ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ & ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Που δόθηκαν από το Ι.Ε.Π.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

Επιμέλεια: Καραγιάννης Ιωάννης
Σύμβουλος Εκπαίδευσης Μαθηματικών
Μαθηματικός Περιηγητής

- **Καθορισμός εξεταστέας ύλης για τα μαθήματα των Α', Β' και Γ' τάξεων Γενικού Λυκείου που εξετάζονται γραπτώς στις προαγωγικές και απολυτήριες εξετάσεις για το σχολικό έτος 2024-2025.**

- **Διδακτέα-Εξεταστέα ύλη στα Μαθηματικά Ομάδων Προσανατολισμού στις Πανελλαδικές Εξετάσεις.**

- **Οδηγίες διδασκαλίας Άλγεβρας & Γεωμετρίας Α΄ Γενικού Λυκείου , Άλγεβρας, Γεωμετρίας & Μαθηματικά Ομάδας Προσανατολισμούς Β΄ Γενικού Λυκείου και ΄Μαθηματικά Γενικής Παιδείας και Ομάδων Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών και Σπουδών Οικονομίας & Πληροφορικής της Γ΄ Γενικού Λυκείου.**

ΕΦΗΜΕΡΙΔΑ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ

ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑΣ

5 Αυγούστου 2024 | ΤΕΥΧΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ | Αρ. Φύλλου **4545**

ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ

Αριθμ. 89004/Δ2

Καθορισμός εξεταστέας ύλης για τα μαθήματα των Α', Β' και Γ' τάξεων Γενικού Λυκείου που εξετάζονται γραπτώς στις προαγωγικές και απολυτήριες εξετάσεις για το σχολικό έτος 2024-2025.

Η ΥΦΥΠΟΥΡΓΟΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ

Έχοντας υπόψη:

1. Τον ν. 1566/1985 «Δομή και λειτουργία της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης και άλλες διατάξεις» (Α' 167).

2. Την παρ. 1 του άρθρου 9 και την παρ. 2 του άρθρου 138 του ν. 4692/2020 «Αναβάθμιση του Σχολείου και άλλες διατάξεις» (Α' 111).

3. Το άρθρο 90 του Κώδικα νομοθεσίας για την Κυβέρνηση και τα κυβερνητικά όργανα (π.δ. 63/2005, Α' 98), το οποίο διατηρήθηκε σε ισχύ με την περ. 22 του άρθρου 119 του ν. 4622/2019 (Α' 133).

4. Το π.δ. 84/2019 «Σύσταση και κατάργηση Γενικών Γραμματειών και Ειδικών Γραμματειών/Ενιαίων Διοικητικών Τομέων Υπουργείων» (Α' 123).

5. Το π.δ. 77/2023 «Σύσταση Υπουργείου και μετονομασία - Σύσταση, κατάργηση και μετονομασία Γενικών και Ειδικών Γραμματειών-Μεταφορά αρμοδιοτήτων, υπηρεσιακών μονάδων, θέσεων προσωπικού και εποπτευόμενων φορέων» (Α' 130).

6. Το π.δ. 79/2023 «Διορισμός Υπουργών, Αναπληρωτών Υπουργών και Υφυπουργών» (Α' 131).

7. Την υπ' αρ. 80/05-01-2024 κοινή απόφαση του Πρωθυπουργού και του Υπουργού Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού «Ανάθεση αρμοδιοτήτων στην Υφυπουργό Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού, Ζωή Μακρή» (Β' 69).

8. Την υπ' αρ. 39/18-07-2024 πράξη του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής.

9. Το γεγονός ότι από την παρούσα απόφαση δεν προκαλείται δαπάνη, σύμφωνα με την υπό στοιχεία Φ.1/Γ/459/84937/Β1/24-07-2024 εισήγηση του άρθρου 24 του ν. 4270/2014 (Α' 143) της Γενικής Διεύθυνσης Οικονομικών Υπηρεσιών του Υπουργείου Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού, αποφασίζουμε:

Καθορίζουμε την εξεταστέα ύλη για τα μαθήματα των Α', Β' και Γ' τάξεων Γενικού Λυκείου που εξετάζονται γραπτώς στις προαγωγικές και απολυτήριες εξετάσεις για το σχολικό έτος 2024-2025 ως εξής:

Ι. ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ Α' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ, ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ Β' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ, ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α) ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ - Α' ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Για τη διδασκαλία του μαθήματος της Αρχαίας Ελληνικής Γλώσσας και Γραμματείας στην Α' τάξη του Ημερήσιου Γενικού Λυκείου, αξιοποιούνται:

- Το εγχειρίδιο της Α' Λυκείου Αρχαίοι Έλληνες Ιστοριογράφοι (Ξενοφών, Θουκυδίδης) των Κ. Διαλησμά, Α. Δρουκόπουλου, Ε. Κουτρουμπέλη, Γ. Χρυσάφη
- Το Βιβλίο Μαθητή Αρχαίοι Έλληνες Ιστοριογράφοι: Κείμενα με παράλληλες μεταφράσεις

Ως βιβλία αναφοράς αξιοποιούνται:

- Η Γραμματική της Αρχαίας Ελληνικής (Γυμνασίου - Λυκείου) του Μ. Οικονόμου
- Το Συντακτικό της Αρχαίας Ελληνικής (Α', Β', Γ' Λυκείου) του Α.Β. Μουμτζάκη

ΕΠΙΣΗΜΑΝΣΗ: Η διδασκαλία να ξεκινήσει από το κείμενο του Θουκυδίδη και να ακολουθήσει η διδασκαλία του κειμένου του Ξενοφώντα, για να υπάρχει ιστορική συνέχεια, ώστε να γίνονται κατανοητά τα γεγονότα από τους μαθητές και τις μαθήτριες.

Ως εξεταστέα ύλη ορίζεται η παρακάτω από το εγχειρίδιο Αρχαίοι Έλληνες Ιστοριογράφοι (Ξενοφών, Θουκυδίδης) των Κ. Διαλησμά, Α. Δρουκόπουλου, Ε. Κουτρουμπέλη, Γ. Χρυσάφη:

1. Εισαγωγή

α) Κεφάλαιο Β': Θουκυδίδης Ολόρου Αλιμούσιος (1. Η ζωή του - 2. Το έργο του. Ενδιαφέροντα και ιδέες - Μέθοδος - Η δομή του έργου. Ο χρόνος της σύνθεσής του - Γλώσσα και ύφος)

β) Κεφάλαιο Γ': Ξενοφών Γρύλλου Ερχιεύς (1. Η ζωή του - 2. Το έργο του. Ενδιαφέροντα και ιδέες).

2. Κείμενα

α) Θουκυδίδης, Ιστορίαι, Βιβλίο 3ο, με βασικό θεματικό πυρήνα:

Ισχύς και δίκαιο, η «ηθική» του πολέμου

ΕΝΟΤΗΤΕΣ
Κεφάλαιο 70 (μόνο από μετάφραση)
Κεφάλαια 71-73
Κεφάλαιο 74
Κεφάλαιο 75
Κεφάλαιο 78 (μόνο από μετάφραση)
Κεφάλαιο 81
Κεφάλαια 82-83 (μόνο από μετάφραση)

β) Ξενοφών, Ελληνικά, Βιβλίο 2ο, με βασικό θεματικό πυρήνα:

Στρατιωτική υπεροχή και πολιτική κυριαρχία

ΕΝΟΤΗΤΕΣ
Κεφάλαιο 1. § 16-32 (μόνο από μετάφραση)
Κεφάλαιο 2. § 1-4
Κεφάλαιο 2. § 16-23
Κεφάλαιο 3. § 11-16 (μόνο από μετάφραση)
Κεφάλαιο 3. § 50-56
Κεφάλαιο 4. § 1-17 (μόνο από μετάφραση)
Κεφάλαιο 4. § 18-23

Στην Α’ Λυκείου οι μαθητές και οι μαθήτριες θα προσεγγίσουν και θα εμβαθύνουν, στο πλαίσιο της δομολειτουργικής προσέγγισης των πρωτότυπων κειμένων και σε άμεσο συσχετισμό με αυτά (κειμενοκεντρική προσέγγιση), στα εξής γραμματικά και συντακτικά φαινόμενα:

α) Γραμματικά φαινόμενα

- Φωνηεντόληκτα ουσιαστικά Γ’ κλίσης (μονόθεμα)
- Φωνηεντόληκτα ουσιαστικά Γ’ κλίσης (διπλόθεμα)
- Υγρόληκτα ουσιαστικά Γ’ κλίσης (διπλόθεμα)
- Ανώμαλα ουσιαστικά
- Επίθετα Γ’ κλίσης (φωνηεντόληκτα, αφωνόληκτα και ενρινόληκτα). Κλίση μετοχών
- Ανώμαλα παραθετικά επιθέτων και επιρρημάτων
- Αντωνυμίες κτητικές
- Κλίση συνηρημένων ρημάτων σε -άω, -έω και -όω. Σχηματισμός των άλλων χρόνων
- Αόριστος Β’
- Παθητικός Μέλλοντας Α’ και Παθητικός Αόριστος Α’
- Ρήματα υγρόληκτα και ενρινόληκτα. Σχηματισμός Μέλλοντα και Αορίστου
- Σχηματισμός Μέλλοντα των σε -ίζω ρημάτων
- Σχηματισμός συντελικών χρόνων αφωνόληκτων ρημάτων.

β) Συντακτικά φαινόμενα

- Κατηγορούμενο. Γενική κατηγορηματική. Επιρρηματικό και προληπτικό κατηγορούμενο
- Αντικείμενο άμεσο και έμμεσο. Σύστοιχο αντικείμενο. Κατηγορούμενο του αντικειμένου
- Απαρέμφατο έναρθρο και άναρθρο. Απρόσωπη σύνταξη
- Μετοχές: κατηγορηματική και επιρρηματική. Συνημμένη και απόλυτη
- Β’ όρος σύγκρισης
- Ομοιόπτωτοι - Ετερόπτωτοι ονοματικοί προσδιορισμοί
- Επιρρηματικοί προσδιορισμοί (εμπρόθετοι, πλάγιες πτώσεις)
- Παρατακτική - Υποτακτική σύνδεση
- Δευτερεύουσες ονοματικές προτάσεις (είδος, εκφορά, λειτουργία)
- Δευτερεύουσες επιρρηματικές προτάσεις (είδος)
- Υποθετικοί λόγοι (εντοπισμός υπόθεσης - απόδοσης).

Β) ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ - Α’ ΤΑΞΗ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Για τη διδασκαλία του μαθήματος της Αρχαίας Ελληνικής Γλώσσας και Γραμματείας στην Α’ τάξη του Εσπερινού Γενικού Λυκείου, αξιοποιούνται:

- Το εγχειρίδιο της Α’ Λυκείου Αρχαίοι Έλληνες Ιστοριογράφοι (Ξενοφών, Θουκυδίδης) των Κ. Διαλησμά, Α. Δρουκόπουλου, Ε. Κουτρουμπέλη, Γ. Χρυσάφη
- Το Βιβλίο Μαθητή Αρχαίοι Έλληνες Ιστοριογράφοι: Κείμενα με παράλληλες μεταφράσεις

Ως βιβλία αναφοράς αξιοποιούνται:

- Η Γραμματική της Αρχαίας Ελληνικής (Γυμνασίου-Λυκείου) του Μ. Οικονόμου
- Το Συντακτικό της Αρχαίας Ελληνικής (Α’, Β’, Γ’ Λυκείου) του Α.Β. Μουμτζάκη

ΕΠΙΣΗΜΑΝΣΗ: Η διδασκαλία να ξεκινήσει από το κείμενο του Θουκυδίδη και να ακολουθήσει η διδασκαλία του κειμένου του Ξενοφώντα, για να υπάρχει ιστορική συνέχεια, έτσι ώστε να γίνονται κατανοητά τα γεγονότα από τους μαθητές και τις μαθήτριες.

Ως εξεταστέα ύλη ορίζεται η παρακάτω από το εγχειρίδιο Αρχαίοι Έλληνες Ιστοριογράφοι (Ξενοφών, Θουκυδίδης) των Κ. Διαλησμά, Α. Δρουκόπουλου, Ε. Κουτρουμπέλη, Γ. Χρυσάφη:

1. Εισαγωγή

α) Κεφάλαιο Β’: Θουκυδίδης Ολόρου Αλιμούσιος (1. Η ζωή του - 2. Το έργο του. Ενδιαφέροντα και ιδέες - Μέθοδος - Η δομή του έργου. Ο χρόνος της σύνθεσής του - Γλώσσα και ύφος)

β) Κεφάλαιο Γ’: Ξενοφών Γρύλλου Ερχιεύς (1. Η ζωή του - 2. Το έργο του. Ενδιαφέροντα και ιδέες).

2. Κείμενα

α) Θουκυδίδης, Ιστορίαι, Βιβλίο 3ο, με βασικό θεματικό πυρήνα:

Ισχύς και δίκαιο, η «ηθική» του πολέμου

ΕΝΟΤΗΤΕΣ
Κεφάλαιο 70 (μόνο από μετάφραση)
Κεφάλαια 71-73
Κεφάλαιο 81

β) Ξενοφών, Ελληνικά, Βιβλίο 2ο, με βασικό θεματικό πυρήνα:
Στρατιωτική υπεροχή και πολιτική κυριαρχία

ΕΝΟΤΗΤΕΣ
Κεφάλαιο 1. § 16-32 (μόνο από μετάφραση)
Κεφάλαιο 2. § 1-4
Κεφάλαιο 2. § 16-23
Κεφάλαιο 3. § 11-16 (μόνο από μετάφραση)
Κεφάλαιο 3. § 50-56

Στην Α’ Λυκείου οι μαθητές και οι μαθήτριες θα προσεγγίσουν και θα εμβαθύνουν, στο πλαίσιο της δομολειτουργικής προσέγγισης των πρωτότυπων κειμένων και σε άμεσο συσχετισμό με αυτά (κειμενοκεντρική προσέγγιση), στα εξής γραμματικά και συντακτικά φαινόμενα:
α) Γραμματικά φαινόμενα
- Φωνηεντόληκτα ουσιαστικά Γ’ κλίσης (μονόθεμα)
- Φωνηεντόληκτα ουσιαστικά Γ’ κλίσης (διπλόθεμα)
- Υγρόληκτα ουσιαστικά Γ’ κλίσης (διπλόθεμα)
- Ανώμαλα ουσιαστικά
- Επίθετα Γ’ κλίσης (φωνηεντόληκτα, αφωνόληκτα και ενρινόληκτα). Κλίση μετοχών
- Ανώμαλα παραθετικά επιθέτων και επιρρημάτων
- Αντωνυμίες κτητικές
- Κλίση συνηρημένων ρημάτων σε -άω, -έω και -όω. Σχηματισμός των άλλων χρόνων
- Αόριστος Β’
- Παθητικός Μέλλοντας Α και Παθητικός Αόριστος Α’
- Ρήματα υγρόληκτα και ενρινόληκτα. Σχηματισμός Μέλλοντα και Αορίστου
- Σχηματισμός Μέλλοντα των σε -ίζω ρημάτων
- Σχηματισμός συντελικών χρόνων αφωνόληκτων ρημάτων.

β) Συντακτικά φαινόμενα
- Κατηγορούμενο. Γενική κατηγορηματική. Επιρρηματικό και προληπτικό κατηγορούμενο
- Αντικείμενο άμεσο και έμμεσο. Σύστοιχο αντικείμενο. Κατηγορούμενο του αντικειμένου
- Απαρέμφατο έναρθρο και άναρθρο. Απρόσωπη σύνταξη
- Μετοχές: κατηγορηματική και επιρρηματική. Συνημμένη και απόλυτη
- Β’ όρος σύγκρισης
- Ομοιόπτωτοι - Ετερόπτωτοι ονοματικοί προσδιορισμοί
- Επιρρηματικοί προσδιορισμοί (εμπρόθετοι, πλάγιες πτώσεις)
- Παρατακτική - Υποτακτική σύνδεση
- Δευτερεύουσες ονοματικές προτάσεις (είδος, εκφορά, λειτουργία)
- Δευτερεύουσες επιρρηματικές προτάσεις (είδος)
- Υποθετικοί λόγοι (εντοπισμός υπόθεσης - απόδοσης).

Γ) ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ - Β’ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Για τη διδασκαλία του μαθήματος της Αρχαίας Ελληνικής Γλώσσας και Γραμματείας στη Β’ τάξη του Ημερήσιου και Εσπερινού Γενικού Λυκείου (Ομάδα Προσανατολισμού) θα χρησιμοποιηθούν:
- Ρητορικά Κείμενα Β’ Λυκείου των Κ. Δάλκου, Χ. Δάλκου, Γ. Μανουσόπουλου κ.ά.

Ως βιβλία αναφοράς αξιοποιούνται:
- Συντακτικό της Αρχαίας Ελληνικής (Α’ , Β’, Γ’ Λυκείου) του Α.Β. Μουμτζάκη,
- Γραμματική της Αρχαίας Ελληνικής (Γυμνασίου - Λυκείου) του Μ. Οικονόμου.

Ως εξεταστέα ύλη ορίζεται:
Ι. Από το βιβλίο Ρητορικά Κείμενα Β’ Λυκείου των Κ. Δάλκου, Χ. Δάλκου, Γ. Μανουσόπουλου κ.ά.:
α) Εισαγωγή: 1. Η ρητορική στην Αρχαία Ελλάδα: Α’. Η φυσική ρητορεία - Β’. Η γέννηση της συστηματικής ρητορείας - Γ’. Ρητορεία και σοφιστική - Ε’. Τα είδη του αττικού ρητορικού λόγου - ΣΤ’. Τα μέρη του ρητορικού λόγου. 2. Ο Βίος του Λυσία - Το έργο του Λυσία - Η αξία του έργου. 3. Λυσίου Υπέρ Μαντιθέου. Εισαγωγή.
β) Κείμενο: Λυσίου Υπέρ Μαντιθέου. Ολόκληρος ο λόγος, πλην των παραγράφων 14-17.
ΙΙ. Αδίδακτο κείμενο
1. ΚΕΙΜΕΝΟ
Αδίδακτο πεζό κείμενο αρχαίων Ελλήνων συγγραφέων της αττικής διαλέκτου.
2. ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΗ - ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟ
Τα γραμματικά και συντακτικά φαινόμενα που περιλαμβάνονται στην εξεταστέα ύλη του μαθήματος της Αρχαίας Ελληνικής Γλώσσας και Γραμματείας της Α’ τάξης Ημερήσιου και Εσπερινού Γενικού Λυκείου.

Δ) ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ - Γ’ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Όπως καθορίζεται στην υπό στοιχεία 82871/Δ2/19-07-2024 (Β’ 4289) υπουργική απόφαση.

ΙΙ. ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ ΚΑΙ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ Α’, Β’ ΚΑΙ Γ’ ΤΑΞΕΩΝ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α) ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ ΚΑΙ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ - Α’ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ι. ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ
ΒΙΒΛΙΑ:
- Έκφραση - Έκθεση (τ. Α’) των Κ. Αδαλόγλου, Α. Αυδή, Ε. Λόππα, Δ. Τάνη, Χ. Λ. Τσολάκη
- Θεματικοί Κύκλοι (Έκφραση - Έκθεση) των Γ. Μανωλίδη, Θ. Μπεχλιβάνη, Φ. Φλωρού
- Γλωσσικές Ασκήσεις των Γ.Β. Κανδήρου, Δ.Ε. Πασχαλίδη, Σ.Ν. Ρίζου
- Γραμματική Νέας Ελληνικής Γλώσσας των Σ. Χατζησαββίδη, Α. Χατζησαββίδου

Ως εξεταστέα ύλη Ημερήσιου και Εσπερινού Γενικού Λυκείου ορίζονται δραστηριότητες με τις οποίες υπηρετείται και ελέγχεται η επίτευξη των σκοπών και των προσδοκώμενων αποτελεσμάτων της διδασκαλίας του μαθήματος.

Οι μαθητές και οι μαθήτριες πρέπει να είναι σε θέση να ανταποκρίνονται σε δραστηριότητες και να απαντούν σε ερωτήματα/ερωτήσεις που απορρέουν από κείμενα που αναφέρονται σε κάποια ή κάποιες από τις θεματικές ενότητες, όπως αυτές ορίζονται στο Πρόγραμμα Σπουδών.

Πιο συγκεκριμένα οι μαθητές και οι μαθήτριες καλούνται:

α) Να κατανοούν, να ερμηνεύουν και να προσεγγίζουν κριτικά τα κείμενα με στόχο τη διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο αναπαριστώνται ιδέες, αντιλήψεις, προκαταλήψεις για τον άνθρωπο, την κοινωνία και τον κόσμο

β) Να προσεγγίζουν τη δομή και τη γλώσσα των κειμένων και τα κειμενικά τους χαρακτηριστικά, καθώς και τη σχέση που έχει η γλώσσα και η οργάνωση των κειμένων με την περίσταση και τον σκοπό της επικοινωνίας

γ) Να παράγουν κείμενα, με βάση κείμενα αναφοράς, με στόχο:

- Τον μετασχηματισμό των γλωσσικών και νοηματικών δομών (σημασιών) των κειμένων
- Τη συνοπτική νοηματική απόδοση μέρους των κειμένων ή των απόψεων που διατυπώνονται για κάποιο ζήτημα
- Τη διατύπωση και έκφραση δικών τους απόψεων, σε επικοινωνιακό πλαίσιο, σχετικά με συγκεκριμένα ερωτήματα/θέματα/απόψεις που τίθενται στα κείμενα αναφοράς.

Τα κείμενα σχετίζονται νοηματικά με τις εξής θεματικές ενότητες:

- Γλώσσα, γλωσσική ποικιλία, οπτική γωνία, δημιουργικότητα της γλώσσας
- Γλωσσομάθεια
- Αναλφαβητισμός
- Διάλογος
- Εφηβεία
- Αγάπη και έρωτας
- Ενδυμασία και μόδα
- Γηρατειά και νεότητα
- Το κωμικό και η σημασία του γέλιου.

ΙΙ. ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ

ΒΙΒΛΙΑ:

- Κείμενα Νεοελληνικής Λογοτεχνίας (τ. Α’) των Ν. Γρηγοριάδη, Δ. Καρβέλη, Χ. Μηλιώνη, Κ. Μπαλάσκα, Γ. Παγανού, Γ. Παπακώστα
- Λεξικό Λογοτεχνικών Όρων των Ι. Παρίση, Ν. Παρίση

Ως εξεταστέα ύλη Ημερήσιου και Εσπερινού Γενικού Λυκείου ορίζονται δραστηριότητες με τις οποίες υπηρετείται και ελέγχεται η επίτευξη των σκοπών και των προσδοκώμενων αποτελεσμάτων της διδασκαλίας του μαθήματος.

Οι μαθητές/τριες αναμένεται να είναι σε θέση:

α) Να προσεγγίζουν τους χαρακτήρες με βάση τα δεδομένα του κειμένου (όνομα, εξωτερική εμφάνιση, ενέργειες, σχέσεις με άλλα πρόσωπα, δικά τους λόγια και σκέψεις, λόγια και σκέψεις άλλων προσώπων για αυτούς και στάση του αφηγητή), με σκοπό να εντοπίζουν χαρακτηριστικά τους στοιχεία που φωτίζουν τη δράση τους.

β) Να αναγνωρίζουν τους ποικίλους ποιητικούς υπαινιγμούς (στην περίπτωση ποιητικού κειμένου) μέσα από τον συνδυασμό συμβόλων, σχημάτων λόγου και κειμενικών δεικτών εν γένει, με σκοπό να εμπλουτίζουν την κατανόησή τους.

γ) Να περιγράφουν τη συναισθηματική διάθεση του ποιητικού υποκειμένου στηριζόμενοι στα σύμβολα και τις γλωσσικές επιλογές (ρηματικά πρόσωπα, χρόνοι, εγκλίσεις των ρημάτων, στίξη).

δ) Να εντοπίζουν μέσα στο κείμενο στοιχεία του λόγου των προσώπων, γλωσσικές επιλογές και να αναγνωρίζουν το πώς αυτά παράγουν νόημα.

ε) Να αξιοποιούν στις ερμηνευτικές τους απόπειρες κειμενικά στοιχεία και επιλογές μορφολογικού χαρακτήρα, με σκοπό να τεκμηριώνουν τις θέσεις και τις ανταποκρίσεις τους.

Θεματικές ενότητες που εξετάζονται στην Α’ τάξη είναι «Τα φύλα στη λογοτεχνία», «Παράδοση και μοντερνισμός στη νεοελληνική ποίηση».

