</sup>:

Να κατασκευάσετε με χρήση του χάρακα, του μοιρογνωμονίου και του διαβήτη (ή με χρήση λογισμικού) ένα παραλληλόγραμμο του οποίου οι πλευρές έχουν μήκη 5,1cm και 3,2cm και σχηματίζουν γωνία 52°.

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 4<sup>η</sup>:

Να περιγράψετε τον τρόπο που κατασκευάστηκε με χρήση του χάρακα και του μοιρογνωμονίου (ή με χρήση λογισμικού) το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ στο οποίο οι διαγώνιες έχουν μήκη ΑΓ = 6cm, ΒΔ = 3,5cm και σχηματίζουν γωνία 66°.

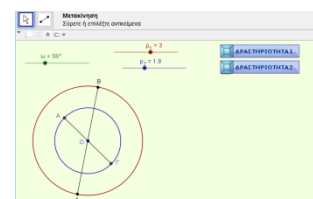


[Σχόλιο: Στόχος των δύο παραπάνω δραστηριοτήτων είναι η εμβάθυνση στην έννοια της γεωμετρικής κατασκευής. Οι μαθητές/-τριες α) δημιουργούν ένα γεωμετρικό σχήμα που έχει δεδομένες ιδιότητες και β) περιγράφουν τα βήματα της κατασκευής ενός δεδομένου γεωμετρικού σχήματος]

#### Ενδεικτική δραστηριότητα 5<sup>η</sup>:

Για τη χρήση των ιδιοτήτων των παραλληλογράμμων μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα «Κατασκευή παραλληλογράμμων με ομόκεντρους κύκλους» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1911>





## ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗΣ

Η εγκατάσταση των Διαδραστικών Οθονών Αφής στα σχολεία προσφέρει πολυάριθμα πλεονεκτήματα στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη της διδασκαλίας. Συγκεκριμένα:

- Παρέχεται η δυνατότητα οργάνωσης, καταγραφής και αποθήκευσης μαθημάτων που δύνανται να αξιοποιηθούν τόσο από τους/τις εκπαιδευτικούς όσο κι από τους/τις μαθητές/-τριες.
- Προσφέρεται η εύκολη πρόσβαση στο note, στα σχεδιαστικά εργαλεία των οθονών αφής, σε ποικίλους Ανοικτούς Εκπαιδευτικούς Πόρους / Open Educational Resources (ΑΕΠ / OER) που περιλαμβάνουν κατηγορίες όπως: Εκπαιδευτικά Παιχνίδια/Δυναμικός Χάρτης/Εφαρμογές Λογισμικού/AR-VR-MR Αντικείμενα /3D Αντικείμενα κ.ά. καθώς και στην εφαρμογή μοzaBook (που είναι προεγκατεστημένη στο περιβάλλον windows των οθονών και μελλοντικά θα εμπλουτιστεί με τα διαδραστικά σχολικά βιβλία).
- Όλα τα παραπάνω αποτελούν καινοτόμα μαθησιακά περιβάλλοντα, εύχρηστα, με πλούσιο οπτικοακουστικό υλικό οικείου χαρακτήρα και εξοικείωσης με την καθημερινότητα των μαθητών/-τριών, που ανταποκρίνονται στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Επίσης, δίνουν στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να οργανώσει το μάθημά του/της, δημιουργώντας ένα «υβριδικό περιβάλλον εργασίας», που λειτουργεί ως διδακτικό αποθετήριο και εμπλουτίζεται στο πλαίσιο της σύγχρονης και ασύγχρονης διδασκαλίας.
- Οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να προσαρμόσουν το υλικό διδασκαλίας τους ώστε να ανταποκρίνεται στη γνωστική ετοιμότητα και στις ανάγκες των μαθητών/-τριών, σε σχέση με την ηλικία τους και τους διαφορετικούς τύπους μάθησης (οπτικός, ακουστικός, κιναισθητικός), προσφέροντας υλικό σε διαφορετικές μορφές, με άξονα τη συμπερίληψη όλων καθώς και την εξατομικευμένη μάθηση. Παράλληλα, η χρήση ποικίλων διαδραστικών δραστηριοτήτων επιτρέπουν την άμεση ανατροφοδότηση και αξιολόγηση του επιπέδου κατανόησης του μαθήματος.
- Η λειτουργία «πολλαπλής αφής» των διαδραστικών οθονών δίνει στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να σχεδιάσει και να ενσωματώσει στη διδασκαλία ομαδικές δραστηριότητες, που επιτρέπουν τη συνέργεια των μαθητών/-τριών, καλλιεργώντας δεξιότητες όπως της συνεργασίας και επικοινωνίας.
- Οι οθόνες αφής μπορούν να συνδεθούν με το Google Drive ή το OneDrive, με υπολογιστές, τάμπλετ και άλλες συσκευές, διευκολύνοντας τη μεταφορά και την κοινή χρήση πληροφοριών.
- Δίνεται η δυνατότητα στον/στην εκπαιδευτικό να μοιράζεται με τους/τις μαθητές/-τριες εκπαιδευτικό υλικό και να το επαναχρησιμοποιεί, μειώνοντας τον φόρτο εργασίας.
- Δίνεται η δυνατότητα της αντεστραμμένης διδασκαλίας και η λειτουργία της ανεστραμμένης τάξης.
- Δίνεται η δυνατότητα ένταξης της τεχνητής νοημοσύνης (TN) στη μαθησιακή διαδικασία.
- Τέλος, τα διαδραστικά συστήματα μάθησης διευκολύνουν και επιταχύνουν τη διενέργεια του μαθήματος καθώς δεν απαιτούν συσκότιση της αίθουσας για να προβληθεί υλικό, έχουν ενσωματωμένα ηχεία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαισθητικά με την αφή. Το σύνολο του υλικού των Οδηγιών Διδασκαλίας είναι κατάλληλο για χρήση δια μέσου των διαδραστικών συστημάτων μάθησης. Επιπροσθέτως, τα συστήματα αυτά διαθέτουν την επιλογή της λειτουργίας τους ως ασπροπίνακες με πολλές επιπλέον δυνατότητες πέραν της

απλής γραφής κειμένου (π.χ. λειτουργία screenshot της οθόνης και δυνατότητα γραφής σημειώσεων πάνω στο screenshot, αντιγραφή-επικόλληση μέρους των σημειώσεων κ.ά.).

- Το σύνολο των δυνατοτήτων του υλικού κάθε μοντέλου διαδραστικού συστήματος μάθησης μπορεί να αναζητηθεί στις εξής διευθύνσεις:
  - [Συχνές ερωτήσεις](#) Διαδραστικών [Συστημάτων](#).
  - [Χρήσιμα αρχεία](#) Διαδραστικών Συστημάτων.

Για τη διδασκαλία των **Μαθηματικών**, οι διαδραστικές οθόνες αφής διευκολύνουν τη χρήση δυναμικών λογισμικών Μαθηματικών, εργαλείων γεωμετρικών κατασκευών, διαδραστικών ασκήσεων, βίντεο-ηχητικών, τρισδιάστατων μοντέλων, εγείροντας το ενδιαφέρον των μαθητών/-τριών και προάγοντας την αφομοίωση της ύλης.