Β) ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ ΚΑΙ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ - Β’ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ι. ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ

ΒΙΒΛΙΑ:

- Έκφραση - Έκθεση (τ. Β’) των Κ. Αδαλόγλου, Α. Αυδή, Ε. Λόππα, Δ. Τάνη, Χ. Λ. Τσολάκη
- Θεματικοί Κύκλοι (Έκφραση - Έκθεση) των Γ. Μανωλίδη, Θ. Μπεχλιβάνη, Φ. Φλωρού
- Γλωσσικές Ασκήσεις των Γ.Β. Κανδήρου, Δ.Ε. Πασχαλίδη, Σ.Ν. Ρίζου
- Γραμματική Νέας Ελληνικής Γλώσσας των Σ. Χατζησαββίδη, Α. Χατζησαββίδου

Ως εξεταστέα ύλη Ημερήσιου και Εσπερινού Γενικού Λυκείου ορίζονται δραστηριότητες με τις οποίες υπηρετείται και ελέγχεται η επίτευξη των σκοπών και των προσδοκώμενων αποτελεσμάτων της διδασκαλίας του μαθήματος.

Οι μαθητές και οι μαθήτριες πρέπει να είναι σε θέση να ανταποκρίνονται σε δραστηριότητες και να απαντούν σε ερωτήματα/ερωτήσεις που απορρέουν από κείμενα που αναφέρονται σε κάποια ή κάποιες από τις θεματικές ενότητες, όπως αυτές ορίζονται στο Πρόγραμμα Σπουδών.

Πιο συγκεκριμένα οι μαθητές και οι μαθήτριες καλούνται:

α) Να κατανοούν, να ερμηνεύουν και να προσεγγίζουν κριτικά τα κείμενα με στόχο τη διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο αναπαριστώνται ιδέες, αντιλήψεις, προκαταλήψεις για τον άνθρωπο, την κοινωνία και τον κόσμο.

β) Να προσεγγίζουν τη δομή και τη γλώσσα των κειμένων και τα κειμενικά τους χαρακτηριστικά, καθώς και τη σχέση που έχει η γλώσσα και η οργάνωση των κειμένων με την περίσταση και τον σκοπό της επικοινωνίας.

γ) Να παράγουν κείμενα, με βάση κείμενα αναφοράς, με στόχο:

- Τον μετασχηματισμό των γλωσσικών και νοηματικών δομών (σημασιών) των κειμένων
- Τη συνοπτική νοηματική απόδοση μέρους των κειμένων ή των απόψεων που διατυπώνονται για κάποιο ζήτημα
- Τη διατύπωση και έκφραση δικών τους απόψεων, σε επικοινωνιακό πλαίσιο, σχετικά με συγκεκριμένα ερωτήματα/θέματα/απόψεις που τίθενται στα κείμενα αναφοράς.

Τα κείμενα σχετίζονται νοηματικά με τις εξής θεματικές ενότητες:

- Πληροφόρηση
- Δημοσιογραφία
- Τύπος
- ΜΜΕ
- Εργασία
- Επιλογή επαγγέλματος
- Στερεοτυπικές αντιλήψεις
- Φυλετικός και κοινωνικός ρατσισμός

ΙΙ. ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ

ΒΙΒΛΙΑ:

- Κείμενα Νεοελληνικής Λογοτεχνίας (τ. Β’) των Ν. Γρηγοριάδη, Δ. Καρβέλη, Χ. Μηλιώνη, Κ. Μπαλάσκα, Γ. Παγανού, Γ. Παπακώστα
- Λεξικό Λογοτεχνικών Όρων των Ι. Παρίση, Ν. Παρίση

Ως εξεταστέα ύλη Ημερήσιου και Εσπερινού Γενικού Λυκείου ορίζονται δραστηριότητες με τις οποίες υπηρετείται και ελέγχεται η επίτευξη των σκοπών και των προσδοκώμενων αποτελεσμάτων της διδασκαλίας του μαθήματος.

Οι μαθητές/τριες αναμένεται να είναι σε θέση:

α) Να προσεγγίζουν τους χαρακτήρες με βάση τα δεδομένα του κειμένου (όνομα, εξωτερική εμφάνιση, ενέργειες, σχέσεις με άλλα πρόσωπα, δικά τους λόγια και σκέψεις, λόγια και σκέψεις άλλων προσώπων για αυτούς και στάση του αφηγητή), με σκοπό να εντοπίζουν χαρακτηριστικά τους στοιχεία που φωτίζουν τη δράση τους.

β) Να αναγνωρίζουν στα κείμενα τον συνδυασμό συμβόλων, σχημάτων λόγου και κειμενικών δεικτών εν γένει, με σκοπό να εμπλουτίζουν την κατανόησή τους.

γ) Να εντοπίζουν μέσα στο κείμενο στοιχεία του λόγου των προσώπων, γλωσσικές επιλογές (ρηματικά πρόσωπα, χρόνοι, εγκλίσεις των ρημάτων, στίξη) και να αναγνωρίζουν το πώς αυτά παράγουν νόημα.

δ) Να αξιοποιούν στις ερμηνευτικές τους απόπειρες κειμενικά στοιχεία και επιλογές μορφολογικού χαρακτήρα, με σκοπό να τεκμηριώνουν τις θέσεις και τις ανταποκρίσεις τους.

Γ) ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΛΩΣΣΑ ΚΑΙ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ - Γ’ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Όπως καθορίζεται στην υπό στοιχεία 82871/Δ2/19-07-2024 (Β’ 4289) υπουργική απόφαση.

ΙΙΙ. ΛΑΤΙΝΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ Β’ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ και ΛΑΤΙΝΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ Γ’ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α) ΛΑΤΙΝΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ - Β’ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΑ:

- Λατινικά τ. Α’ των Μ. Πασχάλη, Γ. Σαββαντίδη (Εισαγωγή: Δ. Ζ. Νικήτας - Β. Βαϊόπουλος) και το βιβλίο αναφοράς:
- Λατινική Γραμματική του Α. Τζάρτζανου

Ως εξεταστέα ύλη του μαθήματος των Λατινικών της Β’ τάξης του Ημερήσιου και του Εσπερινού Γενικού Λυκείου, Ομάδας Προσανατολισμού Ανθρωπιστικών Σπουδών ορίζεται η παρακάτω ύλη από το εγχειρίδιο Λατινικά τ. Α’ των Μ. Πασχάλη, Γ. Σαββαντίδη (Εισαγωγή: Δ. Ζ. Νικήτας - Β. Βαϊόπουλος):

1. Εισαγωγή

Λατινική Γλώσσα και Λογοτεχνία: Η λατινική γλώσσα, Η γένεση της ρωμαϊκής λογοτεχνίας, Εποχές της ρωμαϊκής λογοτεχνίας, Γενικά χαρακτηριστικά της ρωμαϊκής λογοτεχνίας, Η εξέλιξη της ρωμαϊκής λογοτεχνίας: Προκλασική εποχή (απαρχές - περ. 100 π.Χ.), Κλασική εποχή (περ. 100 π.Χ.- 14 μ.Χ.).

2. Κείμενο

Ενότητες I-XV.

3. Λατινικές φράσεις που είναι σε χρήση στον νεοελληνικό λόγο

- A.C. (ante Christum) προ Χριστού (π.Χ.)
- A.D. Anno Domini (κατά λέξη: έτος Κυρίου) μετά Χριστόν (μ.Χ.)
- ad hominem (argumentum) επιχείρημα που απευθύνεται επιθετικά εναντίον του προσώπου και όχι εναντίον της θέσης που το πρόσωπο αυτό εκφράζει, η προσωπική επίθεση, η απάντηση/επίθεση στο πρόσωπο που εξέφρασε μια άποψη με την οποία διαφωνούμε, αντί η απάντηση να αφορά την άποψη αυτή
- ad populum (argumentum) επιχείρημα που αποτελεί μια ψευδή θέση αλλά αντλεί τη βαρύτητά του από την ευρεία απήχηση της θέσης αυτής
- altera pars η άλλη πλευρά, η άλλη άποψη
- alter ego το άλλο Εγώ, το δεύτερο Εγώ, το πρόσωπο με το οποίο ταυτίζεται κανείς, το συμπλήρωμά του, ο άλλος του εαυτός
- A.M. (Ante Meridiem) προ μεσημβρίας (π.μ.)
- a posteriori εκ των υστέρων
- a priori εκ των προτέρων
- ca., cir., circ. (circa) περί, περίπου
- carpe diem εκμεταλλεύσου τη μέρα (Οράτιος, Ωδ. 1.11.8)
- casus belli κατά λέξη: περίπτωση πολέμου. Συχνότερα χρησιμοποιείται με την έννοια «αιτία πολέμου»
- Curriculum Vitae, CV (κατά λέξη: η πορεία του βίου), το βιογραφικό σημείωμα
- de facto εκ των πραγμάτων, αυτό που προκύπτει από τα πράγματα, από την πραγματικότητα, στην πράξη. Πολιτικός και διπλωματικός όρος που δηλώνει ότι πράξη, ενέργεια, κατάσταση, κ.λπ., που προέκυψε από την εξέλιξη των γεγονότων, αναγνωρίζεται ως πραγματική, παρόλο που η νομιμότητά της αμφισβητείται ή δεν έχει ακόμη οριστικοποιηθεί
- de jure εκ του δικαίου, εκ του νόμου, νομίμως, αυτό που προκύπτει από την εφαρμογή του δικαίου, νομικά
- erga omnes έναντι όλων
- et alii, et al. και άλλοι, και άλλα, κ.ά.
- et cetera, etc. και λοιπά, κ.λπ.
- ex cathedra «από καθέδρας». Λέγεται για ομιλητή που εκφράζεται με ύφος αυθεντίας ή από θέση που του δίνει το δικαίωμα να θεωρείται αυθεντία
- exempli gratia, e.g. παραδείγματος χάριν (π.χ.)
- ex officio αυτό που προκύπτει από τη θέση καθήκοντος κάποιου, από τη θέση κάποιου, από το αξίωμα κάποιου
- in medias res στο μέσο της υπόθεσης ή της πλοκής
- in memoriam εις μνήμην, στη μνήμη κάποιου
- lapsus linguae γλωσσικό λάθος, λάθος εκ παραδρομής στην ομιλία

- lapsus calami λάθος της γραφίδας, λάθος εκ παραδρομής στον γραπτό λόγο
- mea culpa λάθος μου
- memorandum μνημόνιο, υπόμνημα
- modus operandi (M.O.) τρόπος ενέργειας
- modus vivendi τρόπος ζωής
- moratorium καθυστέρηση
- mutatis mutandis τηρουμένων των αναλογιών, μετά τις απαραίτητες αλλαγές
- passim σποράδην, σποραδικά, εδώ κι εκεί, σε διάφορα σημεία του κειμένου
- persona grata πρόσωπο επιθυμητό, ευπρόσδεκτο
- persona non grata πρόσωπο ανεπιθύμητο
- placebo (κατά λέξη: θα προσφέρω ευχαρίστηση, ικανοποίηση) φάρμακο που χορηγείται στον ασθενή για ψυχολογική του στήριξη παρά για τη θεραπεία της αρρώστιας του
- P.M. (Post Meridiem) μετά μεσημβρίαν (μ.μ.)
- primus inter pares πρώτος μεταξύ ίσων
- prima facie εκ πρώτης όψεως
- scripta manent τα γραπτά μένουν
- (sic) έτσι ακριβώς (γραμμένο, διατυπωμένο κ.λπ.). Βρίσκεται πάντα σε παρένθεση και δίνει έμφαση σε ένα στοιχείο του λόγου που πρέπει να προσέξει ο αναγνώστης, επειδή αυτό είναι εσφαλμένο, παράδοξο ή αδόκιμο
- sine qua non (συχνά μαζί με τις λέξεις conditio, causa) (κατάσταση, αιτία) εκ των ων ουκ άνευ, αναγκαία προϋπόθεση
- s.o.s. (si opus sit) αν χρειάζεται, αν υπάρχει ανάγκη
- status quo (κατά λέξη: η κατάσταση στην οποία…) η ισχύουσα κατάσταση
- sui generis (κατά λέξη: του δικού του γένους) ιδιόμορφος, ιδιότυπος. Λέγεται συνήθως ως χαρακτηρισμός προσώπων ή καταστάσεων που έχουν κάτι το ιδιαίτερο, ιδιότητα χαρακτηριστική των ίδιων και μόνο
- tabula rasa (κατά λέξη: άγραφη πλάκα, αποξεσμένος, σβησμένος πίνακας). Λέγεται για τον νου, που θεωρείται ως κάτι άγραφο, κενό, πριν γεμίσει με εντυπώσεις, γνώσεις, εμπειρίες
- terra incognita άγνωστη γη, άγνωστος τόπος, άγνωστο θέμα, αντικείμενο
- urbi et orbi στην πόλη και στην οικουμένη, στην πόλη και σε ολόκληρο τον κόσμο, δηλαδή παντού
- verbatim κατά λέξη, ακριβώς
- vs. (versus) εναντίον (κάποιου)

Β) ΛΑΤΙΝΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ - Γ΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Όπως καθορίζεται στην υπό στοιχεία 82871/Δ2/19-07-2024 (Β΄ 4289) υπουργική απόφαση.

IV. ΙΣΤΟΡΙΑ Α΄, Β΄ ΚΑΙ Γ΄ ΤΑΞΕΩΝ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ και ΙΣΤΟΡΙΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α) ΙΣΤΟΡΙΑ - Α΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: Α. Μαστραπά, Ιστορία του Αρχαίου Κόσμου: Από τους προϊστορικούς πολιτισμούς της Ανατολής έως την εποχή του Ιουστινιανού, ΙΤΥΕ - «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

I. ΟΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΙ ΤΗΣ ΕΓΓΥΣ ΑΝΑΤΟΛΗΣ

2. Η Αίγυπτος [Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη]

2.2 Οικονομική, κοινωνική και πολιτική οργάνωση, 2.4 Ο πολιτισμός

II. ΟΙ ΑΡΧΑΙΟΙ ΕΛΛΗΝΕΣ

1.2. Ο Μυκηναϊκός πολιτισμός

2. Η αρχαία Ελλάδα (από το 1100 ως το 323 π.Χ.) (Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη)

2.1. Ομηρική εποχή (1100-750 π.Χ.) [εκτός από την υποενότητα Οι μετακινήσεις (11ος-9ος αι. π.Χ.)], Ο πρώτος ελληνικός αποικισμός, Οικονομική, κοινωνική και πολιτική οργάνωση, Ο πολιτισμός

2.2. Αρχαϊκή εποχή (750-480 π.Χ.) (εκτός από τις υποενότητες: Η σημασία του θεσμού της πόλης - κράτους, Η οικονομική και κοινωνική οργάνωση)

2.3. Κλασική εποχή (480-323 π.Χ.). Οι υποενότητες: Η συμμαχία της Δήλου - Αθηναϊκή ηγεμονία, Η εποχή του Περικλή, Ο Πελοποννησιακός πόλεμος (431-404 π.Χ.), Η κρίση της πόλης-κράτους, Η πανελλήνια ιδέα, Ο Φίλιππος Β΄ και η ένωση των Ελλήνων, Το έργο του Μ. Αλεξάνδρου, Ο πολιτισμός (Από: «Τον 5ο και 4ο αι. π.Χ. η ανάπτυξη των γραμμάτων … Το υψηλό επίπεδο έμπνευσης και δημιουργίας είχε τον αντίκτυπό του σε όλες τις μορφές της τέχνης.»)

III. ΕΛΛΗΝΙΣΤΙΚΟΙ ΧΡΟΝΟΙ

1.2. Τα χαρακτηριστικά του Ελληνιστικού κόσμου (Οι υποενότητες Τα βασίλεια της Ανατολής, Τα βασίλεια του Ελλαδικού χώρου, Οι πόλεις - κράτη, Οι συμπολιτείες δεν συμπεριλαμβάνονται στην εξεταστέα ύλη)

2. Ο ελληνιστικός πολιτισμός (Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη)

2.1 Τα ελληνιστικά πνευματικά κέντρα

2.2 Η γλώσσα

IV. Ο ΕΛΛΗΝΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΥΣΗΣ. ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΙ ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΕΣΟΓΕΙΟΥ ΚΑΙ ΡΩΜΗ

3.3 Η ίδρυση της Ρώμης και η οργάνωσή της

3.4 Η συγκρότηση της Ρωμαϊκής πολιτείας - Res publica

V. ΟΙ ΜΕΓΑΛΕΣ ΚΑΤΑΚΤΗΣΕΙΣ

2.2 Οι μεταρρυθμιστικές προσπάθειες: μόνο η υποενότητα Τιβέριος και Γάιος Γράκχος

VI. Η ΡΩΜΑΪΚΗ ΑΥΤΟΚΡΑΤΟΡΙΑ (1ος αι. π.Χ.-3ος αι. μ.Χ.)

1. Η περίοδος της ακμής (27 π.Χ.-193 μ.Χ.) (Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη)

1.1 Η εποχή του Αυγούστου (27 π.Χ.-14 μ.Χ.): οι υποενότητες Η ισχυροποίηση της κεντρικής εξουσίας, Το πολίτευμα και οι στρατιωτικές μεταρρυθμίσεις

1.2 Οι διάδοχοι του Αυγούστου (14-193 μ.Χ.) (Από: «Το ρωμαϊκό κράτος από το θάνατο του Αυγούστου… και ο Γάιος, ενώ άλλοι αργότερα, τον 4ο αι. μ.Χ.»)

2. Η κρίση της αυτοκρατορίας τον 3ο αι. μ.Χ.: μόνο το εισαγωγικό σημείωμα.

VII. Η ΥΣΤΕΡΗ ΑΡΧΑΙΟΤΗΤΑ (4ος-6ος αι. μ.Χ.)

1. Η μετεξέλιξη του Ρωμαϊκού κράτους (4ος-5ος αι. μ.Χ.) (Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη)

1.1 Ο Διοκλητιανός και η αναδιοργάνωση της αυτοκρατορίας

1.2 Μ. Κωνσταντίνος: Εκχριστιανισμός και ισχυροποίηση της ρωμαϊκής Ανατολής

1.4 Ο εξελληνισμός του Ανατολικού Ρωμαϊκού κράτους (Από: «Ο Μ. Θεοδόσιος πριν πεθάνει χώρισε για άλλη μια φορά την αυτοκρατορία … στη βυζαντινή του μορφή, στηριγμένο στον Ελληνισμό.»)

2.2 Η ελληνοχριστιανική οικουμένη

Β) ΙΣΤΟΡΙΑ - Β’ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: Ιωάννη Δημητρούκα, Θουκυδίδη Ιωάννου, Κώστα Μπαρούτα, Ιστορία του Μεσαιωνικού και του Νεότερου Κόσμου 565-1815, ΙΤΥΕ - «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Κεφάλαιο 1. Από το θάνατο του Ιουστινιανού ως την αποκατάσταση των εικόνων και τη συνθήκη του Βερντέν (565-843) [Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη]

2β. Εσωτερική αναδιοργάνωση

2γ. Εξελληνισμός του κράτους

3. Η εμφάνιση του Ισλάμ

5. Η Εικονομαχία

7α. Σκλαβηνίες

8β. Οι Καρολίδες και η ακμή της φραγκικής δύναμης

8γ. Το πρόβλημα των δύο αυτοκρατοριών

Κεφάλαιο 2. Η εποχή της ακμής: Από τον τερματισμό της Εικονομαχίας ως το Σχίσμα των Δύο Εκκλησιών (843-1054) [Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη]

1. Προοίμιο της ακμής του Βυζαντινού Κράτους (843-867)

3. Κοινωνία

5α. Η βυζαντινή διπλωματία

5στ. Το Σχίσμα μεταξύ των δύο Εκκλησιών

7. Οικονομία και κοινωνία στη Δυτική Ευρώπη. Το σύστημα της φεουδαρχίας

Κεφάλαιο 3. Από το Σχίσμα των Δύο Εκκλησιών ως την Άλωση της Κωνσταντινούπολης από τους Σταυροφόρους (1054-1204) (Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη)

5. Οικονομικές μεταβολές στη Δυτική Ευρώπη

7α. Οι αιτίες

7δ. Η Τέταρτη Σταυροφορία

7ε. Η άλωση της Κωνσταντινούπολης από τους Σταυροφόρους

Κεφάλαιο 4. Η λατινοκρατία και η παλαιολόγεια εποχή (1204-1453). Ο Ύστερος Μεσαίωνας στη Δύση (Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη)

2. Τα Ελληνικά κράτη: Τραπεζούς, Ήπειρος, Νίκαια

6. Οι Οθωμανοί και η ραγδαία προέλασή τους

7. Η άλωση της Κωνσταντινούπολης

8γ. Η κρίση της φεουδαρχίας

Κεφάλαιο 6. Από την άλωση της Κωνσταντινούπολης και τις Ανακαλύψεις των Νέων Χωρών ως τη συνθήκη της Βεστφαλίας (1453-1648) (Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη)

2. Αναγέννηση και Ανθρωπισμός

3γ. Οι Ευρωπαίοι ανακαλύπτουν τον κόσμο

3ε. Η Ευρώπη μετά τις Ανακαλύψεις

4α. Η Ρωμαιοκαθολική Εκκλησία σε κρίση

4β. Η Μεταρρύθμιση του Λουθήρου

4δ. Η Αντιμεταρρύθμιση

4ε. Οι συνέπειες της Μεταρρύθμισης

Κεφάλαιο 7. Από τη Συνθήκη της Βεστφαλίας (1648) έως το Συνέδριο της Βιέννης (1815) [Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη]

1. Ο Διαφωτισμός

2β. Οι οικονομικές θεωρίες

3β. Η ρήξη (1774) και ο πόλεμος της Ανεξαρτησίας (1775-1783)

3γ. Η γέννηση ενός νέου κράτους

3δ. Οι συνέπειες

4β. Η έκρηξη της Επανάστασης (1789)

4στ. Η Εποχή του Ναπολέοντα (1799-1815)

4ζ. Ο χαρακτήρας και το έργο της Επανάστασης

Γ) ΙΣΤΟΡΙΑ (για τους μαθητές/-τριες της Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών και Σπουδών Υγείας και της Ομάδας Προσανατολισμού Σπουδών Οικονομίας και Πληροφορικής) Γ’ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: Ιωάννη Κολιόπουλου, Κωνσταντίνου Σβολόπουλου, Ευάνθη Χατζηβασιλείου, Θεόδωρου Νημά, Χάριτος Σχολινάκη - Χελιώτη, Ιστορία του Νεότερου και του Σύγχρονου Κόσμου (από το 1815 έως σήμερα) Γ’ Γενικού Λυκείου - Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών και Σπουδών Υγείας και Ομάδας Προσανατολισμού Σπουδών Οικονομίας και Πληροφορικής, ΙΤΥΕ - «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α’. Η ΕΥΡΩΠΗ ΚΑΙ Ο ΚΟΣΜΟΣ ΤΟΝ 19ο ΑΙΩΝΑ (1815-1871) (Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη)

3. Η Ελληνική Επανάσταση του 1821 - Ένα μήνυμα ελευθερίας για την Ευρώπη. Οι υποενότητες: Ο χαρακτήρας της Ελληνικής Επανάστασης. Οργάνωση και έκρηξη της επανάστασης. Η πολιτική συγκρότηση των Ελλήνων. Η έκβαση της Επανάστασης.

4. Το ελληνικό κράτος και η εξέλιξη του (1830-1881).

5. Το Ανατολικό Ζήτημα και ο Κριμαϊκός Πόλεμος. Η υποενότητα: Το «Ανατολικό Ζήτημα» ως ιστορικός όρος.

6. Η Βιομηχανική Επανάσταση. Η υποενότητα: Η Βιομηχανική Επανάσταση στην Αγγλία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β’. ΑΠΟ ΤΟΝ 19ο ΣΤΟΝ 20ό ΑΙΩΝΑ (1871-1914) (Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη)]

1. Η ακμή της ευρωπαϊκής αποικιοκρατίας.

3. Προσπάθειες για τον εκσυγχρονισμό της Ελλάδας. Οι υποενότητες: Η κατάσταση στο ελληνικό κράτος κατά την πρώτη πεντηκονταετία του βίου του. Ο Χαρίλαος Τρικούπης και η εκσυγχρονιστική πολιτική του. Το Κίνημα στο Γουδή και ο Ελευθέριος Βενιζέλος.

4. Εθνικά κινήματα στη Νοτιοανατολική Ευρώπη. Οι τρεις πρώτες παράγραφοι της υποενότητας: Ο γεωγραφικός χώρος και τα ιστοριογραφικά στερεότυπα: Οι εθνικές ιστοριογραφίες των λαών… τους «άλλους» και τους αντιπάλους.

5. Οι Βαλκανικοί Πόλεμοι (1912-1913). Οι υποενότητες: Ο Α’ Βαλκανικός πόλεμος. Ο Β’ Βαλκανικός πόλεμος και η Συνθήκη του Βουκουρεστίου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Γ΄. Ο Α΄ ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΠΟΛΕΜΟΣ ΚΑΙ ΟΙ ΑΜΕΣΕΣ ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ ΤΟΥ

Εισαγωγικό σημείωμα

2. Η διεξαγωγή και η έκβαση του πολέμου (1914-1918). Οι υποενότητες: Ο πόλεμος γίνεται παγκόσμιος. Το μακεδονικό μέτωπο και το τέλος του πολέμου. Οι συνέπειες του πολέμου.

3. Η Ελλάδα στον Α΄ Παγκόσμιο Πόλεμο.

4. Το Συνέδριο Ειρήνης των Παρισίων (1919-1920).

5. Ο Μικρασιατικός Πόλεμος (1919-1922).

6. Η Ρωσική Επανάσταση Οι υποενότητες: Η Οκτωβριανή Επανάσταση και η εγκαθίδρυση του κομμουνιστικού καθεστώτος. Η ίδρυση και η οργάνωση της ΕΣΣΔ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Δ΄. Η ΕΥΡΩΠΗ ΚΑΙ Ο ΚΟΣΜΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΤΟΥ ΜΕΣΟΠΟΛΕΜΟΥ [Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη]

1. Η δεκαετία 1920-1930. Η υποενότητα: Οι προκλήσεις κατά της κοινοβουλευτικής δημοκρατίας και του φιλελευθερισμού.

2. Εσωτερικές εξελίξεις στην Ελλάδα (1923-1930). Η υποενότητα: Προς την πολιτική σταθεροποίηση.

3. Η διεθνής οικονομική κρίση και οι συνέπειές της. Η υποενότητα: Η εκδήλωση και οι συνέπειες της κρίσης (1929-1932).

4. Η Ελλάδα στην κρίσιμη δεκαετία 1930-1940. Η υποενότητα: Η πολιτική αστάθεια και η εγκαθίδρυση της δικτατορίας.

5. Ο υπόλοιπος κόσμος. Η υποενότητα: Η οικονομική ανάκαμψη των ΗΠΑ και η ενίσχυση της διεθνούς θέσης τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ε΄. Ο Β΄ ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΠΟΛΕΜΟΣ

Εισαγωγικό σημείωμα

1. Προς νέα ένοπλη αναμέτρηση. Η υποενότητα: Η εισβολή στην Πολωνία και η έναρξη του πολέμου.

3. Η συμμετοχή της Ελλάδας στον Β΄ Παγκόσμιο Πόλεμο και η Εθνική Αντίσταση.

4. Η συμμαχική αντεπίθεση και η ολοκληρωτική ήττα της ναζιστικής Γερμανίας - Η συνθηκολόγηση της Ιαπωνίας. Η υποενότητα: Η παράδοση της Γερμανίας και της Ιαπωνίας.

5. Τα εγκλήματα πολέμου κατά της ανθρωπότητας - Το Ολοκαύτωμα.

6. Ο ανταγωνισμός στο στρατόπεδο των νικητών.

7. Οι συνθήκες ειρήνης και η ενσωμάτωση της Δωδεκανήσου στην Ελλάδα. Η υποενότητα: Η Συνθήκη των Παρισίων και η τύχη των ελληνικών εθνικών διεκδικήσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΣΤ΄. Ο ΜΕΤΑΠΟΛΕΜΙΚΟΣ ΚΟΣΜΟΣ (Το εισαγωγικό σημείωμα δεν συμπεριλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη)

1. Η μεταπολεμική οργάνωση της διεθνούς κοινωνίας - Η σύσταση και η λειτουργία του ΟΗΕ. Η υποενότητα: Ο Οργανισμός Ηνωμένων Εθνών (ΟΗΕ).

2. Η έναρξη του Ψυχρού Πολέμου, οι επιπτώσεις του στην Ελλάδα και ο Εμφύλιος Πόλεμος.

Οι υποενότητες: Από το Σχέδιο Μάρσαλ στην ίδρυση του ΝΑΤΟ. Ο ελληνικός Εμφύλιος Πόλεμος.

5. Η πορεία προς την ευρωπαϊκή ενοποίηση: πραγματικότητες και προοπτικές. Οι υποενότητες: Η σύσταση των Ευρωπαϊκών Κοινοτήτων. Η Ευρωπαϊκή Ένωση.

6. Η Ελλάδα έως το 1974.

7. Η Ελλάδα της Μεταπολίτευσης και η ένταξη στην Ενωμένη Ευρώπη.

8. Το Κυπριακό πρόβλημα.

Δ) ΙΣΤΟΡΙΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ - Γ΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Όπως καθορίζεται στην υπό στοιχεία 82871/Δ2/19-07-2024 (Β΄ 4289) υπουργική απόφαση.

V. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΚΑΙ Β΄ ΤΑΞΕΩΝ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ (για τους/τις μαθητές/-τριες της Ομάδας Προσανατολισμού Ανθρωπιστικών Σπουδών) ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΥΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α) ΑΛΓΕΒΡΑ - Α΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Από το βιβλίο «Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων Α΄ Γενικού Λυκείου»

Εισαγωγικό κεφάλαιο

Ε.2 Σύνολα

Κεφάλαιο 2ο: Οι Πραγματικοί Αριθμοί

2.1 Οι Πράξεις και οι Ιδιότητές τους

2.2 Διάταξη Πραγματικών Αριθμών (εκτός της απόδειξης της ιδιότητας 4)

2.3 Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού

2.4 Ρίζες Πραγματικών Αριθμών (εκτός των ιδιοτήτων 3 και 4)

Κεφάλαιο 3ο: Εξισώσεις

3.1 Εξισώσεις 1ου Βαθμού

3.2 Η Εξίσωση $x^ν = α$

3.3 Εξισώσεις 2ου Βαθμού

Κεφάλαιο 4ο: Ανισώσεις

4.1 Ανισώσεις 1ου Βαθμού

4.2 Ανισώσεις 2ου Βαθμού

Κεφάλαιο 5ο: Πρόοδοι

5.1 Ακολουθίες

5.2 Αριθμητική πρόοδος (εκτός της απόδειξης για το άθροισμα ν διαδοχικών όρων αριθμητικής προόδου)

5.3 Γεωμετρική πρόοδος (εκτός της απόδειξης για το άθροισμα ν διαδοχικών όρων γεωμετρικής προόδου)

Κεφάλαιο 6ο: Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων

6.1 Η Έννοια της Συνάρτησης

6.2 Γραφική Παράσταση Συνάρτησης

6.3 Η Συνάρτηση $f(x)= αx+β$

Β) ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - Α΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: «Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ ΓΕ.Λ. Τεύχος Α΄» των Αργυρόπουλου Η., Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάτη Σ. και Σίδερη Π.

Κεφάλαιο 2ο: Τα βασικά Γεωμετρικά σχήματα
2.16 Απλές σχέσεις γωνιών
Κεφάλαιο 3ο: Τρίγωνα
3.1 Στοιχεία και είδη τριγώνων
3.2 1ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός των αποδείξεων)
3.3 2ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.4 3ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός των αποδείξεων)
3.5 Ύπαρξη και μοναδικότητα καθέτου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.6 Κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων (εκτός των αποδείξεων)
3.7 Κύκλος - Μεσοκάθετος - Διχοτόμος
3.10 Σχέση εξωτερικής και απέναντι γωνίας (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.11 Ανισοτικές σχέσεις πλευρών και γωνιών (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.12 Τριγωνική ανισότητα (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
3.14 Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος Ι)
3.15 Εφαπτόμενα τμήματα
3.16 Σχετικές θέσεις δύο κύκλων
3.17 Απλές γεωμετρικές κατασκευές
3.18 Βασικές κατασκευές τριγώνων
Κεφ. 4ο: Παράλληλες ευθείες
4.1 Εισαγωγή
4.2 Τέμνουσα δύο ευθειών - Ευκλείδειο αίτημα (εκτός της απόδειξης του Πορίσματος ΙΙ και των αποδείξεων των προτάσεων Ι, ΙΙ, ΙΙΙ και IV)
4.4 Γωνίες με πλευρές παράλληλες
4.5 Αξιοσημείωτοι κύκλοι τριγώνου
4.6 Άθροισμα γωνιών τριγώνου
4.8. Άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου (εκτός της απόδειξης του πορίσματος) Κεφ. 5ο: Παραλληλόγραμμα - Τραπέζια
5.1 Εισαγωγή
5.2 Παραλληλόγραμμα
5.3 Ορθογώνιο
5.4 Ρόμβος
5.5 Τετράγωνο
5.6 Εφαρμογές στα τρίγωνα (εκτός των αποδείξεων)
5.7 Βαρύκεντρο τριγώνου (εκτός της απόδειξης)
5.8 Το ορθόκεντρο τριγώνου (χωρίς το Λήμμα, χωρίς την απόδειξη του θεωρήματος και χωρίς το πόρισμα)
5.9 Μια ιδιότητα του ορθογώνιου τριγώνου
5.10 Τραπέζιο (εκτός των αποδείξεων)
5.11 Ισοσκελές τραπέζιο

Γ) ΑΛΓΕΒΡΑ - Β’ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: «Άλγεβρα Β’ Γενικού Λυκείου» των Ανδρεαδάκη Σ., Κατσαργύρη Β., Παπασταυρίδη Σ., Πολύζου Γ. και Σβέρκου Α.

Κεφάλαιο 1ο: Συστήματα
1.1 Γραμμικά Συστήματα (χωρίς τις υποπαραγράφους «Λύση-Διερεύνηση γραμμικού συστήματος 2x2» και «Γραμμικό Σύστημα 3x3»)
Κεφάλαιο 2ο: Ιδιότητες Συναρτήσεων
2.1 Μονοτονία - Ακρότατα - Συμμετρίες Συνάρτησης
2.2 Κατακόρυφη - Οριζόντια Μετατόπιση Καμπύλης
Κεφάλαιο 3ο: Τριγωνομετρία
3.1 Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας
3.2 Βασικές Τριγωνομετρικές Ταυτότητες (χωρίς την απόδειξη της ταυτότητας 4)
3.3 Αναγωγή στο 1ο Τεταρτημόριο
3.4 Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις
3.5 Βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις
Κεφάλαιο 4ο: Πολυώνυμα - Πολυωνυμικές εξισώσεις
4.1 Πολυώνυμα
4.2 Διαίρεση πολυωνύμων
4.3 Πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις
4.4 Εξισώσεις και ανισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές
Κεφάλαιο 5ο: Εκθετική και Λογαριθμική συνάρτηση
5.1 Εκθετική συνάρτηση
5.2 Λογάριθμοι (χωρίς την «Αλλαγή βάσης»)
5.3 Λογαριθμική συνάρτηση (να διδαχθούν μόνο οι λογαριθμικές συναρτήσεις με βάση το 10 και το e).

Δ) ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - Β’ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: «Ευκλείδεια Γεωμετρία Β’ ΓΕ.Λ. Τεύχος Β’» των Αργυρόπουλου Η., Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάτη Σ. και Σίδερη Π.

Κεφάλαιο 7ο: Αναλογίες
7.1. Εισαγωγή
7.4. Ανάλογα ευθύγραμμα τμήματα – Αναλογίες
7.5. Μήκος ευθύγραμμου τμήματος
7.6. Διαίρεση τμημάτων εσωτερικά και εξωτερικά ως προς δοσμένο λόγο (χωρίς την απόδειξη της Πρότασης και χωρίς την υποπαράγραφο “Διερεύνηση”)
7.7. Θεώρημα του Θαλή (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων, χωρίς το Πρόβλημα 2 και χωρίς τους ορισμούς «συζυγή αρμονικά» και «αρμονική τετράδα»)
Κεφάλαιο 8ο: Ομοιότητα
8.1. Όμοια ευθύγραμμα σχήματα
8.2. Κριτήρια ομοιότητας (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων Ι, ΙΙ και ΙΙΙ και χωρίς τις εφαρμογές 1 και 3)
Κεφάλαιο 9ο: Μετρικές σχέσεις
9.1. Ορθές προβολές
9.2. Το Πυθαγόρειο θεώρημα
9.3. Γεωμετρικές κατασκευές
9.4. Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος (χωρίς την εφαρμογή 2)
Κεφάλαιο 10ο: Εμβαδά
10.1. Πολυγωνικά χωρία
10.2. Εμβαδόν ευθύγραμμου σχήματος - Ισοδύναμα ευθύγραμμα σχήματα
10.3. Εμβαδόν βασικών ευθύγραμμων σχημάτων
10.4. Άλλοι τύποι για το εμβαδόν τριγώνου (χωρίς τις αποδείξεις)
10.5. Λόγος εμβαδών όμοιων τριγώνων – πολυγώνων (χωρίς την απόδειξη του Θεωρήματος ΙΙ)
Κεφάλαιο 11ο: Μέτρηση Κύκλου
11.1. Ορισμός κανονικού πολυγώνου
11.2. Ιδιότητες και στοιχεία κανονικών πολυγώνων (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων και του Πορίσματος)
11.4. Προσέγγιση του μήκους του κύκλου με κανονικά πολύγωνα
11.5. Μήκος τόξου
11.6. Προσέγγιση του εμβαδού κύκλου με κανονικά πολύγωνα
11.7. Εμβαδόν κυκλικού τομέα και κυκλικού τμήματος

Ε) ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ - Β’ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Από το βιβλίο «Μαθηματικά Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών Β’Τάξης Γενικού Λυκείου» των Αδαμόπουλου Λ., Βισκαδουράκη Β., Γαβαλά Δ., Πολύζου Γ. και Σβέρκου Α.

Κεφάλαιο 1ο: Διανύσματα

1.1. Η Έννοια του Διανύσματος

1.2. Πρόσθεση και Αφαίρεση Διανυσμάτων

1.3. Πολλαπλασιασμός Αριθμού με Διάνυσμα (χωρίς τις Εφαρμογές 1 και 2)

1.4. Συντεταγμένες στο Επίπεδο (χωρίς την Εφαρμογή 2 που ακολουθεί την παράγραφο «Μέτρο Διανύσματος»)

1.5. Εσωτερικό Γινόμενο Διανυσμάτων (χωρίς την απόδειξη του τύπου της αναλυτικής έκφρασης Εσωτερικού Γινομένου και χωρίς την προβολή διανύσματος σε διάνυσμα)

Κεφάλαιο 2ο: Η Ευθεία στο Επίπεδο

2.1. Εξίσωση Ευθείας

2.2. Γενική Μορφή Εξίσωσης Ευθείας (χωρίς την Εφαρμογή 2)

2.3. Εμβαδόν Τριγώνου (χωρίς τις αποδείξεις των τύπων της απόστασης σημείου από ευθεία και του εμβαδού τριγώνου και χωρίς την Εφαρμογή 1)

Κεφάλαιο 3ο: Κωνικές Τομές

3.1. Ο Κύκλος (χωρίς τις παραμετρικές εξισώσεις του κύκλου)

3.2. Η Παραβολή (χωρίς τις αποδείξεις του τύπου της εφαπτομένης και της ανακλαστικής ιδιότητας και χωρίς την Εφαρμογή 1)

3.3. Η Έλλειψη (χωρίς τις παραμετρικές εξισώσεις της έλλειψης και τις Εφαρμογές)

3.4. Η Υπερβολή (χωρίς την απόδειξη του τύπου των ασύμπτωτων)

3.5. Η Εξίσωση $Αx^2+Βy^2+Γx+Δy+Ε=0$ (χωρίς τη μεταφορά αξόνων)

ΣΤ) ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (για τους/τις μαθητές/μαθήτριες που επιλέγουν την Ομάδα Προσανατολισμού Ανθρωπιστικών Σπουδών) - Γ’ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: «Στοιχεία Πιθανοτήτων και Στατιστικής», Γ’ Γενικού Λυκείου, Ομάδας Προσανατολισμού Ανθρωπιστικών Σπουδών.

Πιθανότητες	
Ενότητα 1.1	Πειράματα τύχης, δειγματικός χώρος και ενδεχόμενα
Ενότητα 1.2	Πιθανότητες: Ορισμοί και εφαρμογές
Ενότητα 1.3	Πιθανότητες και πράξεις με ενδεχόμενα
Ενότητα 1.4	Συνδυαστική και Πιθανότητες
Στατιστική	
Ενότητα 2.1	Πληθυσμός - Δείγμα – Μεταβλητές
Ενότητα 2.2	Παρουσίαση στατιστικών δεδομένων
Ενότητα 2.3	Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας, θηκόγραμμα, συντελεστής μεταβλητότητας
Ενότητα 2.4	Κανονική κατανομή και εφαρμογές
Ενότητα 2.5	Πίνακες Συνάφειας και Ραβδογράμματα
Ενότητα 2.6	Σύγκριση ποσοτικών χαρακτηριστικών στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού
Ενότητα 2.7	Γραμμική συσχέτιση ποσοτικών μεταβλητών και διαγράμματα διασποράς
Γενική Επισήμανση: Οι δραστηριότητες που περιλαμβάνονται στο «Πρόσθετο Υλικό» δεν αποτελούν εξεταστέα ύλη του μαθήματος.	

Ζ) ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΥΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ - Γ’ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Όπως καθορίζεται στην υπό στοιχεία 82871/Δ2/19-07-2024 (Β’ 4289) υπουργική απόφαση.

VI. ΦΥΣΙΚΗ Α΄ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ, ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ Β΄ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ και ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΥΓΕΙΑΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α) ΦΥΣΙΚΗ - Α΄ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: Φυσική Γενικής Παιδείας Α΄Τάξης Γενικού Λυκείου, της συγγραφικής ομάδας: Ι. Α. Βλάχου, Ι. Γ. Γραμματικάκη, Β. Α. Καραπαναγιώτη, Π. Β. Κόκκοτα, Π. ΕΜ. Περιστερόπουλου, Γ. Β. Τιμοθέου, ΙΤΥΕ- ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

1.1 ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ

1.1.5 Η έννοια της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

1.1.6 Η έννοια της μέσης ταχύτητας

1.1.7 Η έννοια της στιγμιαίας ταχύτητας

1.1.8 Η έννοια της επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

1.1.9 Οι εξισώσεις προσδιορισμού της ταχύτητας και της θέσης ενός κινητού στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

1.2 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ

1.2.1 Η έννοια της δύναμης

1.2.2 Σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων

1.2.3 Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα

1.2.4 Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ή Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής

1.2.5 Η έννοια του Βάρους

1.2.6 Η έννοια της μάζας

1.2.7 Η ελεύθερη πτώση των σωμάτων

1.3 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

1.3.1 Τρίτος νόμος του Νεύτωνα. Νόμος Δράσης - Αντίδρασης

1.3.2 Δυνάμεις από επαφή και απόσταση

1.3.3 Σύνθεση δυνάμεων στο επίπεδο

1.3.4 Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

1.3.5 Σύνθεση πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων

1.3.6 Ισορροπία ομοεπιπέδων δυνάμεων

1.3.7 Ο νόμος της τριβής

1.3.9 Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα σε διανυσματική και σε αλγεβρική μορφή

2.1 ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

2.1.1 Η έννοια του έργου

2.1.2 Έργο βάρους και μεταβολή της κινητικής ενέργειας

2.1.3 Η δυναμική ενέργεια (έως και τη σχέση 2.1.9)

2.1.4 Η μηχανική ενέργεια (έως και τα έντονα γράμματα: “Αν ένα σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του η μηχανική του ενέργεια παραμένει συνεχώς σταθερή”)

2.1.5 Συντηρητικές (ή διατηρητικές) δυνάμεις

2.1.6 Η Ισχύς

2.1.8 Η τριβή και η μηχανική ενέργεια (έως και την έκφραση «Έτσι κάθε φορά, που λόγω τριβών η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ελαττώνεται θα έχουμε αύξηση της θερμοκρασίας του»)

Β) ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ - Β΄ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: Φυσική Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών Β΄Γενικού Λυκείου, της συγγραφικής ομάδας: Βλάχος Ι., Γραμματικάκης Ι., Καραπαναγιώτης Β., Κόκκοτας Π., Περιστερόπουλος Π., Τιμοθέου Γ., Ιωάννου Α., Ντάνος Γ., Πήττας Α., Ράπτης Ι., ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ

1. ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ: ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ, ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

1.1 Οριζόντια βολή

1.2 Ομαλή κυκλική κίνηση

1.3 Κεντρομόλος δύναμη

2. ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ
2.1 Η έννοια του συστήματος. Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις
2.2 Το φαινόμενο της κρούσης
2.3 Η έννοια της ορμής
2.4 Η δύναμη και η μεταβολή της ορμής
2.5 Η αρχή διατήρησης της ορμής
2.6 Μεγέθη που δε διατηρούνται στην κρούση
2.7 Εφαρμογές της διατήρησης της ορμής
5. ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ
5.6 Δυναμική ενέργεια πολλών σημειακών φορτίων
5.7 Σχέση έντασης-διαφοράς δυναμικού στο ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο
5.8 Κινήσεις φορτισμένων σωματιδίων σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο
5.12 Το βαρυτικό πεδίο
5.13 Το βαρυτικό πεδίο της Γης
5.14 Ταχύτητα διαφυγής - Μαύρες τρύπες (μέχρι τον τύπο στο πλαίσιο για την ταχύτητα διαφυγής από την Γη εάν το σημείο εκτόξευσης βρίσκεται σε ύψος h)
5.15 Σύγκριση ηλεκτροστατικού-βαρυτικού πεδίου
3. ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ
3.1 Εισαγωγή
3.2 Νόμοι αερίων
3.3 Καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων
3.4 Κινητική θεωρία
3.5 Τα πρώτα σημαντικά αποτελέσματα (εκτός η ενεργός ταχύτητα και απόδειξη της σχέσης για την πίεση $P=\frac{1}{3}\frac{Nm\overline{v^2}}{V}$)
4. ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ
4.1 Εισαγωγή
4.2 Θερμοδυναμικό σύστημα
4.3 Ισορροπία θερμοδυναμικού συστήματος
4.4 Αντιστρεπτές μεταβολές
4.5 Έργο παραγόμενο από αέριο κατά τη διάρκεια μεταβολών όγκου
4.6 Θερμότητα
4.7 Εσωτερική ενέργεια
4.8 Πρώτος θερμοδυναμικός νόμος
4.9 Εφαρμογή του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου σε ειδικές περιπτώσεις (εκτός οι τύποι $W=nRTln\frac{V_\tau}{V_\alpha}$, $Q=nRTln\frac{V_\tau}{V_\alpha}$, $W=\frac{p_\tau V_\tau - p_\alpha V_\alpha}{1-\gamma}$)
4.11 Θερμικές μηχανές (εκτός το σχ. 4.19 και η εικόνα 4.4)
4.12 Δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος
4.13 Η μηχανή του Carnot
Γ) ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΥΓΕΙΑΣ - Γ΄ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Όπως καθορίζεται στην υπό στοιχεία 82871/Δ2/19-07-2024 (Β’ 4289) υπουργική απόφαση.
VII. ΧΗΜΕΙΑ Α΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ και ΧΗΜΕΙΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΥΓΕΙΑΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Α) ΧΗΜΕΙΑ - Α΄ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΒΙΒΛΙΟ: «Χημεία, Α’ Λυκείου», των Σ. Λιοδάκη, Δ. Γάκη, Δ. Θεοδωρόπουλου, Π. Θεοδωρόπουλου, Α. Κάλλη, Έκδοση ΙΤΥΕ Διόφαντος
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο: Βασικές έννοιες
1.1 Με τι ασχολείται η Χημεία. Ποια η σημασία της Χημείας στη ζωή μας
1.2 Γνωρίσματα της ύλης (μάζα, όγκος, πυκνότητα). Μετρήσεις και μονάδες
1.3 Δομικά σωματίδια της ύλης - Δομή ατόμου - Ατομικός αριθμός - Μαζικός αριθμός - Ισότοπα
1.5 Ταξινόμηση της ύλης - Διαλύματα - Περιεκτικότητες διαλυμάτων - Διαλυτότητα Συμπεριλαμβάνεται μόνο η υποενότητα «Διαλύματα - Περιεκτικότητες Διαλυμάτων» (Γενικά για τα διαλύματα - Περιεκτικότητες Διαλυμάτων - Εκφράσεις περιεκτικότητας - Διαλυτότητα).
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο: Περιοδικός Πίνακας - Δεσμοί
2.1 Ηλεκτρονική δομή των ατόμων
2.2 Κατάταξη των στοιχείων (Περιοδικός Πίνακας). Χρησιμότητα του Περιοδικού Πίνακα
2.3 Γενικά για το χημικό δεσμό - Παράγοντες που καθορίζουν τη χημική συμπεριφορά του ατόμου. Είδη χημικών δεσμών (ιοντικός - ομοιοπολικός)
2.4 Η γλώσσα της Χημείας - Αριθμός οξείδωσης - Γραφή χημικών τύπων και εισαγωγή στην ονοματολογία των ενώσεων
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο: Οξέα-Βάσεις-Άλατα-Οξείδια
3.3 Οξείδια
3.5 Χημικές Αντιδράσεις
Συμπεριλαμβάνεται το σύνολο της ενότητας, με την ακόλουθη εξαίρεση:
Από την υποενότητα «Χαρακτηριστικά των χημικών αντιδράσεων» συμπεριλαμβάνεται μόνο η παράγραφος: «α. Πότε πραγματοποιείται μία χημική αντίδραση;»
3.6 Οξέα, βάσεις, οξείδια, άλατα, εξουδετέρωση και… καθημερινή ζωή.
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο: Στοιχειομετρία
4.1 Βασικές έννοιες για τους χημικούς υπολογισμούς: σχετική ατομική μάζα, σχετική μοριακή μάζα, mol, αριθμός Avogadro, γραμμομοριακός όγκος
4.2 Καταστατική εξίσωση των αερίων
4.3 Συγκέντρωση διαλύματος - Αραίωση, ανάμειξη διαλυμάτων
Β) ΧΗΜΕΙΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΥΓΕΙΑΣ - Γ΄ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Όπως καθορίζεται στην υπό στοιχεία 82871/Δ2/19-07-2024 (Β’ 4289) υπουργική απόφαση.
VIII. ΒΙΟΛΟΓΙΑ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ και ΒΙΟΛΟΓΙΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΥΓΕΙΑΣ Γ΄ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Α) ΒΙΟΛΟΓΙΑ - Β΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΒΙΒΛΙΟ:«ΒΙΟΛΟΓΙΑ Γενικής Παιδείας Β΄ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ» των ΑΔΑΜΑΝΤΙΑΔΟΥ ΣΜ., ΓΕΩΡΓΑΤΟΥ Μ., ΓΙΑΠΙΤΖΑΚΗ Χ., ΛΑΚΚΑ Λ., ΝΟΤΑΡΑ Δ., ΦΛΩΡΕΝΤΙΝ Ν., ΧΑΤΖΗΚΩΝΤΗ ΟΛ.,

ΧΑΤΖΗΓΕΩΡΓΙΟΥ Γ., όπως αυτό αναμορφώθηκε από τους ΚΑΛΑΪΤΖΙΔΑΚΗ Μ. και ΠΑΝΤΑΖΙΔΗ Γ.

Κεφάλαιο 1: Άνθρωπος και Υγεία

1.1 Παράγοντες που επηρεάζουν την υγεία του ανθρώπου

1.2 Μικροοργανισμοί

1.2.1 Κατηγορίες παθογόνων μικροοργανισμών, εκτός της παραγράφου «Πολλαπλασιασμός των ιών»

1.2.2 Μετάδοση και αντιμετώπιση των παθογόνων μικροοργανισμών

1.3 Μηχανισμοί άμυνας του ανθρώπινου οργανισμού - Βασικές αρχές ανοσίας

1.3.1 Μηχανισμοί μη ειδικής άμυνας

1.3.2 Μηχανισμοί ειδικής άμυνας - Ανοσία

1.3.3 Προβλήματα στη δράση του ανοσοβιολογικού συστήματος

1.3.4 Σύνδρομο Επίκτητης Ανοσολογικής Ανεπάρκειας (AIDS), εκτός των παραγράφων «Αντιμετώπιση της ασθένειας» και «Κοινωνικό πρόβλημα»

1.5 Ουσίες που προκαλούν εθισμό

Κεφάλαιο 2: Άνθρωπος και Περιβάλλον

2.1 Η έννοια του οικοσυστήματος

2.1.1 Χαρακτηριστικά οικοσυστημάτων

2.2 Ροή Ενέργειας

2.2.1 Τροφικές αλυσίδες και τροφικά πλέγματα

2.2.2 Τροφικές πυραμίδες και τροφικά επίπεδα

2.3 Βιογεωχημικοί κύκλοι

2.3.1 Ο κύκλος του άνθρακα

2.3.2 Ο κύκλος του αζώτου

2.3.3 Ο κύκλος του νερού

2.4.3 Ερημοποίηση

2.4.4 Ρύπανση (περιλαμβάνονται στην ύλη μόνο η εισαγωγή και οι παράγραφοι: «Το φαινόμενο του θερμοκηπίου» και «Ρύπανση των υδάτων»)

Κεφάλαιο 3: Εξέλιξη

3.1.1 Ταξινόμηση των οργανισμών και εξέλιξη

3.1.3 Η θεωρία της Φυσικής Επιλογής

3.1.4 Μερικές χρήσιμες αποσαφηνίσεις στη θεωρία της φυσικής επιλογής

3.1.5 Η φυσική επιλογή εν δράσει

3.3 Τι είναι η φυλογένεση και από πού αντλούμε σχετικά στοιχεία

3.4 Η εξέλιξη του ανθρώπου

3.4.1 Το γενεαλογικό μας δέντρο

3.4.2 Η εμφάνιση των Θηλαστικών και των Πρωτευόντων

3.4.3 Τα χαρακτηριστικά των Πρωτευόντων

3.4.5 Η εμφάνιση των Ανθρωπιδών

3.4.6 Οι πρώτοι άνθρωποι

Σημείωση

Επισημαίνεται ότι στην εξεταστέα ύλη δεν περιλαμβάνονται:

α) Τα παραθέματα, τα οποία σκοπό έχουν να δώσουν τη δυνατότητα επιπλέον πληροφόρησης των μαθητών, ανάλογα με τα ενδιαφέροντά τους, οι πίνακες, τα μικρά ένθετα κείμενα σε πλαίσιο και οι προτάσεις για συνθετικές-δημιουργικές εργασίες των μαθητών,

β) οι εικόνες του σχολικού βιβλίου και οι λεζάντες που τις συνοδεύουν ως αναπόσπαστο μέρος τους. Δύνανται, ωστόσο, να χρησιμοποιηθούν στην επεξήγηση δομών, λειτουργιών και διαδικασιών που ήδη αναφέρονται στο κείμενο του σχολικού βιβλίου,

γ) ο εργαστηριακός οδηγός Βιολογίας Β’ Λυκείου, που συνοδεύει το σχολικό βιβλίο.

Β) ΒΙΟΛΟΓΙΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΣΠΟΥΔΩΝ ΥΓΕΙΑΣ - Γ’ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Όπως καθορίζεται στην υπό στοιχεία 82871/Δ2/19-07-2024 (Β’ 4289) υπουργική απόφαση.

IX. ΑΓΓΛΙΚΑ - Α’ ΚΑΙ Β’ ΤΑΞΕΩΝ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α) ΑΓΓΛΙΚΑ Α’ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: Αγγλικά Γενικού Λυκείου 1

2. A refugee’s “dreamland”
3. On duty
4. Vincent Van Gogh
5. Animal rights
6. Fast fashion
7. Pride and prejudice
8. Social media

Β) ΑΓΓΛΙΚΑ Β’ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΙΒΛΙΟ: Αγγλικά Γενικού Λυκείου 2

2. Do we all live in the same world?
3. Renaissance arts and artists
4. Learning to fly
5. Addictions

X. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ Γ’ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Όπως καθορίζεται στην υπό στοιχεία 82871/Δ2/19-07-2024 (Β’ 4289) υπουργική απόφαση.

XI. ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ Γ’ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Όπως καθορίζεται στην υπό στοιχεία 82871/Δ2/19-07-2024 (Β΄ 4289) υπουργική απόφαση.

Η απόφαση αυτή να δημοσιευθεί στην Εφημερίδα της Κυβερνήσεως.

Αθήνα, 1 Αυγούστου 2024

Η Υφυπουργός

ΖΩΗ ΜΑΚΡΗ

ΕΘΝΙΚΟ ΤΥΠΟΓΡΑΦΕΙΟ

Το Εθνικό Τυπογραφείο αποτελεί δημόσια υπηρεσία υπαγόμενη στην Προεδρία της Κυβέρνησης και έχει την ευθύνη τόσο για τη σύνταξη, διαχείριση, εκτύπωση και κυκλοφορία των Φύλλων της Εφημερίδας της Κυβερνήσεως (ΦΕΚ), όσο και για την κάλυψη των εκτυπωτικών - εκδοτικών αναγκών του δημοσίου και του ευρύτερου δημόσιου τομέα (ν. 3469/2006/Α΄ 131 και π.δ. 29/2018/Α΄58).

1. ΦΥΛΛΟ ΤΗΣ ΕΦΗΜΕΡΙΔΑΣ ΤΗΣ ΚΥΒΕΡΝΗΣΕΩΣ (ΦΕΚ)

• Τα **ΦΕΚ σε ηλεκτρονική μορφή** διατίθενται δωρεάν στο **www.et.gr**, την επίσημη ιστοσελίδα του Εθνικού Τυπογραφείου. Όσα ΦΕΚ δεν έχουν ψηφιοποιηθεί και καταχωριστεί στην ανωτέρω ιστοσελίδα, ψηφιοποιούνται και αποστέλλονται επίσης δωρεάν με την υποβολή αίτησης, για την οποία αρκεί η συμπλήρωση των αναγκαίων στοιχείων σε ειδική φόρμα στον ιστότοπο www.et.gr.

• Τα **ΦΕΚ σε έντυπη μορφή** διατίθενται σε μεμονωμένα φύλλα είτε απευθείας από το Τμήμα Πωλήσεων και Συνδρομητών, είτε ταχυδρομικά με την αποστολή αιτήματος παραγγελίας μέσω των ΚΕΠ, είτε με ετήσια συνδρομή μέσω του Τμήματος Πωλήσεων και Συνδρομητών. Το κόστος ενός ασπρόμαυρου ΦΕΚ από 1 έως 16 σελίδες είναι 1,00 €, αλλά για κάθε επιπλέον οκτασέλιδο (ή μέρος αυτού) προσαυξάνεται κατά 0,20 €. Το κόστος ενός έγχρωμου ΦΕΚ από 1 έως 16 σελίδες είναι 1,50 €, αλλά για κάθε επιπλέον οκτασέλιδο (ή μέρος αυτού) προσαυξάνεται κατά 0,30 €. Το τεύχος Α.Σ.Ε.Π. διατίθεται δωρεάν.

• **Τρόποι αποστολής κειμένων προς δημοσίευση:**

Α. Τα κείμενα προς δημοσίευση στο ΦΕΚ, από τις υπηρεσίες και τους φορείς του δημοσίου, αποστέλλονται ηλεκτρονικά στη διεύθυνση **webmaster.et@et.gr** με χρήση προηγμένης ψηφιακής υπογραφής και χρονοσήμανσης.

Β. Κατ’ εξαίρεση, όσοι πολίτες δεν διαθέτουν προηγμένη ψηφιακή υπογραφή μπορούν είτε να αποστέλλουν ταχυδρομικά, είτε να καταθέτουν με εκπρόσωπό τους κείμενα προς δημοσίευση εκτυπωμένα σε χαρτί στο Τμήμα Παραλαβής και Καταχώρισης Δημοσιευμάτων.

• Πληροφορίες, σχετικά με την αποστολή/κατάθεση εγγράφων προς δημοσίευση, την ημερήσια κυκλοφορία των Φ.Ε.Κ., με την πώληση των τευχών και με τους ισχύοντες τιμοκαταλόγους για όλες τις υπηρεσίες μας, περιλαμβάνονται στον ιστότοπο (www.et.gr). Επίσης μέσω του ιστότοπου δίδονται πληροφορίες σχετικά με την πορεία δημοσίευσης των εγγράφων, με βάση τον Κωδικό Αριθμό Δημοσιεύματος (ΚΑΔ). Πρόκειται για τον αριθμό που εκδίδει το Εθνικό Τυπογραφείο για όλα τα κείμενα που πληρούν τις προϋποθέσεις δημοσίευσης.

2. ΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ - ΕΚΔΟΤΙΚΕΣ ΑΝΑΓΚΕΣ ΤΟΥ ΔΗΜΟΣΙΟΥ

Το Εθνικό Τυπογραφείο ανταποκρινόμενο σε αιτήματα υπηρεσιών και φορέων του δημοσίου αναλαμβάνει να σχεδιάσει και να εκτυπώσει έντυπα, φυλλάδια, βιβλία, αφίσες, μπλοκ, μηχανογραφικά έντυπα, φακέλους για κάθε χρήση, κ.ά.

Επίσης σχεδιάζει ψηφιακές εκδόσεις, λογότυπα και παράγει οπτικοακουστικό υλικό.

Ταχυδρομική Διεύθυνση: Καποδιστρίου 34, τ.κ. 10432, Αθήνα	Ιστότοπος: **www.et.gr**
ΤΗΛΕΦΩΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ: 210 5279000 - fax: 210 5279054	Πληροφορίες σχετικά με την λειτουργία του ιστότοπου: **helpdesk.et@et.gr**
ΕΞΥΠΗΡΕΤΗΣΗ ΚΟΙΝΟΥ **Πωλήσεις - Συνδρομές:** (Ισόγειο, τηλ. 210 5279178 - 180) **Πληροφορίες:** (Ισόγειο, Γρ. 3 και τηλεφ. κέντρο 210 5279000) **Παραλαβή Δημ. Ύλης:** (Ισόγειο, τηλ. 210 5279167, 210 5279139)	Αποστολή ψηφιακά υπογεγραμμένων εγγράφων προς δημοσίευση στο ΦΕΚ: **webmaster.et@et.gr**
Ωράριο για το κοινό: Δευτέρα ως Παρασκευή: 8:00 - 13:30	Πληροφορίες για γενικό πρωτόκολλο και αλληλογραφία: **grammateia@et.gr**

Πείτε μας τη γνώμη σας,

για να βελτιώσουμε τις υπηρεσίες μας, συμπληρώνοντας την ειδική φόρμα στον ιστότοπό μας.

02045450508240016

ΒΙΒΛΙΟ 2024-2025

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - Β΄ ΜΕΡΟΣ των Ανδρεαδάκη Σ., Κατσαργύρη Β., Μέτη Σ., Μπρουχούτα Κ., Παπασταυρίδη Σ., Πολύζου Γ.

Από το βιβλίο: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Β΄ ΜΕΡΟΣ

Κεφάλαιο 1: Όριο - Συνέχεια συνάρτησης

Παρ. 1.1	Πραγματικοί αριθμοί
Παρ. 1.2	Συναρτήσεις
Παρ. 1.3	Μονότονες συναρτήσεις - Αντίστροφη συνάρτηση
Παρ. 1.4	Όριο συνάρτησης στο $x_0 \in \mathrm{R}$
Παρ. 1.5	Ιδιότητες των ορίων, <u>χωρίς τις αποδείξεις</u> της υποπαραγράφου "Τριγωνομετρικά όρια"
Παρ. 1.6	Μη πεπερασμένο όριο στο $x_0 \in \mathrm{R}$
Παρ. 1.7	Όρια συνάρτησης στο άπειρο
Παρ. 1.8	Συνέχεια συνάρτησης

Κεφάλαιο 2: Διαφορικός Λογισμός

Παρ. 2.1	Η έννοια της παραγώγου, <u>χωρίς την υποπαράγραφο</u> "Κατακόρυφη εφαπτομένη"
Παρ. 2.2	Παραγωγίσιμες συναρτήσεις - Παράγωγος συνάρτηση, <u>χωρίς τις αποδείξεις των τύπων</u> $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$ και $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$
Παρ. 2.3	Κανόνες παραγώγισης, <u>χωρίς την απόδειξη του θεωρήματος</u> που αναφέρεται στην παράγωγο γινομένου συναρτήσεων
Παρ. 2.4	Ρυθμός μεταβολής
Παρ. 2.5	Θεώρημα Μέσης Τιμής Διαφορικού Λογισμού
Παρ. 2.6	Συνέπειες του Θεωρήματος Μέσης Τιμής
Παρ. 2.7	Τοπικά ακρότατα συνάρτησης, <u>χωρίς το τελευταίο θεώρημα</u> (κριτήριο της 2ης παραγώγου)
Παρ. 2.8	Κυρτότητα - Σημεία καμπής συνάρτησης (θα μελετηθούν <u>μόνο</u> οι συναρτήσεις που είναι δύο, τουλάχιστον, φορές παραγωγίσιμες στο εσωτερικό του πεδίου ορισμού τους)
Παρ. 2.9	Ασύμπτωτες - Κανόνες De L’ Hospital
Παρ. 2.10	Μελέτη και χάραξη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης

Κεφάλαιο 3: Ολοκληρωτικός Λογισμός

Παρ. 3.1	Αόριστο ολοκλήρωμα (<u>μόνο η υποπαράγραφος</u> "Αρχική συνάρτηση" που θα συνοδεύεται από πίνακα παραγουσών συναρτήσεων ο οποίος θα περιλαμβάνεται στις διδακτικές οδηγίες)
Παρ. 3.4	Ορισμένο ολοκλήρωμα
Παρ. 3.5	Η συνάρτηση $F(x)=\int_{\alpha}^{x} f(t)dt$ **<u>Υπόδειξη - οδηγία</u>:** Η εισαγωγή της συνάρτησης $F(x)=\int_{\alpha}^{x} f(t)dt$ γίνεται για να αποδειχθεί το Θεμελιώδες Θεώρημα του Ολοκληρωτικού Λογισμού και να αναδειχθεί η σύνδεση του Διαφορικού με τον Ολοκληρωτικό Λογισμό. Για τον λόγο αυτό <u>δεν θα διδαχθούν εφαρμογές και ασκήσεις που αναφέρονται στη συνάρτηση</u> $F(x)=\int_{\alpha}^{x} f(t)dt$ και <u>γενικότερα στη συνάρτηση</u> $F(x)=\int_{\alpha}^{g(x)} f(t)dt$
Παρ. 3.7	Εμβαδόν επιπέδου χωρίου, χωρίς την εφαρμογή 3

<u>Επισημάνσεις</u>

- Τα θεωρήματα, οι προτάσεις, οι αποδείξεις και οι ασκήσεις που φέρουν αστερίσκο **<u>δεν</u>** διδάσκονται και **<u>δεν</u>** εξετάζονται.
- Οι εφαρμογές και τα παραδείγματα των βιβλίων **<u>δεν</u>** εξετάζονται ούτε ως θεωρία ούτε ως ασκήσεις, δύνανται, ωστόσο, να χρησιμοποιηθούν ως προτάσεις για τη λύση ασκήσεων ή την απόδειξη άλλων προτάσεων.
- **<u>Εξαιρούνται</u>** από την εξεταστέα ύλη: **α)** οι εφαρμογές και οι ασκήσεις που αναφέρονται σε λογαρίθμους με βάση διαφορετική του e και του 10 και **β)** οι ασκήσεις του σχολικού βιβλίου που αναφέρονται σε τύπους τριγωνομετρικών αριθμών αθροίσματος γωνιών, διαφοράς γωνιών και διπλάσιας γωνίας.

ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2024–2025

ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ Τάξης ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ, ΜΟΥΣΙΚΩΝ, ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΙΚΩΝ, ΕΚΚΛΗΣΙΑΣΤΙΚΩΝ ΓΕΛ

Ο κλάδος των Μαθηματικών «Άλγεβρα» της Α΄ Λυκείου περιέχει σημαντικές μαθηματικές έννοιες, όπως, της απόλυτης τιμής, των προόδων, της συνάρτησης κ.ά., οι οποίες είναι σημαντικό μέρος των μαθηματικών γνώσεων που χρειάζεται να έχει ο σύγχρονος πολίτης αλλά και ο/η μαθητής/-ήτρια που θα προσανατολιστεί σε σπουδές που περιέχουν Μαθηματικά. Οι μαθητές/-ήτριες έχουν έρθει σε μια πρώτη επαφή με αυτές τις έννοιες σε προηγούμενες τάξεις. Στην Α΄ Λυκείου θα τις αντιμετωπίσουν σε ένα υψηλότερο επίπεδο αφαίρεσης, το οποίο δημιουργεί ιδιαίτερες δυσκολίες στους/στις μαθητές/-ήτριες. Για την αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών προτείνεται να αφιερωθεί ικανός χρόνος στην εμπέδωση των νέων εννοιών, μέσα από την ανάπτυξη και σύνδεση πολλαπλών αναπαραστάσεών τους και στη χρήση τους στην επίλυση προβλημάτων. Επίσης, να αφιερωθεί χρόνος ώστε οι μαθητές/-ήτριες να εμπλακούν στην αναγνώριση ομοιοτήτων και διαφορών μεταξύ ιδιοτήτων και διαδικασιών καθώς και σε διαδικασίες γενίκευσης. Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις (αλγεβρική παράσταση, γράφημα, πίνακας αριθμητικών τιμών, λεκτικές διατυπώσεις) και η σύνδεσή τους μπορούν υποστηριχθούν με ουσιαστικό τρόπο από ψηφιακά περιβάλλοντα. Μέσα από τη διερεύνηση ομοιοτήτων και διαφορών - για παράδειγμα η συσχέτιση των διαδικασιών επίλυσης ή της μορφής των λύσεων εξισώσεων και ανισώσεων, η συσχέτιση ορισμένων ιδιοτήτων των ριζών και των αποδείξεών τους με αντίστοιχες των απολύτων τιμών - οι μαθητές/-ήτριες μπορούν να κατανοήσουν καλύτερα τις σχετικές έννοιες και διαδικασίες.

Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κ.λπ. Οι δραστηριότητες που αναφέρονται ως Δ1, Δ2 κ.λπ. περιέχονται στο ισχύον Πρόγραμμα Σπουδών (ΠΣ) της Α΄ Λυκείου (ΦΕΚ 162/Β΄/22-1-2015).

Στο πλαίσιο του διδακτικού σχεδιασμού οι εκπαιδευτικοί, προκειμένου να αξιοποιήσουν τις προτεινόμενες **διαδικτυακές πηγές** από το διδακτικό υλικό ή/και τα διδακτικά βιβλία, να προβαίνουν σε επανέλεγχο της εγκυρότητάς τους, διότι ενδέχεται λόγω του δυναμικού τους χαρακτήρα ορισμένες από αυτές να είναι ανενεργές ή να οδηγούν σε διαφορετικό περιεχόμενο.

Εισαγωγικό Κεφάλαιο

(Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/-ήτριες διαπραγματεύονται την έννοια του συνόλου καθώς και σχέσεις και πράξεις μεταξύ συνόλων. Ειδικότερα:

Όσον αφορά στην §Ε.1, αυτή να μη διδαχθεί ως αυτόνομο κεφάλαιο αλλά να συζητηθεί το νόημα και η χρήση των στοιχείων της Λογικής στις ιδιότητες και προτάσεις που διατρέχουν τη διδακτέα ύλη (για παράδειγμα στην ιδιότητα $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ της §2.1 μπορεί να διερευνηθεί το νόημα της ισοδυναμίας και του συνδέσμου «και»).

§Ε.2 Προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες

Οι μαθητές/-ήτριες αντιμετωπίζουν για πρώτη φορά με συστηματικό τρόπο την έννοια του συνόλου και των σχέσεων και πράξεων μεταξύ συνόλων. Επειδή η έννοια του συνόλου είναι πρωταρχική, δηλαδή δεν ορίζεται, χρειάζεται να τονιστούν οι προϋποθέσεις που απαιτούνται για να θεωρηθεί μια συλλογή αντικειμένων σύνολο μέσα από κατάλληλα παραδείγματα και αντιπαραδείγματα (π.χ. το σύνολο που αποτελείται από τα θρανία και τους/τις μαθητές/-ήτριες της τάξης, το «σύνολο» των ψηλών μαθητών/-ητριών της τάξης).

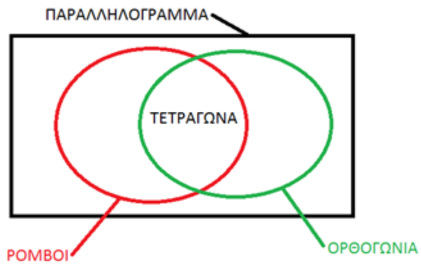
Η αναπαράσταση συνόλων, σχέσεων και πράξεων αυτών καθώς και η μετάβαση από τη μία αναπαράσταση στην άλλη, μπορούν να υποστηρίξουν την κατανόηση της έννοιας του συνόλου.

Οι πράξεις μεταξύ συνόλων είναι ένα πλαίσιο στο οποίο οι μαθητές/-ήτριες μπορούν να δώσουν νόημα στους συνδέσμους «ή» και «και». Ειδικά, όσον αφορά στο σύνδεσμο «ή», να επισημανθεί η διαφορετική του σημασία στα Μαθηματικά από εκείνη της αποκλειστικής διάζευξης που του αποδίδεται συνήθως στην καθημερινή χρήση του. Οι δραστηριότητες Δ1, Δ2 του ΠΣ είναι ενδεικτικές για την εννοιολογική προσέγγιση της έννοιας του συνόλου.

Επισημαίνεται ότι στόχος της διδασκαλίας της συγκεκριμένης ενότητας είναι να υποστηρίξει τις έννοιες και διαδικασίες που συναντώνται σε επόμενες ενότητες (π.χ. στην επίλυση ανισώσεων και στις συναρτήσεις). Επομένως, αναμένεται οι μαθητές/-ήτριες να είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν τις έννοιες των συνόλων και των πράξεών τους στο πλαίσιο εννοιών και διαδικασιών των επόμενων κεφαλαίων.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Χρησιμοποιείστε τα διαγράμματα Venn για να αναπαραστήσετε τις σχέσεις μεταξύ παραλληλογράμμων, ορθογωνίων, τετραγώνων και ρόμβων.



[Σχόλιο: Από το διάγραμμα μπορούν οι μαθητές/-ήτριες να διαπιστώσουν ακόμα ότι:

- Όλα τα τετράγωνα είναι ορθογώνια, ενώ όλα τα ορθογώνια δεν είναι τετράγωνα.

- Όλα τα τετράγωνα είναι ρόμβοι, αλλά όλοι οι ρόμβοι δεν είναι τετράγωνα.

- Όλοι οι ρόμβοι είναι παραλληλόγραμμα, αλλά όλα τα παραλληλόγραμμα δεν είναι ρόμβοι

- . . .

Κεφάλαιο 2ο

(Προτείνεται να διατεθούν 21 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/-ήτριες επαναλαμβάνουν και εμβαθύνουν στις ιδιότητες του συνόλου των πραγματικών αριθμών με στόχο να βελτιώσουν την κατανόηση της δομής του.

Με στόχους την εξομάλυνση της μετάβασης από το Γυμνάσιο στο Λύκειο και τη συμπλήρωση πιθανών κενών προτείνεται να αφιερωθεί χρόνος για την δημιουργία αλγεβρικών παραστάσεων που «μοντελοποιούν» ρεαλιστικές καταστάσεις (τέτοιες ιδέες περιλαμβάνονται στις Δ11, Δ13 του ΠΣ) και για την επανάληψη στοιχείων αλγεβρικού λογισμού (πράξεις πολυωνύμων, παραγοντοποίηση). Ωστόσο, σε μια επανάληψη με αυτούς τους στόχους, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι δεν συμπεριλαμβάνεται η εξάσκηση σε πολύπλοκους χειρισμούς και η ενασχόληση με ασκήσεις που η πολυπλοκότητα και δυσκολία τους υπερβαίνει εκείνες των ασκήσεων του σχολικού βιβλίου. Ειδικότερα:

§2.1 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Οι μαθητές/-ήτριες συναντούν δυσκολίες στη διάκριση των ρητών από τους άρρητους και γενικότερα στην ταξινόμηση των πραγματικών αριθμών σε φυσικούς, ακέραιους ρητούς και άρρητους. Οι διαφορετικές αναπαραστάσεις των πραγματικών αριθμών επηρεάζουν τις παραπάνω διεργασίες. Για τον λόγο αυτό προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διάκριση των ρητών από τους άρρητους με χρήση κατάλληλων παραδειγμάτων, όπως οι αριθμοί $\frac{4}{3}$, 1.333…, 1,010101…, 1,1010010001…, καθώς και στην ταξινόμηση αριθμών στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών (όπως $\frac{4}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{5}$, $\frac{\pi}{6}$, – 1.333 κ.ά.). Παράλληλα, και με αφορμή τα παραπάνω παραδείγματα, μπορεί να γίνει συζήτηση αν το άθροισμα και το γινόμενο δύο ρητών ή δύο άρρητων ή ρητού και άρρητου είναι ρητός ή άρρητος.

Σημαντικό για τον αλγεβρικό λογισμό είναι οι μαθητές/-ήτριες να κατανοήσουν τις ιδιότητες των πράξεων. Σε αυτό θα βοηθήσει η λεκτική διατύπωση και η διερεύνηση των ιδιοτήτων καθώς και η αναγνώριση της σημασίας της ισοδυναμίας, της συνεπαγωγής και των συνδέσμων «ή» και «και», με ιδιαίτερη έμφαση στις ιδιότητες: $\alpha \cdot \beta = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ ή } \beta \neq 0$, $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \text{ και } \beta \neq 0$. Η συζήτηση και απόδοση νοήματος στην έννοια της ισοδυναμίας δύο σχέσεων και στη χρήση του αντίστοιχου συμβόλου χρειάζεται να επαναλαμβάνεται εκεί που αυτά εμφανίζονται, διότι, όπως πολλές έννοιες, δεν αναμένεται να κατακτηθεί οριστικά από τους/τις μαθητές/-ήτριες με την πρώτη φορά.

Να δοθεί έμφαση στις μεθόδους απόδειξης και ιδιαίτερα σε αυτές με τις οποίες δεν είναι εξοικειωμένοι οι μαθητές/-ήτριες, όπως η χρήση της απαγωγής σε άτοπο για την απόδειξη ότι ο $\sqrt{2}$ είναι άρρητος και του αντιπαραδείγματος στην απόρριψη του ισχυρισμού: $\alpha^2 = \beta^2 \Rightarrow \alpha = \beta$. Η δραστηριότητα Δ6 του ΠΣ μπορεί να αξιοποιηθεί προς αυτή την κατεύθυνση.

§2.2 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

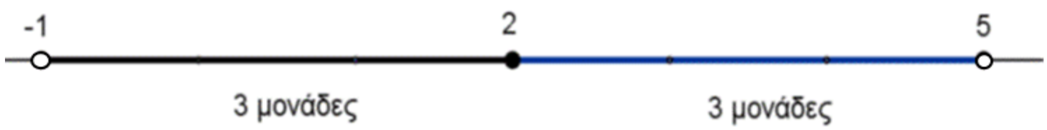
Οι μαθητές/-ήτριες, επηρεασμένοι από τη διαδοχικότητα των ακεραίων, συναντούν δυσκολίες στην κατανόηση της πυκνότητας των ρητών αριθμών. Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση της έννοιας της πυκνότητας και της διαδοχικότητας στα βασικά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών (προτείνεται η δραστηριότητα Δ4 του ΠΣ) καθώς και στις ομοιότητες και διαφορές των ιδιοτήτων της ισότητας και της ανισότητας, με έμφαση στις ισοδυναμίες: $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ **και** $\beta = 0$, ενώ $\alpha^2 + \beta^2 > 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ **ή** $\beta \neq 0$ και στα σχόλια της παραγράφου.

§2.3 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Οι μαθητές/-ήτριες έχουν αντιμετωπίσει, στο Γυμνάσιο, την απόλυτη τιμή ενός αριθμού ως την απόστασή του από το μηδέν στον άξονα των πραγματικών αριθμών. Στην ενότητα αυτή δίνεται ο τυπικός ορισμός της απόλυτης τιμής και αποδεικνύονται οι βασικές ιδιότητές της. Να αξιοποιηθούν οι αποδείξεις των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών για να συζητηθεί αναλυτικά η μέθοδος απόδειξης (ότι η ζητούμενη σχέση είναι ισοδύναμη με μία σχέση που γνωρίζουμε ότι είναι αληθής). Επιπλέον, είναι σκόπιμο να συζητηθεί ως εναλλακτική απόδειξη η εξέταση περιπτώσεων. Για παράδειγμα, για την απόδειξη της ιδιότητας $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ να εξεταστούν οι περιπτώσεις i) α > 0 και β > 0, ii) α > 0 και β < 0, (ή α < 0 και β > 0) και iii) α < 0 και β < 0. Η εξέταση των περιπτώσεων μπορεί να βοηθήσει τους/τις μαθητές/-ήτριες να κατανοήσουν γιατί ισχύει αυτή η ιδιότητα.

Η γεωμετρική ερμηνεία της απόλυτης τιμής ενός αριθμού και της απόλυτης τιμής της διαφοράς δύο αριθμών είναι σημαντική, γιατί βοηθά τους/τις μαθητές/-ήτριες να αποδώσουν νόημα στην έννοια. Η σύνδεση, όμως, της αλγεβρικής σχέσης και της γεωμετρικής της αναπαράστασης δεν είναι κάτι που γίνεται εύκολα από τους/τις μαθητές/-ήτριες και για αυτό απαιτείται να δοθεί σε αυτό ιδιαίτερη έμφαση.

Με αυτή την έννοια δεν θα διδαχθούν, στη γενική τους μορφή, οι:
$|x - x_0| < \rho \Leftrightarrow x \in (x_0 - \rho, x_0 + \rho) \Leftrightarrow x_0 - \rho < x < x_0 + \rho$, και
$|x - x_0| > \rho \Leftrightarrow x \in (-\infty, x_0 - \rho) \cup (x_0 + \rho, +\infty) \Leftrightarrow x < x_0 - \rho \;\; ή \;\; x > x_0 + \rho$
επειδή είναι πολύ δύσκολο να γίνουν κατανοητά από τους/τις μαθητές/-ήτριες σ' αυτή τη φάση της αλγεβρικής τους εμπειρίας. Ομοίως, να μη διδαχθεί η έννοια του κέντρου και της ακτίνας διαστήματος. Αντίθετα, οι μαθητές/-ήτριες μπορούν να ασχοληθούν με τα παραπάνω μέσα από συγκεκριμένα παραδείγματα (π.χ. η ανίσωση $|x - 2| < 3$ σημαίνει: «ποιοι είναι οι αριθμοί που απέχουν από το 2 απόσταση μικρότερη του 3;» δηλ. $|x - 2| < 3 \Leftrightarrow d(x, 2) < 3 \Leftrightarrow -1 < x < 5$).



Προτείνεται, όμως, να γίνει διαπραγμάτευση των σχέσεων $|x| < \rho \Leftrightarrow -\rho < x < \rho$ και $|x| > \rho \Leftrightarrow x < -\rho \;\; ή \;\; x > \rho$. Η δραστηριότητα Δ8 του ΠΣ και το γεωμετρικό μέρος των ασκήσεων 3 και 4 (Β΄ ομάδας) της σελ. 105 μπορούν να υποστηρίξουν την παραπάνω προσέγγιση.

§2.4 Προτείνεται να διατεθούν 3 ώρες

Οι μαθητές/-ήτριες έχουν ήδη αντιμετωπίσει, στο Γυμνάσιο, τις τετραγωνικές ρίζες και δυνάμεις με ακέραιο εκθέτη καθώς και τις ιδιότητες αυτών. Στην ενότητα αυτή γίνεται επέκταση στη ν-οστή ρίζα και στη δύναμη με ρητό εκθέτη. Να μη διδαχτούν οι ιδιότητες 3 και 4 (δηλαδή οι $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu\cdot\nu]{\alpha}$ και $\sqrt[\nu\cdot\rho]{\alpha^{\mu\cdot\rho}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$) εφόσον καλύπτονται πλήρως από τη χρήση των δυνάμεων με ρητό εκθέτη και μάλιστα με μικρότερες δυσκολίες χειρισμών.

Να επισημανθεί η διατήρηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων με ακέραιο εκθέτη και στην περίπτωση του ρητού εκθέτη. Προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών ασκήσεων, όπως οι 1 έως 6, 9 και 11 της Α΄ ομάδας του βιβλίου και παρόμοιες. Για να αναδειχθούν τα πλεονεκτήματα των αλγεβρικών μεθόδων έναντι της χρήσης του υπολογιστή τσέπης (εφόσον αυτός διατίθεται), προτείνεται μια δραστηριότητα σαν τη Δ9 του ΠΣ.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Στο ερώτημα ποιον αριθμό εκφράζει η παράσταση $\left[(-2)^{\frac{2}{4}}\right]^2$ δόθηκαν δυο διαφορετικές απαντήσεις. Να εξετάσετε που βρίσκεται το πρόβλημα.

1η απάντηση: $\left[(-2)^{\frac{2}{4}}\right]^2 = \left[(-2)^{2\cdot\frac{1}{4}}\right]^2 = \left[[(-2)^2]^{\frac{1}{4}}\right]^2 = \left(4^{\frac{1}{4}}\right)^2 = 4^{\frac{2}{4}} = 4^{\frac{1}{2}} = 2$

2η απάντηση: $\left[(-2)^{\frac{2}{4}}\right]^2 = (-2)^{\frac{2}{4}\cdot 2} = (-2)^1 = -2$

Κεφάλαιο 3ο

(Προτείνεται να διατεθούν 14 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/-ήτριες μελετούν συστηματικά και διερευνούν εξισώσεις 1ου και 2ου βαθμού. Ως ιδιαίτερη περίπτωση εξετάζεται η εξίσωση $x^\nu = \alpha$. Ειδικότερα:

§3.1 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες

Οι μαθητές/-ήτριες, έχουν διαπραγματευθεί στο Γυμνάσιο αναλυτικά την επίλυση εξισώσεων της μορφής αx + β = 0, της οποίας οι συντελεστές α και β είναι συγκεκριμένοι αριθμοί. Συναντούν δυσκολίες στη μετάβαση από την επίλυση μιας τέτοιας μορφής εξίσωσης στην επίλυση της γενικής μορφής αx + β = 0, για δυο κυρίως λόγους: α) η διάκριση μεταξύ των εννοιών του αγνώστου και της παραμέτρου δεν είναι εύκολη και β) η διαδικασία της διερεύνησης γενικά είναι μια νέα διαδικασία για τους/τις μαθητές/-ήτριες.

Για τον λόγο αυτό, προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στην αναγνώριση του ρόλου της παραμέτρου σε μια παραμετρική εξίσωση 1ου βαθμού μέσα από τη διαπραγμάτευση της παραμετρικής εξίσωσης που περιλαμβάνεται στο σχόλιο της §3.1. Για παράδειγμα, μπορεί να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να λύσουν την εξίσωση για συγκεκριμένες τιμές του λ (π.χ. λ = – 1, λ = 1, λ = 2, λ = 5) και στη συνέχεια να προσπαθήσουν να διατυπώσουν γενικά συμπεράσματα για κάθε τιμή της παραμέτρου λ. Προτείνεται, επίσης, προς διαπραγμάτευση η παρακάτω ενδεικτική δραστηριότητα καθώς και η επίλυση απλών παραμετρικών εξισώσεων (όπως η άσκηση 3 της Α' Ομάδας).

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ο τιμοκατάλογος των ΤΑΧΙ στην Αθήνα περιλαμβάνει 1,19€ για την εκκίνηση και 0,68€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής, ενώ στα νησιά του Αιγαίου περιλαμβάνει 1,14€ για την εκκίνηση και 0,65€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής.

α) Να βρείτε την απόσταση που μπορεί να διανύσει με ΤΑΧΙ ένας επιβάτης στην Αθήνα, αν διαθέτει 10€.

β) Να βρείτε την απόσταση που μπορεί να διανύσει με ΤΑΧΙ ένας επιβάτης σε νησί του Αιγαίου, αν διαθέτει 10€.

γ) Αν στους νομούς της Θεσσαλίας η χρέωση για το ΤΑΧΙ περιλαμβάνει 2λ€ για την εκκίνηση και λ€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής, να βρείτε σε σχέση με το λ την απόσταση που μπορεί να διανύσει ένας επιβάτης αν διαθέτει 10 €. Αν στο νομό Λαρίσης η χρέωση ανά χιλιόμετρο διαδρομής είναι 0,60€ και στο νομό Μαγνησίας 0,62€, να υπολογίσετε την απόσταση που μπορεί να διανύσει με ΤΑΧΙ ένας επιβάτης που διαθέτει 10€.

Για καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών, προτείνεται να συζητηθούν ασκήσεις όπως η 14 της Α' Ομάδας, και να εμπλουτιστούν με εξισώσεις, όπως η $|x-5|=-3$, την οποία δύσκολα χαρακτηρίζουν οι μαθητές/-ήτριες από την αρχή ως αδύνατη. Τέλος, όσον αφορά τις εξισώσεις που ανάγονται σε πρωτοβάθμιες, προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών μόνο εξισώσεων (όπως οι ασκήσεις 9, 10 και 11 της Α' Ομάδας), με στόχο να αναδειχθεί η σύνδεση της παραγοντοποίησης με την επίλυση εξίσωσης.

§3.2 Προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες

Η επίλυση εξισώσεων της μορφής $x^\nu = \alpha$ να περιοριστεί σε απλές εξισώσεις.

§3.3 Προτείνεται να διατεθούν 7 ώρες

Η επίλυση της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0,\ \alpha\neq 0$ στη γενική της μορφή με τη μέθοδο «συμπλήρωσης τετραγώνου» είναι μια διαδικασία που δυσκολεύει τους/τις μαθητές/-ήτριες. Προτείνεται να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές/-ήτριες τη μέθοδο της «συμπλήρωσης τετραγώνου» πρώτα σε εξισώσεις 2ου βαθμού με συντελεστές συγκεκριμένους αριθμούς και στη συνέχεια με τη βοήθεια του/της εκπαιδευτικού να γενικεύσουν τη διαδικασία.

Επίσης, προτείνεται η επίλυση απλών εξισώσεων που ανάγονται σε εξισώσεις 2ου βαθμού (όπως τα παραδείγματα 1 και 3) και να δοθεί έμφαση στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων με χρήση εξισώσεων 2ου βαθμού (όπως η δραστηριότητα Δ23 του ΠΣ, καθώς και η ενδεικτική δραστηριότητα 1 που ακολουθεί).

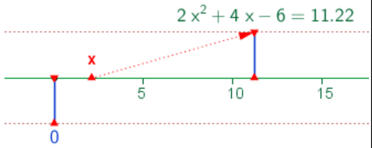
Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Στο πρωτάθλημα ποδοσφαίρου μιας χώρας κάθε ομάδα έδωσε με όλες τις υπόλοιπες ομάδες δυο αγώνες (εντός και εκτός έδρας). Αν έγιναν συνολικά 240 αγώνες, πόσες ήταν οι ομάδες που συμμετείχαν στο πρωτάθλημα;

Οι τύποι του Vieta επιτρέπουν στους/στις μαθητές/-ήτριες είτε να κατασκευάσουν μια εξίσωση 2ου βαθμού με δεδομένο το άθροισμα και το γινόμενο ριζών της είτε να προσδιορίσουν απευθείας τις ρίζες της (βρίσκοντας δυο αριθμούς που να έχουν άθροισμα S και γινόμενο P). Προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες, υπό μορφή άσκησης, να προσδιορίσουν αυτούς τους τύπους και να τους χρησιμοποιήσουν στα παραπάνω. Πέραν των παραπάνω στόχων, η χρήση των τύπων του Vieta σε άλλες ασκήσεις ξεφεύγει από το πνεύμα της διδασκαλίας και δεν προσφέρει στη μαθηματική σκέψη των μαθητών/-τριών.

Η επίλυση ασκήσεων με παραμετρικές εξισώσεις 2ου βαθμού (όπως αρκετές ασκήσεις της Β΄ Ομάδας) προτείνεται να εστιάζει στην αναγνώριση του ρόλου της παραμέτρου. Για αυτό η προτεραιότητα εδώ θα πρέπει να είναι εννοιολογική και όχι μεθοδολογική, δηλαδή να αναδεικνύει ότι μια εξίσωση με παράμετρο είναι πολλές εξισώσεις οι οποίες μπορεί να μελετηθούν μαζί. Έτσι, προτείνεται να γίνει μια επιλογή **λίγων** ασκήσεων **με μία μόνο παράμετρο** στις οποίες αρχικά οι μαθητές/-ήτριες θα δίνουν τιμές στην παράμετρο και θα παρατηρούν την επίδραση αυτών των τιμών στην εξίσωση. Για παράδειγμα στην άσκηση 4 της Α΄ Ομάδας θα μπορούσε πρώτα να ζητηθεί η αντικατάσταση του μ με τις τιμές 0, 1 και 2 και να συζητηθεί πόσες λύσεις έχει σε κάθε περίπτωση. Στην ίδια κατεύθυνση θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν ενδεικτικά και οι ασκήσεις 6i και 10 της Β΄ Ομάδας. Τα ψηφιακά εργαλεία μπορούν να συνεισφέρουν στην εννοιολογική κατανόηση (προτείνεται ενδεικτικά η δραστηριότητα που ακολουθεί). Η εξαντλητική ενασχόληση των μαθητών/-τριών με παραμετρικές εξισώσεις 2ου βαθμού σε ασκήσεις όπως είναι οι ασκήσεις 1, 3, 5i, της Β' Ομάδας οι οποίες εστιάζουν στους αλγεβρικούς χειρισμούς και όχι στον ρόλο της παραμέτρου δεν είναι στο πνεύμα της διδασκαλίας.

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:



Το μικροπείραμα «Επίλυση εξισώσεων 2ου βαθμού με τη βοήθεια τύπου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατανόηση της αλγεβρικής και γραφικής προσέγγισης των λύσεων μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού και για επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια του τύπου.

http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2132

Κεφάλαιο 4ο

(Προτείνεται να διατεθούν 10 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/-ήτριες μελετούν συστηματικά και διερευνούν ανισώσεις 1ου και 2ου βαθμού. Ειδικότερα:

§4.1 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες

Οι μαθητές/-ήτριες, έχουν διαπραγματευθεί στο Γυμνάσιο αναλυτικά την επίλυση ανισώσεων 1ου βαθμού με συγκεκριμένους συντελεστές. Εκτός από τη χρήση της αριθμογραμμής, για την απεικόνιση του συνόλου λύσεων μιας ανίσωσης, προτείνεται να δοθεί έμφαση και στη χρήση των διαστημάτων των πραγματικών αριθμών, ως εφαρμογή της αντίστοιχης υποπαραγράφου της §2.2. Να συζητηθούν ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στην εξίσωση και την ανίσωση, ως προς τη διαδικασία της επίλυσης τους και το σύνολο των λύσεών τους.

Για καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών, προτείνεται να λυθούν από τους/τις μαθητές/-ήτριες και ανισώσεις όπως οι $|x-5|<-3$ και $|x-5|>-3$, των οποίων τη λύση, αν και προκύπτει από απλή παρατήρηση, δεν την αναγνωρίζουν άμεσα οι μαθητές/-ήτριες. Προτείνεται επίσης να δοθεί προτεραιότητα στη μοντελοποίηση προβλημάτων με χρήση ανισώσεων 1ου βαθμού, όπως για παράδειγμα η άσκηση 11 της Α΄ Ομάδας και οι ασκήσεις 3 και 4 της Β΄ Ομάδας.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η Ειρήνη παρατηρεί ότι κάθε φορά που ο σκύλος της γαβγίζει τη νύχτα ξυπνάει και χάνει 15 λεπτά ύπνου. Το προηγούμενο βράδυ κοιμήθηκε λιγότερο από 5 ώρες, ενώ συνήθως (αν δεν γαβγίσει ο σκύλος) κοιμάται 8 ώρες το βράδυ.

α) Πόσες φορές μπορεί να ξύπνησε το προηγούμενο βράδυ η Ειρήνη;

β) Μπορεί να την ξύπνησε το γάβγισμα 33 φορές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

§4.2 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες

Η διαπραγμάτευση ανισώσεων 2ου βαθμού γίνεται για πρώτη φορά στην Α΄ Λυκείου. Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση της παραγοντοποίησης του τριωνύμου, όπου γίνεται ξανά χρήση της μεθόδου «συμπλήρωσης τετραγώνου», ώστε να μη δοθούν απευθείας τα συμπεράσματα αυτής. Στον προσδιορισμό του πρόσημου του τριωνύμου, παρατηρείται συχνά οι μαθητές/-ήτριες να παραβλέπουν το πρόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου ή να συγχέουν το πρόσημο της διακρίνουσας με το πρόσημο του τριωνύμου (π.χ. όταν $\Delta < 0$, θεωρούν ότι και το τριώνυμο παίρνει αρνητικές τιμές).

Τα παραπάνω προβλήματα συχνά αντιμετωπίζονται με διάφορα «τεχνάσματα» και μνημονικούς κανόνες με τα σύμβολα «+» και « –», ώστε να προσδιορίσουν οι μαθητές/-ήτριες το πρόσημο του τριωνύμου και να επιλύσουν ανισώσεις 2ου βαθμού. Τέτοιες προσεγγίσεις δε συνδέονται με την κατανόηση του πότε και γιατί ένα τριώνυμο παίρνει θετικές και πότε αρνητικές τιμές. Για τον λόγο αυτό προτείνεται να δοθεί έμφαση στην κατανόηση της διαδικασίας προσδιορισμού του πρόσημου του τριωνύμου (π.χ. μέσα από τη μελέτη του προσήμου των παραγόντων του και του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου, όταν αυτό παραγοντοποιείται) και στη συνέχεια στη χρήση των συμπερασμάτων για την επίλυση ανισώσεων 2ου βαθμού. Η μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων με χρήση ανισώσεων 2ου βαθμού (π.χ. η άσκηση 7 της Β' Ομάδας και στοιχεία της δραστηριότητας Δ.14 του ΠΣ και) λειτουργούν προς αυτήν την κατεύθυνση.

Η διερεύνηση του προσήμου σε παραμετρικές ανισώσεις, η διερεύνηση δευτεροβάθμιας εξίσωσης που οδηγεί σε δευτεροβάθμια ανίσωση και η παραγοντοποίηση τριωνύμου με δύο παραμέτρους δεν περιλαμβάνονται στους στόχους της διδασκαλίας. Έτσι, προτείνεται να μην διαπραγματευθούν οι ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 6 και 8 της Β' Ομάδας.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

α) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 5x - 6 < 0$.

β) Να βρείτε το πρόσημο των αριθμών Κ = $\left(-\frac{46}{47}\right)^2 + 5\cdot\frac{46}{47} - 6$ και

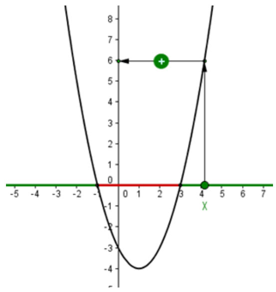
Μ = $(\sqrt{37})^2 - 5\sqrt{37} - 6$ αιτιολογώντας το συλλογισμό σας.

γ) Αν $\alpha \in (-6, 6)$, να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $\Lambda = \alpha^2 - 5|\alpha| - 6$ αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Ποιοι πραγματικοί αριθμοί είναι μεγαλύτεροι από το τετράγωνό τους; Ποιοι είναι μεγαλύτεροι κατά 1 από το τετράγωνό τους;

Ενδεικτική δραστηριότητα 3:



Το μικροπείραμα «Πρόσημο των τιμών του τριωνύμου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, παρά το ότι εμπλέκει τη γραφική παράσταση του τριωνύμου, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, ώστε ο/η μαθητής/-τρια να οδηγηθεί μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην εύρεση της περιοχής που πρέπει να κινείται η τιμή της μεταβλητής x, ώστε το τριώνυμο να παίρνει θετική ή αρνητική τιμή. Παράλληλα μαθαίνει για το ρόλο της εικασίας και του πειραματισμού στη διαδικασία της εύρεσης αλγεβρικών σχέσεων.

http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1752

Κεφάλαιο 5ο

(Προτείνεται να διατεθούν 10 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/-ήτριες εισάγονται στην έννοια της ακολουθίας πραγματικών αριθμών και μελετούν περιπτώσεις ακολουθιών που εμφανίζουν κάποιες ειδικές μορφές κανονικότητας, την αριθμητική και τη γεωμετρική πρόοδο. Ειδικότερα:

§5.1 Προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες

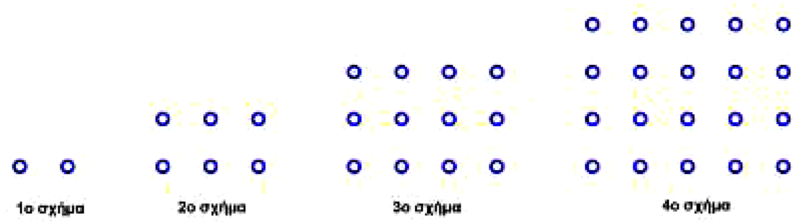
Το εισαγωγικό παράδειγμα της παραγράφου φέρνει τους/τις μαθητές/-ήτριες σε επαφή με την έννοια της ακολουθίας μέσα από μία κατάσταση της καθημερινής ζωής. Επειδή μέσα από τέτοιες καταστάσεις οι μαθηματικές έννοιες αποκτούν νόημα για τους/τις μαθητές/-ήτριες προτείνεται η διαπραγμάτευση του παραδείγματος στην τάξη.

Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στην αναγνώριση της ακολουθίας ως αντιστοιχίας των φυσικών στους πραγματικούς αριθμούς και στην εξοικείωση των μαθητών/-τριων με το συμβολισμό που τους/τις δυσκολεύει (π.χ. ότι ο φυσικός αριθμός 1, μέσω μιας ακολουθίας $α_ν$, αντιστοιχεί στον πραγματικό αριθμό $α_1$ που αποτελεί τον πρώτο όρο της ακολουθίας αυτής). Αυτή η διαδικασία μπορεί να υποστηριχτεί με την αξιοποίηση πινάκων τιμών όπως ο πίνακας του εισαγωγικού παραδείγματος της §5.1.

Επισημαίνεται ότι στόχος της διδασκαλίας της συγκεκριμένης ενότητας είναι να υποστηρίξει τη διδασκαλία των αριθμητικών και γεωμετρικών προόδων και όχι τη συστηματική και βαθύτερη μελέτη των ακολουθιών. Επομένως, αναμένεται οι μαθητές/-ήτριες να είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν την έννοια της ακολουθίας στο πλαίσιο της μελέτης των προόδων.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

i) Ποιον κανόνα πρέπει να εφαρμόσουμε για να υπολογίσουμε από πόσα σημεία θα αποτελείται το 7ο σχήμα ;



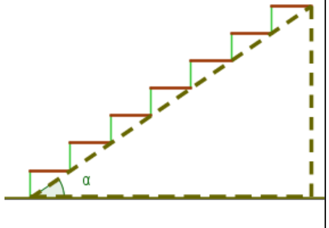
ii) Από πόσα σημεία θα αποτελείται το 27ο σχήμα **;**

§5.2 Προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες

Αρχικά οι μαθητές/-ήτριες χρειάζεται να μπορούν να αναγνωρίσουν με βάση τον ορισμό αν μια συγκεκριμένη ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος (π.χ. στις ασκήσεις 10 και 12 της Α΄ Ομάδας). Στη συνέχεια, να προσδιορίζουν το ν-οστό όρο με τρόπο τέτοιο που να τους βοηθά να αντιληφθούν κανονικότητες, οι οποίες μπορούν να τους οδηγήσουν σε γενικά συμπεράσματα. Η μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων (όπως οι ασκήσεις 12 της Α΄ Ομάδας και 9 και 12 της Β΄ Ομάδας) συμβάλλει στην εννοιολογική κατανόηση της έννοιας της αριθμητικής προόδου.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Το μικροπείραμα «Ας φτιάξουμε μια σκάλα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά ώστε ο/η μαθητής/-ήτρια να οδηγηθεί μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην κατανόηση των εννοιών της αριθμητικής προόδου.



http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5155

§5.3 Προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες

Η διαπραγμάτευση της έννοιας της γεωμετρικής προόδου προτείνεται να γίνει κατ' αντιστοιχία με την έννοια της αριθμητικής προόδου. Προτείνεται η παρακάτω ενδεικτική δραστηριότητα ώστε να αντιληφθούν οι μαθητές/-ήτριες κανονικότητες που θα τους οδηγήσουν στην εύρεση του νιοστού όρου γεωμετρικής προόδου.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Την ημέρα που η Μαρία γιόρταζε τα 12α γενέθλιά της, η γιαγιά της, της έδωσε 50 ευρώ και της είπε ότι μέχρι να γιορτάσει τα 21α γενέθλιά της θα της αύξανε κάθε χρόνο το ποσό του δώρου της κατά 10 ευρώ. Ο παππούς της Μαρίας της έδωσε 5 ευρώ και της είπε ότι μέχρι να γιορτάσει τα 21α γενέθλιά της θα της διπλασίαζε κάθε χρόνο, το προηγούμενο ποσό του δώρου του. Η Μαρία δυσαρεστήθηκε με την πρόταση του παππού της. Είχε δίκιο; Πόσα χρήματα θα είναι το δώρο της, στα 15α και στα 21α γενέθλια της, από τον παππού της και πόσα από τη γιαγιά της;

Κεφάλαιο 6ο (Προτείνεται να διατεθούν 11 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές/-ήτριες, στο Γυμνάσιο, έχουν έρθει σε επαφή με την έννοια της συνάρτησης, κυρίως με εμπειρικό τρόπο, και έχουν διερευνήσει στοιχειωδώς συγκεκριμένες συναρτήσεις. Στην Α' Λυκείου μελετούν την έννοια της συνάρτησης με πιο συστηματικό και τυπικό τρόπο. Σε πολλούς/ες μαθητές/-ήτριες δημιουργούνται παρανοήσεις και ελλιπείς εικόνες σχετικά με την έννοια αυτή, με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν προβλήματα στην αναγνώριση μιας συνάρτησης, καθώς και να μη μπορούν να χειριστούν με ευελιξία διαφορετικές αναπαραστάσεις της ίδιας συνάρτησης (π.χ. πίνακας τιμών, αλγεβρικός τύπος, γραφική παράσταση). Για τον λόγο αυτό θα πρέπει οι μαθητές/-ήτριες, μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων, να χρησιμοποιούν, να συνδέουν και να ερμηνεύουν τις αναπαραστάσεις μιας συνάρτησης καθώς και να εντοπίζουν τα πλεονεκτήματα καθεμιάς εξ αυτών. Η μονόπλευρη χρήση των συναρτήσεων ως αφορμή για εξάσκηση αλγεβρικών δεξιοτήτων, όπως η εξαντλητική ενασχόληση των μαθητών/-τριών με επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων για την εύρεση του πεδίου ορισμού, δεν βοηθά στην κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης και δεν είναι στο πνεύμα της διδασκαλίας.

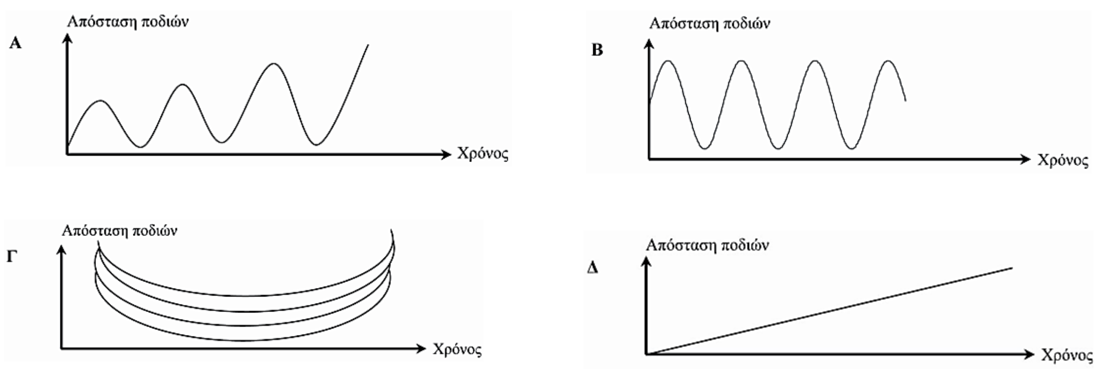
Ειδικότερα:

§6.1 - §6.2 Προτείνεται να διατεθούν 7 ώρες

Προτείνεται να δοθούν αρχικά συγκεκριμένα παραδείγματα μοντελοποίησης καταστάσεων (πχ. οι δραστηριότητες Δ.13, Δ.15 του ΠΣ), ώστε να αναδειχθεί η σημασία της έννοιας της συνάρτησης για τις εφαρμογές, και στη συνέχεια να ακολουθήσει ο τυπικός ορισμός. Να δοθεί έμφαση στην αναγνώριση και τεκμηρίωση, με βάση τον ορισμό, αν αντιστοιχίες που δίνονται με διάφορες αναπαραστάσεις είναι συναρτήσεις ή όχι (οι δραστηριότητες Δ12 και Δ16 του ΠΣ λειτουργούν προς αυτήν την κατεύθυνση) και στον προσδιορισμό της ανεξάρτητης και της εξαρτημένης μεταβλητής. Η σύνδεση διαφορετικών αναπαραστάσεων μιας συνάρτησης (τύπος, πίνακας τιμών και γραφική παράσταση) μπορεί να υποστηρίξει την κατανόηση των εννοιών. Η ερμηνεία μιας δεδομένης γραφικής παράστασης για την επίλυση ενός προβλήματος, η γραφική επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων (για παράδειγμα, όταν δίνονται μόνο τα γραφήματα) και η γεωμετρική ερμηνεία αλγεβρικών συμπερασμάτων (όπως, για παράδειγμα, η γεωμετρική ερμηνεία της ύπαρξης ή μη λύσεων μιας δευτεροβάθμιας εξίσωσης) μπορούν να συμβάλλουν στη νοηματοδότηση εννοιών και διαδικασιών.

Η συζήτηση της «Απόστασης σημείων» αναδεικνύει τη χρήση του Πυθαγορείου θεωρήματος και μπορεί να βοηθήσει στην κατανόηση πλευρών του συστήματος συντεταγμένων (σύνδεση του μήκους τμήματος με τις συντεταγμένες σημείου). Ωστόσο, η εξάσκηση των μαθητών/-τριών σε πράξεις και αλγεβρικούς υπολογισμούς με αφορμή τον τύπο της απόστασης δεν υποστηρίζει αυτή την κατανόηση και προτείνεται η αποφυγή της. Επισημαίνεται ότι δεν θα διδαχτεί η εφαρμογή της σελίδας 155 (εξίσωση κύκλου).

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>
Ο Μιχάλης κάθεται πάνω σε μια κούνια. Αρχίζει να κάνει κούνια προσπαθώντας να φτάσει όσο το δυνατόν πιο ψηλά. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αναπαριστά καλύτερα την απόσταση των ποδιών του από το έδαφος, καθώς κάνει κούνια;



Πηγή: Θέμα «Κούνια», PISA 2003
https://www.iep.edu.gr/pisa/index.php/examples/themata-mathimatikon

§6.3 Προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες

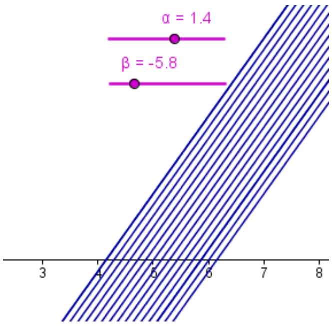
Οι μαθητές/-ήτριες έχουν διαπραγματευθεί τη γραφική παράσταση της ευθείας $y = \alpha x + \beta$ στο Γυμνάσιο. Εδώ προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση του ρόλου των παραμέτρων α και β στη γραφική παράσταση της $f(x) = \alpha x + \beta$, ώστε να προκύψουν οι σχετικές θέσεις ευθειών στο επίπεδο (πότε είναι παράλληλες μεταξύ τους, πότε ταυτίζονται, πότε τέμνουν τον άξονα y'y στο ίδιο σημείο).

Επίσης προτείνεται, αφού οι μαθητές/-ήτριες παρατηρήσουν (με χρήση της γραφικής παράστασης και του πίνακα τιμών συγκεκριμένων συναρτήσεων) πώς μεταβάλλονται οι τιμές της συνάρτησης όταν μεταβάλλεται η τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής, να διερευνήσουν το ρόλο των παραμέτρων α και β (προτείνεται η δραστηριότητα Δ17 του ΠΣ). Η κλήση ευθείας ως λόγος μεταβολής βοηθά τους/τις μαθητές/-ήτριες να συνδέσουν τον συντελεστή διεύθυνσης με τη συγκεκριμένη γωνία ω (όπως στο τρίγωνο ΑΚΒ του σχήματος που περιλαμβάνεται στη θεωρία αυτής της παραγράφου).

Προτείνονται οι δραστηριότητες Δ18 και Δ19 του ΠΣ.

1η Ενδεικτική δραστηριότητα:

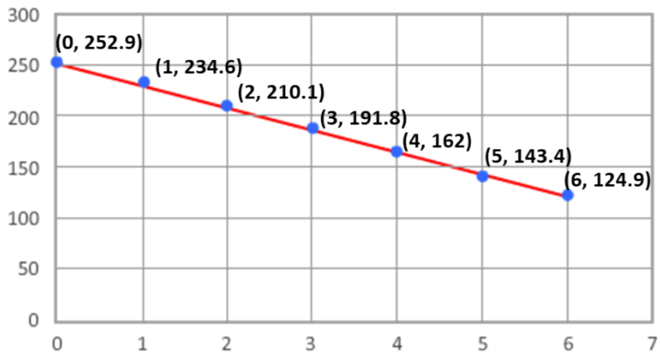
Το μικροπείραμα «Ο ρόλος των συντελεστών στην $y = \alpha x + \beta$ » από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, για την εισαγωγή στη συνάρτηση $f(x) = \alpha x + \beta$ μέσω της διερεύνησης του ρόλου κάθε συντελεστή στο σχηματισμό της ευθείας $y = \alpha x + \beta$ και ερμηνείας της σχέσης των μελών της κάθε μιας από τις δυο οικογένειες ευθειών, για α σταθερό και β μεταβαλλόμενο και αντίστροφα.



http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1774

2η Ενδεικτική δραστηριότητα:

Στο διάγραμμα φαίνεται ο συνολικός αριθμός των πωλήσεων DVD στο Ηνωμένο Βασίλειο σε ετήσια βάση από το 2008 έως το 2014. Οι τιμές στον οριζόντιο άξονα αναφέρονται στον αριθμό των ετών **μετά** το 2008.



Στο διάγραμμα μπορείς να δεις τις συντεταγμένες των σημείων. Για παράδειγμα, το σημείο (0, 252.9) δείχνει ότι πουλήθηκαν 252.9 εκατομμύρια DVD το 2008. Το σημείο (1, 234.6) δείχνει ότι πουλήθηκαν 234.6 εκατομμύρια DVD κατά το έτος 2009, κ.λπ. Στο διάγραμμα προστέθηκε μια ευθεία γραμμή, για να μοντελοποιήσει αυτά τα σημεία δεδομένων.

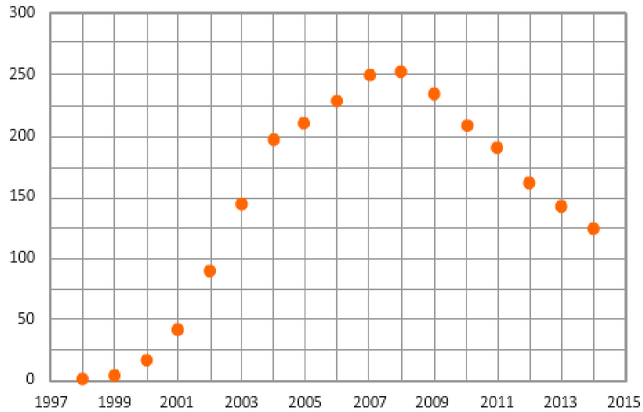
Ερώτηση 1: Ισχύουν οι προτάσεις στον παρακάτω πίνακα με βάση τις πληροφορίες που φαίνονται στο διάγραμμα; Κάνε κλικ στο Ναι ή στο Όχι για κάθε πρόταση.

Πρόταση	**Ναι**	**Όχι**
Ο αριθμός των πωλήσεων DVD μειώθηκε περίπου κατά 50% από το 2008 έως το 2014.	○	○
Ο αριθμός των πωλήσεων DVD μειωνόταν κάθε χρόνο κατά την ίδια ποσότητα από το 2008 έως το 2014.	○	○
Η κλίση της ευθείας αναπαριστά τη μέση ετήσια μείωση των πωλήσεων DVD από το 2008 έως το 2014.	○	○

Ερώτηση 2: Η εξίσωση της ευθείας είναι *d*= 254 – 22*n*, όπου το *d* είναι ο αριθμός των πωλήσεων DVD (σε εκατομμύρια) και το *n* είναι ο αριθμός των ετών μετά το 2008.

Αν αυτή η τάση των πωλήσεων συνεχιστεί, σε ποιο έτος ο αριθμός των πωλήσεων DVD θα είναι χαμηλότερος από 1 εκατομμύριο σύμφωνα με το μαθηματικό μοντέλο;

Ερώτηση 3: Στο διάγραμμα φαίνεται ο συνολικός αριθμός των πωλήσεων DVD στο Ηνωμένο Βασίλειο σε ετήσια βάση από το 1998 έως το 2014. Από το 1998, υπήρξαν πολλές αλλαγές στις τάσεις που ακολούθησε ο αριθμός των πωλήσεων DVD. Ποιες είναι οι τάσεις των πωλήσεων (αυξητική ή πτωτική) και τα μαθηματικά μοντέλα (γραμμικό ή μη γραμμικό) που ανταποκρίνονται **καλύτερα** στα δεδομένα των περιόδων 1998-2004 και 2005-2007;



Να συμπληρώσεις τον πίνακα. Η τελευταία γραμμή έχει συμπληρωθεί για σένα ως παράδειγμα

Έτη	Τάση των πωλήσεων	Μαθηματικό Μοντέλο
1998-2004		
2005-2007		
2008-2014	Πτωτική	Γραμμικό

Πηγή: Θέμα «Πωλήσεις DVD», PISA 2022
https://pisa2022-questions.oecd.org/platform/index.html?user=&unit=MAT/MA106-DVDSales&lang=ell-GRC

3η Ενδεικτική δραστηριότητα:

Για λόγους υγείας, οι άνθρωποι θα πρέπει να περιορίζουν τις δυνάμεις τους, για παράδειγμα κατά τη διάρκεια της άθλησης, ώστε να μην υπερβούν μία συγκεκριμένη συχνότητα καρδιακών παλμών. Για χρόνια, η σχέση ανάμεσα στην προτεινόμενη μέγιστη συχνότητα καρδιακών παλμών ενός ατόμου και στην ηλικία του, περιγράφονταν με τον παρακάτω τύπο:

Προτεινόμενη μέγιστη συχνότητα καρδιακών παλμών = 220 – *ηλικία*.

Πρόσφατες έρευνες έδειξαν ότι ο τύπος αυτός θα έπρεπε να τροποποιηθεί λίγο. Ο καινούργιος τύπος είναι ο ακόλουθος:

Προτεινόμενη μέγιστη συχνότητα καρδιακών παλμών = 208 – (0,7 x *ηλικία*).

Ερώτηση 1: Ένα άρθρο εφημερίδας αναφέρει: «Λόγω της χρήσης του νέου τύπου αντί του παλιού, ο μέγιστος αριθμός που προτείνεται για τους καρδιακούς παλμούς ανά λεπτό, μειώνεται λίγο για τους νέους ανθρώπους και αυξάνεται λίγο για τους ηλικιωμένους». Από ποια ηλικία και μετά αυξάνεται η προτεινόμενη μέγιστη συχνότητα καρδιακών παλμών λόγω ρήσης του νέου τύπου; Να γράψετε τον τρόπο σκέψης σας.

Ερώτηση 2: Ο τύπος *Προτεινόμενη μέγιστη συχνότητα καρδιακών παλμών* = 208 – (0,7 x *ηλικία*) χρησιμοποιείται επίσης, για να εκτιμήσει πότε η σωματική άσκηση είναι πιο αποτελεσματική. Έρευνες έχουν δείξει ότι η σωματική άσκηση είναι πιο αποτελεσματική, όταν οι καρδιακοί παλμοί φθάνουν στο 80% της προτεινόμενης μέγιστης συχνότητας. Να γράψεις έναν τύπο που θα υπολογίζει τη συχνότητα καρδιακών παλμών, ως συνάρτηση της ηλικίας, για να είναι η σωματική άσκηση πιο αποτελεσματική.

Πηγή: Θέμα «Καρδιακοί παλμοί», PISA 2003

https://www.iep.edu.gr/pisa/index.php/examples/themata-mathimatikon

ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ Τάξης ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΛ

Η διαχείριση της ύλης είναι αυτή που προτείνεται για την Α΄ τάξη Ημερησίου ΓΕΛ με την ακόλουθη διαφοροποίηση ως προς τις ώρες διδασκαλίας ανά κεφάλαιο.

Εισαγωγικό Κεφάλαιο §Ε.2

(Προτείνεται να διατεθεί 1 διδακτική ώρα)

Κεφάλαιο 2ο

(Προτείνεται να διατεθούν 13 διδακτικές ώρες)

Κεφάλαιο 3ο

(Προτείνεται να διατεθούν 9 διδακτικές ώρες)

Κεφάλαιο 4ο

(Προτείνεται να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες)

Κεφάλαιο 5ο

(Προτείνεται να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες)

Κεφάλαιο 6ο

(Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

Για την προσαρμογή της διδασκαλίας στον διατιθέμενο χρόνο, προτείνεται να δίνεται έμφαση στα βασικά παραδείγματα - εφαρμογές και στην ανάδειξη, μέσω αυτών, του περιεχομένου (εννοιών και μεθόδων) της κάθε παραγράφου.

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗΣ

Η εγκατάσταση των Διαδραστικών Οθονών Αφής στα σχολεία προσφέρει πολυάριθμα πλεονεκτήματα στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη της διδασκαλίας. Συγκεκριμένα:

- Παρέχεται η δυνατότητα οργάνωσης, καταγραφής και αποθήκευσης μαθημάτων που δύνανται να αξιοποιηθούν τόσο από τους/τις εκπαιδευτικούς όσο κι από τους/τις μαθητές/-τριες.
- Προσφέρεται η εύκολη πρόσβαση στο note, στα σχεδιαστικά εργαλεία των οθονών αφής, σε ποικίλους Ανοικτούς Εκπαιδευτικούς Πόρους / Open Educational Resources (ΑΕΠ / OER) που περιλαμβάνουν κατηγορίες όπως: Εκπαιδευτικά Παιχνίδια/Δυναμικός Χάρτης/Εφαρμογές Λογισμικού/AR-VR-MR Αντικείμενα /3D Αντικείμενα κ.ά. καθώς και στην εφαρμογή mozaBook (που είναι προεγκατεστημένη στο περιβάλλον windows των οθονών και μελλοντικά θα εμπλουτιστεί με τα διαδραστικά σχολικά βιβλία).
- Όλα τα παραπάνω αποτελούν καινοτόμα μαθησιακά περιβάλλοντα, εύχρηστα, με πλούσιο οπτικοακουστικό υλικό οικείου χαρακτήρα και εξοικείωσης με την καθημερινότητα των μαθητών/-τριών, που ανταποκρίνονται στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Επίσης, δίνουν στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να οργανώσει το μάθημά του/της, δημιουργώντας ένα «υβριδικό περιβάλλον εργασίας», που λειτουργεί ως διδακτικό αποθετήριο και εμπλουτίζεται στο πλαίσιο της σύγχρονης και ασύγχρονης διδασκαλίας.
- Οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να προσαρμόσουν το υλικό διδασκαλίας τους ώστε να ανταποκρίνεται στη γνωστική ετοιμότητα και στις ανάγκες των μαθητών/-τριών, σε σχέση με την ηλικία τους και τους διαφορετικούς τύπους μάθησης (οπτικός, ακουστικός, κιναισθητικός), προσφέροντας υλικό σε διαφορετικές μορφές, με άξονα τη συμπερίληψη όλων καθώς και την εξατομικευμένη μάθηση. Παράλληλα, η χρήση ποικίλων διαδραστικών δραστηριοτήτων επιτρέπουν την άμεση ανατροφοδότηση και αξιολόγηση του επιπέδου κατανόησης του μαθήματος.
- Η λειτουργία «πολλαπλής αφής» των διαδραστικών οθονών δίνει στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να σχεδιάσει και να ενσωματώσει στη διδασκαλία ομαδικές δραστηριότητες, που επιτρέπουν τη συνέργεια των μαθητών/-τριών, καλλιεργώντας δεξιότητες όπως της συνεργασίας και επικοινωνίας.
- Οι οθόνες αφής μπορούν να συνδεθούν με το Google Drive ή το OneDrive, με υπολογιστές, τάμπλετ και άλλες συσκευές, διευκολύνοντας τη μεταφορά και την κοινή χρήση πληροφοριών.
- Δίνεται η δυνατότητα στον/στην εκπαιδευτικό να μοιράζεται με τους/τις μαθητές/-τριες εκπαιδευτικό υλικό και να το επαναχρησιμοποιεί, μειώνοντας τον φόρτο εργασίας.
- Δίνεται η δυνατότητα της αντεστραμμένης διδασκαλίας και η λειτουργία της ανεστραμμένης τάξης.
- Δίνεται η δυνατότητα ένταξης της τεχνητής νοημοσύνης (ΤΝ) στη μαθησιακή διαδικασία.
- Τέλος, τα διαδραστικά συστήματα μάθησης διευκολύνουν και επιταχύνουν τη διενέργεια του μαθήματος καθώς δεν απαιτούν συσκότιση της αίθουσας για να προβληθεί υλικό, έχουν ενσωματωμένα ηχεία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαισθητικά με την αφή. Το σύνολο του υλικού των Οδηγιών Διδασκαλίας είναι κατάλληλο για χρήση δια μέσου των διαδραστικών συστημάτων μάθησης. Επιπροσθέτως, τα συστήματα αυτά διαθέτουν την επιλογή της λειτουργίας τους ως ασπροπίνακες με πολλές επιπλέον δυνατότητες πέραν της απλής γραφής κειμένου (π.χ. λειτουργία screenshot της οθόνης και δυνατότητα γραφής σημειώσεων πάνω στο screenshot, αντιγραφή-επικόλληση μέρους των σημειώσεων κ.ά.).
- Το σύνολο των δυνατοτήτων του υλικού κάθε μοντέλου διαδραστικού συστήματος μάθησης μπορεί να αναζητηθεί στις εξής διευθύνσεις:

- Συχνές ερωτήσεις Διαδραστικών Συστημάτων.
- Χρήσιμα αρχεία Διαδραστικών Συστημάτων.

Για τη διδασκαλία των **Μαθηματικών**, οι διαδραστικές οθόνες αφής διευκολύνουν τη χρήση δυναμικών λογισμικών Μαθηματικών, εργαλείων γεωμετρικών κατασκευών, διαδραστικών ασκήσεων, βίντεο-ηχητικών, τρισδιάστατων μοντέλων, εγείροντας το ενδιαφέρον των μαθητών/-τριών και προάγοντας την αφομοίωση της ύλης.

ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2024–2025

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ Τάξης ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ, ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ, ΜΟΥΣΙΚΟΥ, ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΙΚΟΥ ΓΕΛ

Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α΄ Λυκείου εστιάζει στο πέρασμα από τον εμπειρικό στον θεωρητικό τρόπο σκέψης, με ιδιαίτερη έμφαση στον μαθηματικό συλλογισμό, την αιτιολόγηση και τη μαθηματική απόδειξη. Οι μαθητές /-ήτριες έχουν έρθει σε επαφή με στοιχεία θεωρητικής γεωμετρικής σκέψης και στο Γυμνάσιο, όπου έχουν αντιμετωπίσει ασκήσεις που απαιτούν θεωρητική απόδειξη. Στην Α΄ Λυκείου, πρέπει αυτή η εμπειρία των μαθητών/-τριών να αξιοποιηθεί με στόχο την περαιτέρω ανάπτυξη της θεωρητικής τους σκέψης, κάτι που μπορεί να γίνει βαθμιαία και λαμβάνοντας υπόψη τις δυσκολίες του εγχειρήματος. Η διατύπωση ορισμών γεωμετρικών εννοιών είναι κάτι δύσκολο για τους /τις μαθητές /-ήτριες, ακόμα και αυτής της τάξης, καθώς απαιτεί τη συνειδητοποίηση των κρίσιμων και ελάχιστων ιδιοτήτων που απαιτούνται για τον καθορισμό μιας έννοιας. Για τον λόγο αυτό προτείνεται η διαμόρφωση ορισμών μέσα από συζήτηση στην τάξη: μπορεί να ζητηθεί από τους/τις μαθητές /-ήτριες μια πρώτη προσπάθεια ορισμού, να ακολουθήσει κριτική εξέταση (από τους/τις μαθητές /-ήτριες) που οδηγεί σε μια βελτιωμένη εκδοχή, η οποία πάλι εξετάζεται κ.ο.κ. Επίσης οι μαθητές /-ήτριες χρειάζεται να διερευνούν ιδιότητες και σχέσεις των γεωμετρικών εννοιών και να δημιουργούν εικασίες τις οποίες να προσπαθούν να τεκμηριώσουν. Η αντιμετώπιση της μαθηματικής απόδειξης απλά ως περιγραφή μιας σειράς λογικών βημάτων που παρουσιάζονται από τον/την εκπαιδευτικό, δεν είναι κατάλληλη ώστε να μυηθούν οι μαθητές /-ήτριες στη σημασία και στην κατασκευή μιας απόδειξης. Αντίθετα, είναι σημαντικό να εμπλακούν οι μαθητές /-ήτριες σε αποδεικτικές διαδικασίες, να προσπαθούν να εντοπίζουν τη βασική αποδεικτική ιδέα, μέσω πειραματισμού και διερεύνησης, και να χρησιμοποιούν μετασχηματισμούς και αναπαραστάσεις, που υποστηρίζουν την ανάπτυξη γεωμετρικών συλλογισμών. Θα πρέπει λοιπόν, να δοθεί έμφαση σε αποδείξεις που οι μαθητές /-ήτριες μπορούν να «ανακαλύψουν» μέσα στην τάξη (π.χ. οι ιδιότητες των παραλληλογράμων και τα αντίστοιχα κριτήρια) αντί για αποδείξεις που μπορούν μόνο να παρουσιαστούν από τον/την εκπαιδευτικό και να αποστηθιστούν από τον/την μαθητή /-ήτρια (πχ τα θεωρήματα της παρ. 5.7 και 5.8). Η κατασκευή από τους/τις μαθητές /-ήτριες αντιπαραδειγμάτων και η συζήτηση για το ρόλο τους είναι μια σημαντική διαδικασία, ώστε να αρχίσουν να αποκτούν μια πρώτη αίσθηση της σημασίας του αντιπαραδείγματος στα Μαθηματικά. Η απαγωγή σε άτοπο είναι επίσης μια μέθοδος που συχνά συναντούν οι μαθητές /-ήτριες στην απόδειξη αρκετών θεωρημάτων. Ο ρόλος του «άτοπου» στην τεκμηρίωση του αρχικού ισχυρισμού αλλά και το κατά πόσο η άρνηση του συμπεράσματος οδηγεί τελικά στην τεκμηρίωσή του, δημιουργούν ιδιαίτερη δυσκολία στους/στις μαθητές /-ήτριες. Σε όλα τα παραπάνω ουσιαστικό ρόλο μπορεί να παίξει η αξιοποίηση λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας.

[Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κ.λπ. Οι δραστηριότητες που αναφέρονται ως Δ1, Δ2 κ.λπ. περιέχονται στο Αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών της Α΄ Λυκείου (ΦΕΚ 162/22-1-2015) το οποίο μπορεί να ανακτηθεί από τον ιστότοπο του ΙΕΠ: http://www.iep.edu.gr/el/geniko-lyk/programmata-spoudon]

Στο πλαίσιο του διδακτικού σχεδιασμού οι εκπαιδευτικοί, προκειμένου να αξιοποιήσουν τις προτεινόμενες **ιστοσελίδες** από το διδακτικό υλικό ή/και τα διδακτικά βιβλία, να προβαίνουν σε επανέλεγχο της εγκυρότητάς τους, διότι ενδέχεται λόγω του δυναμικού τους χαρακτήρα ορισμένες από αυτές να είναι ανενεργές ή να οδηγούν σε διαφορετικό περιεχόμενο.

Κεφάλαιο 2ο (Προτείνεται να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Εισαγωγή (Προτείνεται να διατεθεί 1 διδακτική ώρα)

Στόχος της εισαγωγής είναι η διάκριση και επισήμανση των διαφορετικών χαρακτηριστικών της Πρακτικής Γεωμετρίας, που οι μαθητές /-ήτριες διδάχθηκαν σε προηγούμενες τάξεις, και της Θεωρητικής Γεωμετρίας που θα διδαχθούν στο Λύκειο. Κάποια ζητήματα που θα μπορούσαν να συζητηθούν για την ανάδειξη των πλεονεκτημάτων της Θεωρητικής Γεωμετρίας έναντι της Πρακτικής, είναι: Η αδυναμία ακριβούς μέτρησης, η ανάγκη μέτρησης αποστάσεων μεταξύ απρόσιτων σημείων, η αναξιοπιστία των εμπειρικών προσεγγίσεων (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ1 και Δ2 του ΠΣ)

Για να αποκτήσουν οι μαθητές /-ήτριες μια πρώτη αίσθηση των βασικών αρχών της ανάπτυξης της Ευκλείδειας Γεωμετρίας ως αξιωματικού συστήματος, προτείνεται να εμπλακούν σε μια συζήτηση σχετικά με τη σημασία και το ρόλο των όρων «πρωταρχική έννοια», «ορισμός», «αξίωμα», «θεώρημα», «απόδειξη». Στοιχεία της ιστορικής εξέλιξης της Γεωμετρίας μπορούν να αξιοποιηθούν από το 1ο κεφάλαιο και να αποτελέσουν ένα πλαίσιο αναφοράς στο οποίο θα αναδειχθούν τα παραπάνω ζητήματα.

§2.16 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Σε συνέχεια της συζήτησης που περιγράφεται παραπάνω (στην Εισαγωγή), προτείνεται η διαπραγμάτευση στην τάξη των θεωρημάτων της παραγράφου 2.16 αφενός ως εισαγωγή στην αποδεικτική διαδικασία, που περιλαμβάνει τη διερεύνηση, την εικασία και την αναζήτηση λογικών συλλογισμών που υποστηρίζουν ή απορρίπτουν την εικασία και αφετέρου ως συμπεράσματα τα οποία χρησιμοποιούνται πολύ συχνά στη συνέχεια.

Κεφάλαιο 3ο (Προτείνεται να διατεθούν 18 διδακτικές ώρες)

§3.1, §3.2 (Να διατεθούν 3 ώρες)

§3.3, §3.4 (Να διατεθούν 3 ώρες)

§3.5, §3.6 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Οι μαθητές /-ήτριες έχουν διαπραγματευθεί το μεγαλύτερο μέρος του περιεχομένου των παραγράφων 3.1 έως 3.6 στο Γυμνάσιο. Προτείνεται να δοθεί έμφαση σε κάποια στοιχεία όπως:
α) Η σημασία της ισότητας των ομόλογων πλευρών στη σύγκριση τριγώνων.
β) Η διαπραγμάτευση παραδειγμάτων τριγώνων με τρία ή περισσότερα κύρια στοιχεία τους ίσα, τα οποία -τρίγωνα- δεν είναι ίσα. Για παράδειγμα, αν κατασκευάσουμε ένα τρίγωνο με πλευρές 10, 12 και 14,4 εκατοστά και το φωτοτυπήσουμε με μεγέθυνση 120%, το νέο τρίγωνο

θα έχει 5 από τα 6 κύρια στοιχεία του ίσα με το αρχικό (τρεις γωνίες και δύο πλευρές), αλλά προφανώς τα τρίγωνα δεν είναι ίσα.

γ) Ο σχεδιασμός σχημάτων με βάση τις λεκτικές διατυπώσεις των γεωμετρικών προτάσεων (ασκήσεων, θεωρημάτων) και αντίστροφα.

δ) Η διατύπωση των γεωμετρικών συλλογισμών των μαθητών /-ητριών από τους/τις ίδιους/-ες.

ε) Η ισότητα τριγώνων, ως μια στρατηγική απόδειξης ισότητας ευθυγράμμων τμημάτων ή γωνιών (σχόλιο στο τέλος της §3.2).

στ) Ο εντοπισμός κατάλληλων τριγώνων, σε σύνθετα σχήματα, για σύγκριση (όπως, για παράδειγμα, στις αποδεικτικές ασκήσεις 2 της σελ. 48 και 4 της σελ. 54).

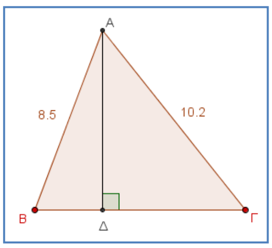
ζ) Η σημασία της «βοηθητικής γραμμής» στην αποδεικτική διαδικασία (πόρισμα Ι της §.3.2).

Οι αποδείξεις των θεωρημάτων και των πορισμάτων των παραγράφων 3.2, 3.4, 3.6 δεν αποτελούν εξεταστέα ύλη. Ωστόσο, οι αποδείξεις των πορισμάτων αυτών των παραγράφων προτείνεται να συζητηθούν στην τάξη ως ασκήσεις εφαρμογής των κριτηρίων ισότητας τριγώνων αντί πιο σύνθετων ασκήσεων, και ως μέσο μιας ολιστικής θεώρησης των ιδιοτήτων των τριγώνων. Συγκεκριμένα προτείνεται:

- Να ενοποιηθούν σε μια πρόταση οι προτάσεις που ταυτίζουν τη διχοτόμο, τη διάμεσο και το ύψος από τη κορυφή ισοσκελούς τριγώνου (πόρισμα Ι της §3.2, πόρισμα Ι της §3.4, πόρισμα Ι της §3.6).
- Μαζί με την πρόταση αυτή να γίνει η διαπραγμάτευση της εφαρμογής 2 της §3.12 για την απόδειξη της οποίας αρκούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- Σαν μια ενιαία πρόταση, να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να δείξουν ότι σε ίσα τρίγωνα τα δευτερεύοντα στοιχεία τους (διάμεσος, ύψος, διχοτόμος) που αντιστοιχούν σε ομόλογες πλευρές είναι επίσης ίσα (π.χ. άσκηση 1i Εμπέδωσης της &3.4, άσκηση 4 Εμπέδωσης της &3.6). Ενιαία μπορούν να αντιμετωπιστούν, ως αντίστροφες προτάσεις, τα πορίσματα IV της §3.2 και III, IV της §3.4 που αναφέρονται στις σχέσεις των χορδών και των αντίστοιχων τόξων.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2</u>:

Με το μικροπείραμα «Ύψος, Διάμεσος και διχοτόμος της κορυφής ισοσκελούς τριγώνου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-ήτριες οδηγούνται μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην εύρεση της σχέσης που συνδέει το ύψος, τη διάμεσο και τη διχοτόμο της κορυφής ενός ισοσκελούς τριγώνου. Παράλληλα μαθαίνουν για το ρόλο της εικασίας και του πειραματισμού στη διαδικασία της εύρεσης σχέσεων μεταξύ γεωμετρικών αντικειμένων.



http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2277

§3.7 (Να διατεθεί 1 ώρα)

Με στόχο την ανάδειξη της διδακτικής αξίας των γεωμετρικών τόπων προτείνεται τα πορίσματα III της §3.2 και II της §3.4, που αφορούν στη μεσοκάθετο τμήματος, καθώς και το θεώρημα IV της §3.6, που αφορά στη διχοτόμο γωνίας, να διδαχθούν ενιαία ως παραδείγματα βασικών γεωμετρικών τόπων. Συγκεκριμένα, προτείνεται οι μαθητές/-ήτριες πρώτα να εικάσουν τους συγκεκριμένους γεωμετρικούς τόπους και στη συνέχεια να τους αποδείξουν.

§3.10 - §3.12 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Η ύλη των παραγράφων αυτών είναι νέα για τους/τις μαθητές/-ήτριες. Να επισημανθεί στους/στις μαθητές/-ήτριες ότι η τριγωνική ανισότητα αποτελεί κριτήριο για το πότε τρία ευθύγραμμα τμήματα αποτελούν πλευρές τριγώνου (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ9, Δ10 και Δ11 του ΠΣ). Στόχος είναι οι μαθητές/-ήτριες να διαπιστώσουν την αναγκαιότητα της τριγωνικής ανισότητας για την κατασκευή ενός τριγώνου όπως για παράδειγμα στην Ερώτηση Κατανόησης 3, αλλά και για τη λειτουργικότητά της όπως για παράδειγμα στην αποδεικτική άσκηση 4 που διαπραγματεύεται την απόσταση σημείου από κύκλο.

§3.14 - §3.16 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Τα συμπεράσματα της §3.14 είναι γνωστά στους/στις μαθητές/-ήτριες από το Γυμνάσιο. Το περιεχόμενο της §3.16 δεν είναι γνωστό στους/στις μαθητές/-ήτριες και χρειάζεται και για τις γεωμετρικές κατασκευές που ακολουθούν.

§3.17, §3.18 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Η διαπραγμάτευση των γεωμετρικών κατασκευών συμβάλλει στην κατανόηση των σχημάτων από τους/τις μαθητές/-ήτριες με βάση τις ιδιότητές τους καθώς και στην ανάπτυξη της αναλυτικής και συνθετικής σκέψης η οποία μπορεί να αξιοποιηθεί και σε εξωμαθηματικές γνωστικές περιοχές. Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα τα προβλήματα 2 και 4 της §3.17 και τα προβλήματα 2 και 3 της §3.18.

Κεφάλαιο 4^{ο} (Προτείνεται να διατεθούν 9 διδακτικές ώρες)

§4.1, §4.2, §4.4, §4.5 (Να διατεθούν 5 ώρες)

Το σημαντικότερο θέμα στις παραγράφους αυτές αποτελεί το «αίτημα παραλληλίας» το οποίο καθορίζει τη φύση της Γεωμετρίας στην οποία αναφερόμαστε. Η σημασία του «αιτήματος παραλληλίας», για τη Γεωμετρία την ίδια και για την ιστορική της εξέλιξη, μπορεί να διαφανεί από στοιχεία που παρέχονται στο ιστορικό σημείωμα στο τέλος του κεφαλαίου. Οι μαθητές/-ήτριες είναι σημαντικό να αναγνωρίσουν την αδυναμία χρήσης του ορισμού των παραλλήλων ευθειών, καθώς και τη σημασία των προτάσεων της §4.2 (που προηγούνται του «αιτήματος παραλληλίας») ως εργαλεία για την απόδειξη της παραλληλίας δύο ευθειών. Προτείνεται να διερευνήσουν οι μαθητές/-ήτριες τη σχέση του θεωρήματος και της Πρότασης I της §4.2 με στόχο να αναγνωρίσουν ότι το ένα είναι το αντίστροφο του άλλου.

Προτείνεται επίσης, με αφορμή τη διαπραγμάτευση των θεωρημάτων της παραγράφου 4.5 να επισημανθεί η στρατηγική που χρησιμοποιείται στις αποδείξεις των θεωρημάτων σχετικά με το πώς δείχνουμε ότι τρεις ευθείες διέρχονται από το ίδιο σημείο, γιατί δεν είναι οικεία στους/στις μαθητές/-ήτριες.

§4.6, §4.8 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Προτείνεται το θεώρημα της §4.6 να συνδεθεί με τα πορίσματα της §3.10, ώστε οι μαθητές/-ήτριες να αναγνωρίσουν ότι το συμπέρασμα του θεωρήματος είναι ισχυρότερο από τα πορίσματα και ότι αυτό οφείλεται στη χρήση του «αιτήματος παραλληλίας» στην απόδειξή του. Το ίδιο ισχύει και για το πόρισμα (i) της §4.6 σε σχέση με το Θεώρημα της §3.10.

Προτείνεται οι μαθητές/-ήτριες, χρησιμοποιώντας το άθροισμα των γωνιών τριγώνου, να βρουν το άθροισμα των γωνιών τετραπλεύρου, πενταγώνου κ.ά., να εικάσουν το άθροισμα των γωνιών ν-γώνου και να αποδείξουν την αντίστοιχη σχέση (προτείνεται η δραστηριότητα Δ7 του ΠΣ). Δίνεται έτσι η δυνατότητα σύνδεσης Γεωμετρίας και Άλγεβρας. Να επισημανθεί, επίσης, η σταθερότητα του αθροίσματος των εξωτερικών γωνιών ν-γώνου.

Ιστορικό Σημείωμα (1 ώρα)

Στο ιστορικό σημείωμα αναδεικνύεται η σημασία του 5ου αιτήματος στην δημιουργία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και παρουσιάζεται η συζήτηση και οι αναζητήσεις που προκάλεσε η διατύπωσή του, μέχρι τον 19ο αιώνα, και που τελικά οδήγησαν στη δημιουργία των μη-Ευκλείδειων Γεωμετριών. Προτείνεται, η θεματολογία του ιστορικού σημειώματος, να χρησιμοποιηθεί για να γίνουν σχετικές εργασίες από τους/τις μαθητές/-ήτριες.

Κεφάλαιο 5^{o} (Προτείνεται να διατεθούν 19 διδακτικές ώρες)

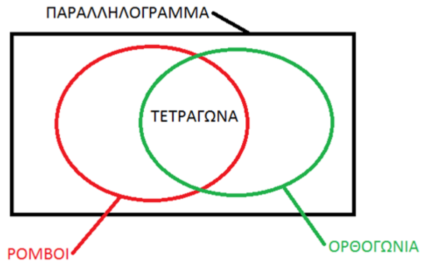
§5.1, §5.2 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Να επισημανθεί ότι καθένα από τα κριτήρια για τα παραλληλόγραμμα περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για να είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του παραλληλογράμμου (προτείνεται η δραστηριότητα Δ12 του ΠΣ). Προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να διερευνήσουν αν ένα τετράπλευρο με τις δυο απέναντι πλευρές παράλληλες και τις άλλες δυο ίσες είναι παραλληλόγραμμο.

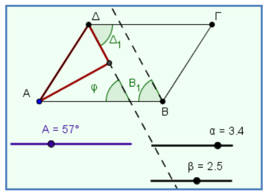
§5.3 - §5.5 (Να διατεθούν 5 ώρες)

Να επισημανθεί ότι κάθε ένα από τα κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο ή ρόμβος ή τετράγωνο περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για να είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του ορθογωνίου ή του ρόμβου ή του τετραγώνου αντίστοιχα. Επιδιώκεται οι μαθητές/-ήτριες να αναγνωρίζουν τα είδη των παραλληλογράμμων (ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο) με βάση τα αντίστοιχα κριτήρια και όχι με βάση κάποια πρότυπα σχήματα που συνδέονται με την οπτική γωνία που τα κοιτάμε. Να δοθεί έμφαση στην ταξινόμηση των παραλληλογράμμων με βάση τις ιδιότητές τους (βλέπε ενδεικτική δραστηριότητα 1) για την άρση της παρανόησης που δημιουργείται σε μαθητές/-ήτριες, ότι ένα τετράγωνο δεν είναι ορθογώνιο ή ένα τετράγωνο δεν είναι ρόμβος. Προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να διερευνήσουν: αν ένα τετράπλευρο με ίσες διαγώνιες είναι ορθογώνιο και αν ένα τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιες είναι ρόμβος.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:
Να δημιουργήσετε διαγραμματική αναπαράσταση της ταξινομίας των παραλληλογράμμων (π.χ. με χρήση εννοιολογικού χάρτη, διαγράμματος Venn).



Ενδεικτική δραστηριότητα 2:
Η άσκηση εμπέδωσης 3 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να υλοποιηθεί διερευνητικά με ψηφιακά εργαλεία και μία κατασκευή όπως αυτή που προτείνεται στο μικροπείραμα «Τι σχήμα δημιουργούν οι διχοτόμοι των γωνιών ενός παραλληλογράμμου;» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία. Με τη βοήθεια του λογισμικού οι μαθητές/-ήτριες μεταβάλλουν τις γωνίες και τις πλευρές ενός παραλληλογράμμου για να δημιουργήσουν την εικασία σχετικά με το σχήμα που δημιουργείται από τις διχοτόμους, ενώ στη συνέχεια αποδεικνύουν την εικασία αυτή.

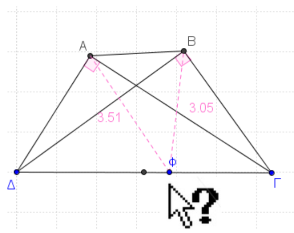


http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5825

§5.6 – §5.9 (Να διατεθούν 6 ώρες)

Σχετικά με την μεσοπαράλληλο δύο παραλλήλων, προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να εικάσουν σε ποια γραμμή ανήκουν τα σημεία που ισαπέχουν από δυο παράλληλες ευθείες και στη συνέχεια να αποδείξουν ότι η μεσοπαράλληλή τους είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος. Προτείνεται, επίσης, η διαπραγμάτευση στην τάξη της Εφαρμογής 1 της §5.6. Στην §5.8 προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να διερευνήσουν τα είδη των τριγώνων που το ορθόκεντρο είναι μέσα ή έξω από το τρίγωνο. Προτείνεται επίσης η διαπραγμάτευση της αποδεικτικής άσκησης 10 ώστε οι μαθητές/-ήτριες να αξιοποιήσουν τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων στην επίλυση προβλήματος. Τέλος, θα μπορούσαν να αναζητηθούν εναλλακτικές αποδείξεις για τα θεωρήματα που αφορούν στις ιδιότητες του ορθογωνίου τριγώνου.

Ενδεικτική δραστηριότητα:
Προτείνεται να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά το μικροπείραμα «Η σχέση της υποτείνουσας ενός ορθογωνίου τριγώνου με τη διάμεσο που αντιστοιχεί σ' αυτήν και επίλυση προβλημάτων με τη σχέση αυτή».
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5781



§5.10, §5.11 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Εκτός από το συγκεκριμένο αντικείμενο των παραγράφων αυτών, προτείνεται να εμπλακούν οι μαθητές/-ήτριες στην επίλυση προβλημάτων που συνδυάζουν γεωμετρικά θέματα από όλο το κεφάλαιο, όπως η δραστηριότητα 1 και η εργασία στο τέλος του κεφαλαίου. Προτείνεται επίσης να συζητηθεί με τους/τις μαθητές/-ήτριες η ταξινόμηση των τετραπλεύρων του σχολικού βιβλίου (σελ. 125) και, κατά την κρίση του/της εκπαιδευτικού, η συσχέτιση με άλλες ταξινομήσεις όπως αναφέρονται στο ιστορικό σημείωμα.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ Τάξης ΕΚΚΛΗΣΙΑΣΤΙΚΟΥ ΓΕΛ

Η διαχείριση της ύλης είναι αυτή που προτείνεται για την Α΄ τάξη Ημερησίου ΓΕΛ με την ακόλουθη διαφοροποίηση ως προς τις ώρες διδασκαλίας ανά κεφάλαιο.

Κεφ. 2ο: Τα βασικά Γεωμετρικά σχήματα
(προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Κεφ.3ο: Τρίγωνα
(προτείνεται να διατεθούν 9 διδακτικές ώρες)

Κεφ.4ο: Παράλληλες ευθείες
(προτείνεται να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

Κεφ.5ο: Παραλληλόγραμμα – Τραπέζια
(προτείνεται να διατεθούν 10 διδακτικές ώρες)

Για την προσαρμογή της διδασκαλίας στον διατιθέμενο χρόνο, προτείνεται να δίνεται έμφαση στα βασικά παραδείγματα - εφαρμογές και στην ανάδειξη, μέσω αυτών, του περιεχομένου (εννοιών και μεθόδων) της κάθε παραγράφου.

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗΣ

Η εγκατάσταση των Διαδραστικών Οθονών Αφής στα σχολεία προσφέρει πολυάριθμα πλεονεκτήματα στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη της διδασκαλίας. Συγκεκριμένα:

- Παρέχεται η δυνατότητα οργάνωσης, καταγραφής και αποθήκευσης μαθημάτων που δύνανται να αξιοποιηθούν τόσο από τους/τις εκπαιδευτικούς όσο κι από τους/τις μαθητές/-τριες.
- Προσφέρεται η εύκολη πρόσβαση στο note, στα σχεδιαστικά εργαλεία των οθονών αφής, σε ποικίλους Ανοικτούς Εκπαιδευτικούς Πόρους / Open Educational Resources (ΑΕΠ / OER) που περιλαμβάνουν κατηγορίες όπως: Εκπαιδευτικά Παιχνίδια/Δυναμικός Χάρτης/Εφαρμογές Λογισμικού/AR-VR-MR Αντικείμενα /3D Αντικείμενα κ.ά. καθώς και στην εφαρμογή mozaBook (που είναι προεγκατεστημένη στο περιβάλλον windows των οθονών και μελλοντικά θα εμπλουτιστεί με τα διαδραστικά σχολικά βιβλία).
- Όλα τα παραπάνω αποτελούν καινοτόμα μαθησιακά περιβάλλοντα, εύχρηστα, με πλούσιο οπτικοακουστικό υλικό οικείου χαρακτήρα και εξοικείωσης με την καθημερινότητα των μαθητών/-τριών, που ανταποκρίνονται στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Επίσης, δίνουν στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να οργανώσει το μάθημά του/της, δημιουργώντας ένα «υβριδικό περιβάλλον εργασίας», που λειτουργεί ως διδακτικό αποθετήριο και εμπλουτίζεται στο πλαίσιο της σύγχρονης και ασύγχρονης διδασκαλίας.
- Οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να προσαρμόσουν το υλικό διδασκαλίας τους ώστε να ανταποκρίνεται στη γνωστική ετοιμότητα και στις ανάγκες των μαθητών/-τριών, σε σχέση με την ηλικία τους και τους διαφορετικούς τύπους μάθησης (οπτικός, ακουστικός, κιναισθητικός), προσφέροντας υλικό σε διαφορετικές μορφές, με άξονα τη συμπερίληψη όλων καθώς και την εξατομικευμένη μάθηση. Παράλληλα, η χρήση ποικίλων διαδραστικών δραστηριοτήτων επιτρέπουν την άμεση ανατροφοδότηση και αξιολόγηση του επιπέδου κατανόησης του μαθήματος.
- Η λειτουργία «πολλαπλής αφής» των διαδραστικών οθονών δίνει στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να σχεδιάσει και να ενσωματώσει στη διδασκαλία ομαδικές δραστηριότητες, που επιτρέπουν τη συνέργεια των μαθητών/-τριών, καλλιεργώντας δεξιότητες όπως της συνεργασίας και επικοινωνίας.
- Οι οθόνες αφής μπορούν να συνδεθούν με το Google Drive ή το OneDrive, με υπολογιστές, τάμπλετ και άλλες συσκευές, διευκολύνοντας τη μεταφορά και την κοινή χρήση πληροφοριών.
- Δίνεται η δυνατότητα στον/στην εκπαιδευτικό να μοιράζεται με τους/τις μαθητές/-τριες εκπαιδευτικό υλικό και να το επαναχρησιμοποιεί, μειώνοντας τον φόρτο εργασίας.
- Δίνεται η δυνατότητα της αντεστραμμένης διδασκαλίας και η λειτουργία της ανεστραμμένης τάξης.
- Δίνεται η δυνατότητα ένταξης της τεχνητής νοημοσύνης (ΤΝ) στη μαθησιακή διαδικασία.
- Τέλος, τα διαδραστικά συστήματα μάθησης διευκολύνουν και επιταχύνουν τη διενέργεια του μαθήματος καθώς δεν απαιτούν συσκότιση της αίθουσας για να προβληθεί υλικό, έχουν ενσωματωμένα ηχεία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαισθητικά με την αφή. Το σύνολο του υλικού των Οδηγιών Διδασκαλίας είναι κατάλληλο για χρήση δια μέσου των διαδραστικών συστημάτων μάθησης. Επιπροσθέτως, τα συστήματα αυτά διαθέτουν την επιλογή της λειτουργίας τους ως ασπροπίνακες με πολλές επιπλέον δυνατότητες πέραν της απλής γραφής κειμένου (π.χ. λειτουργία screenshot της οθόνης και δυνατότητα γραφής σημειώσεων πάνω στο screenshot, αντιγραφή-επικόλληση μέρους των σημειώσεων κ.ά.).
- Το σύνολο των δυνατοτήτων του υλικού κάθε μοντέλου διαδραστικού συστήματος μάθησης μπορεί να αναζητηθεί στις εξής διευθύνσεις:

- Συχνές ερωτήσεις Διαδραστικών Συστημάτων.
- Χρήσιμα αρχεία Διαδραστικών Συστημάτων.

Για τη διδασκαλία των **Μαθηματικών**, οι διαδραστικές οθόνες αφής διευκολύνουν τη χρήση δυναμικών λογισμικών Μαθηματικών, εργαλείων γεωμετρικών κατασκευών, διαδραστικών ασκήσεων, βίντεο-ηχητικών, τρισδιάστατων μοντέλων, εγείροντας το ενδιαφέρον των μαθητών/-τριών και προάγοντας την αφομοίωση της ύλης.

ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2024–2025

Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κ.λπ.

Στο πλαίσιο του διδακτικού σχεδιασμού οι εκπαιδευτικοί, προκειμένου να αξιοποιήσουν τις προτεινόμενες **διαδικτυακές πηγές** από το διδακτικό υλικό ή/και τα διδακτικά βιβλία, να προβαίνουν σε επανέλεγχο της εγκυρότητάς τους, διότι ενδέχεται λόγω του δυναμικού τους χαρακτήρα ορισμένες από αυτές να είναι ανενεργές ή να οδηγούν σε διαφορετικό περιεχόμενο.

Κεφάλαιο 1ο

(Προτείνεται να **διατεθούν 2 διδακτικές ώρες**)

§1.1. Προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες

Από το Γυμνάσιο είναι γνωστή η έννοια των γραμμικών συστημάτων 2x2, η γραφική επίλυσή τους και η αλγεβρική επίλυση με τη μέθοδο της αντικατάστασης και τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών. Εδώ προτείνεται να γίνει μια επανάληψη εστιάζοντας στη σύνδεση της αλγεβρικής λύσης του συστήματος με το γεωμετρικό της νόημα και στην επίλυση προβλημάτων. Η γεωμετρική έκφραση του συστήματος και της λύσης του μπορεί να συνδεθεί με την ευθεία ως συνάρτηση και τον συντελεστή διεύθυνσής της. Για παράδειγμα, οι ασκήσεις 5 και 6 της Α' Ομάδας μπορούν να τροποποιηθούν ώστε το ζητούμενο να είναι α) ο συντελεστής διεύθυνσης των ευθειών που περιγράφουν αυτές οι εξισώσεις, β) η σχετική θέση αυτών των ευθειών, και γ) το πλήθος λύσεων του συστήματος.

Κεφάλαιο 2ο (Προτείνεται να διατεθούν 7 διδακτικές ώρες)

§2.1 και 2.2 (Προτείνεται να διατεθούν 7 διδακτικές ώρες)

Αρχικά, οι μαθητές/-τριες χρησιμοποιούν πίνακες τιμών και λογισμικό για να κάνουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)=\alpha x^2$ και χρησιμοποιούν τις μετατοπίσεις για να μελετήσουν την $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$. Σε αυτή τη μελέτη εξετάζουν τη μονοτονία, τα ακρότατα και τις συμμετρίες αυτών των συναρτήσεων. Διατυπώνονται οι γενικοί ορισμοί των παραπάνω εννοιών και εξετάζονται αυτές οι έννοιες και για άλλες συναρτήσεις μέσω των γραφικών παραστάσεών τους. Η έμφαση πρέπει να δοθεί στη γεωμετρική ερμηνεία των εννοιών της μονοτονίας, των ακροτάτων και της άρτιας – περιττής και στη σύνδεση της γεωμετρικής ερμηνείας με την αλγεβρική έκφραση.

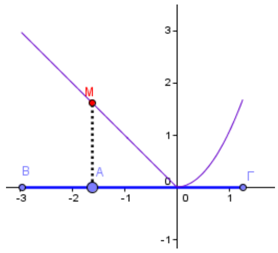
Ενδεικτικά, ασκήσεις που προτείνονται επειδή υποστηρίζουν τα παραπάνω είναι:

- Από την §2.1 οι 1, 2, 4, 6, 7, 8.
- Από την §2.2 οι 1, 2, 5.

Σημειώνεται ότι η διδασκαλία των ιδιοτήτων των συναρτήσεων (μονοτονία, ακρότατα, συμμετρίες), σε αυτή την τάξη, εστιάζει στην κατανόηση των εννοιών σε άμεση σύνδεση με την εικόνα των γραφημάτων και όχι στην ευελιξία των μαθητών/-ητριών στις αλγεβρικές μεθόδους μελέτης των ιδιοτήτων.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Το μικροπείραμα «Συμμεταβολή σημείων - Μονοτονία - Ακρότατα συνάρτησης» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, προτείνεται για την εισαγωγή στην έννοια της συνάρτησης ως συμμεταβολή σημείων και διερεύνηση των ιδιοτήτων της συμμεταβολής των δύο σημείων, της μονοτονίας και των ακροτάτων.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5226



Κεφάλαιο 3ο

(Προτείνεται να διατεθούν 22 διδακτικές ώρες)

§3.1 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Οι μαθητές/-ήτριες στο Γυμνάσιο έχουν συναντήσει και ασχοληθεί με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου και αμβλείας γωνίας. Το καινούργιο εδώ είναι η εισαγωγή του τριγωνομετρικού κύκλου για τον ορισμό των τριγωνομετρικών αριθμών. Επειδή στον τριγωνομετρικό κύκλο στηρίζονται όλες οι έννοιες και οι ιδιότητες που μελετώνται στη συνέχεια, έμφαση πρέπει να δοθεί στην κατανόησή του που θα επιτρέψει τη συνεχή χρήση του αντί για την απομνημόνευση τύπων (πχ. για την αναγωγή στο πρώτο τεταρτημόριο). Επίσης, να δοθεί έμφαση στην έννοια του ακτινίου, στη σύνδεσή του με τις μοίρες και την αναπαράστασή του στον τριγωνομετρικό κύκλο καθώς και στην «κατάληξη» της τελικής πλευράς μιας γωνίας πάνω σε αυτόν.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

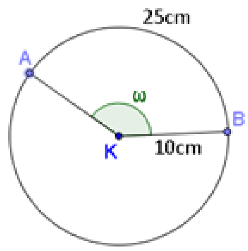
α) Δίνεται γωνία, με $0° \leq \omega < 360°$ που ικανοποιεί τις σχέσεις: $\eta\mu\omega = -\frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\omega > 0$. Να σχεδιάσετε τη γωνία ω πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο, να εξηγήσετε γιατί είναι μοναδική και να βρείτε το μέτρο της.

β) Να βρείτε όλες τις γωνίες φ με $0° \leq \varphi < 360°$, που ικανοποιούν τη σχέση $\eta\mu\varphi = -\frac{1}{2}$ και να τις σχεδιάσετε πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο.

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

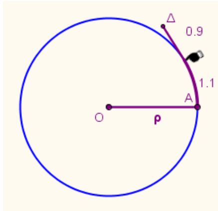
Δίνεται ο κύκλος του σχήματος με κέντρο Κ και ακτίνα 10cm. Επίσης δίνεται το τόξο ΑΒ με μήκος 25 cm και αντίστοιχη επίκεντρη γωνία ω.

α) Να βρείτε το μέτρο της ω σε rad.



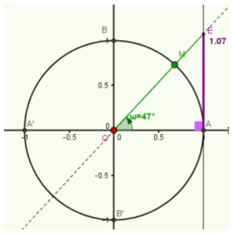
β) Να δικαιολογήσετε ότι το συνημίτονο της γωνίας ω είναι αρνητικό.

Ενδεικτική δραστηριότητα 3:



Το μικροπείραμα «Τι είναι το ακτίνιο;» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, προτείνεται για την κατανόηση της έννοιας του ακτινίου και τη σύνδεση μεταξύ της μέτρησης γωνιών σε μοίρες και ακτινίων στον τριγωνομετρικό κύκλο.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5272

Ενδεικτική δραστηριότητα 4:



Με το μικροπείραμα «Ο τριγωνομετρικός κύκλος» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-τριες εισάγονται στον ορισμό του τριγωνομετρικού κύκλου και των τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5140

§3.2 Προτείνεται να διατεθούν 3 ώρες

Ο στόχος της παραγράφου είναι η κατανόηση των σχέσεων μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών και για αυτό οι μαθητές/-ήτριες θα πρέπει να εμπλακούν με απλές ασκήσεις υπολογισμού των τριγωνομετρικών αριθμών όταν είναι γνωστός ο ένας και με απλές αποδείξεις σχέσεων. Για τον σκοπό αυτό προτείνεται να γίνει επιλογή από τις ασκήσεις 1-6 και από τις 10 – 11 της Α΄ Ομάδας. Ασκήσεις απόδειξης σχέσεων που είναι περισσότερο απαιτητικές από τις προτεινόμενες δεν συμβάλλουν στην επίτευξη των στόχων του μαθήματος.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

α) Υπάρχει γωνία ϑ με $\eta\mu\vartheta = \frac{1}{4}$ και $\sigma\upsilon\nu\vartheta = \frac{3}{4}$;

β) Υπάρχει γωνία ϑ με $\eta\mu\vartheta = \frac{3}{5}$ και $\sigma\upsilon\nu\vartheta = -\frac{4}{5}$;

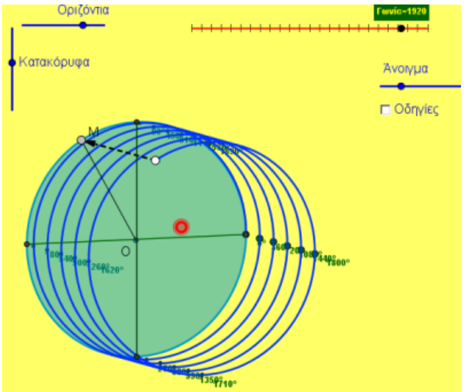
Αν όχι, αιτιολογήστε την απάντησή σας. Αν ναι, να σχεδιάσετε μια τέτοια γωνία πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο. Πόσες τέτοιες γωνίες μεταξύ 0° και 360° υπάρχουν;

§3.3 Προτείνεται να διατεθούν 3 ώρες

Η ανάδειξη του τριγωνομετρικού κύκλου ως βασικό εργαλείο αναγωγής στο πρώτο τεταρτημόριο μπορεί να αντικαταστήσει την απομνημόνευση τύπων και την αναπαραγωγή κανόνων χωρίς νόημα. Αυτό μπορεί να γίνει αν ενθαρρυνθούν οι μαθητές/-ήτριες να χρησιμοποιούν τις συμμετρίες σε νοητό τριγωνομετρικό κύκλο. Προτείνεται να μη δοθούν προς λύση οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας. Οι ερωτήσεις κατανόησης I και II μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να συζητηθούν και να διευκρινιστούν πτυχές των προηγούμενων ενοτήτων της τριγωνομετρίας.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Με το μικροπείραμα «Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνιών που ανάγονται στο 2ο τεταρτημόριο» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-ήτριες βρίσκουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνιών που ανάγονται στο δεύτερο τεταρτημόριο.



Με τη βοήθεια του λογισμικού μέσω πολλαπλών δυναμικά αλληλοσυνδεόμενων γεωμετρικών αναπαραστάσεων, οι μαθητές/-ήτριες βρίσκουν με τη βοήθεια δρομέα μια συγκεκριμένη γωνία μεγαλύτερη των 360^{o} και βλέπουν την γεωμετρική της αναπαράσταση πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο. Στη συνέχεια, μπορούν να δουν το τόξο της γωνίας αυτής στον χώρο, βρίσκουν την προβολή του στον πρώτο κύκλο και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας αυτής, αφού την αναγάγουν σε γωνία του πρώτου τεταρτημορίου. Τέλος, εφαρμόζουν τη στρατηγική αυτή και σε άλλες γωνίες.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5275

§3.4 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες

Η έννοια της περιοδικότητας, που συνδέεται άμεσα με φαινόμενα της καθημερινής ζωής, είναι μια από τις σημαντικότερες έννοιες που θα διδαχτούν οι μαθητές/-ήτριες στη Β΄ Λυκείου. Θα πρέπει λοιπόν να δοθεί έμφαση σε αυτή την ιδιότητα μέσα από τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις και τις γραφικές τους παραστάσεις σε συνδυασμό με προβλήματα. Η χάραξη των γραφικών παραστάσεων των τριγωνομετρικών συναρτήσεων προτείνεται να στηριχτεί στον τριγωνομετρικό κύκλο.

Πρέπει να επισημανθεί ότι η ανεξάρτητη μεταβλητή των τριγωνομετρικών συναρτήσεων εκφράζει τόξο μετρημένο σε ακτίνια και όχι σε μοίρες. Επίσης, ότι στον τριγωνομετρικό κύκλο το μέτρο του τόξου σε ακτίνια ταυτίζεται αριθμητικά με το μήκος του και ότι έτσι, «τυλίγουμε» την ευθεία των πραγματικών αριθμών στον τριγωνομετρικό κύκλο, με αποτέλεσμα κάθε πραγματικός αριθμός να αντιστοιχεί σε ένα σημείο του κύκλου και κάθε σημείο του κύκλου να αντιστοιχεί σε άπειρους πραγματικούς αριθμούς.

Αφού συζητηθούν τα παραδείγματα του σχολικού βιβλίου, προτείνεται να τονιστούν τα συμπεράσματα που περιέχονται στο Σχόλιο της σελίδας 81.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Μία ρόδα ακτίνας 1 περιστρέφεται με φορά αντίθετη από αυτήν των δεικτών του ρολογιού έτσι ώστε, κάθε σημείο της περιφέρειάς της, να διαγράφει σε ένα δευτερόλεπτο τόξο ενός ακτινίου. Τοποθετούμε τη ρόδα σε ένα σύστημα αξόνων με αρχή στο κέντρο της O και θεωρούμε ένα σημείο της *P*, το οποίο τη χρονική στιγμή 0 βρίσκεται στο σημείο (1,0).

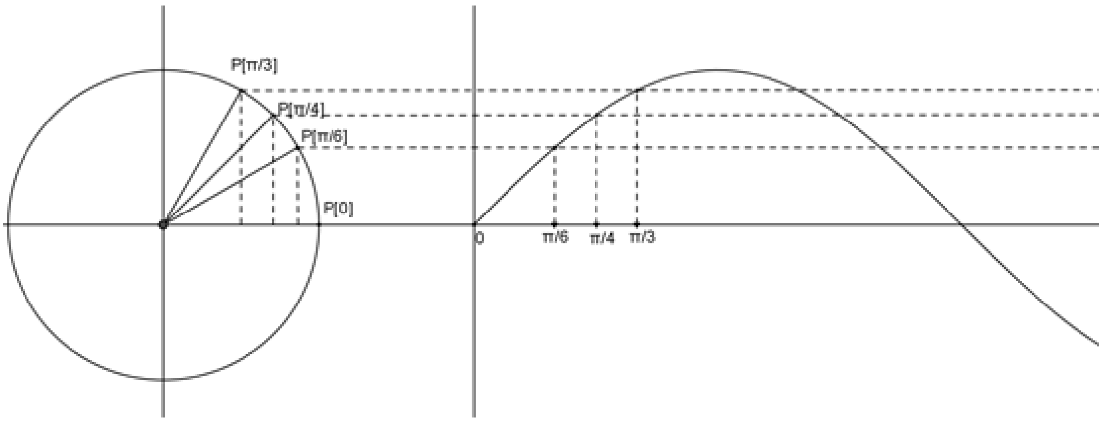
α) Να εξηγήσετε γιατί, το ύψος του σημείου *P* σε σχέση με τον άξονα *x'x* κάθε χρονική στιγμή *t* (σε sec) , $t \geq 0$ δίνεται από τη συνάρτηση $f(t) = ημt,\ t \geq 0$

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(t)$ στο διάστημα [0, 4π].

γ) Να βρείτε τις χρονικές στιγμές *t* με $0 \leq t \leq 4π$ κατά τις οποίες το σημείο *P* βρίσκεται στο μεγαλύτερο και στο μικρότερο δυνατό ύψος.

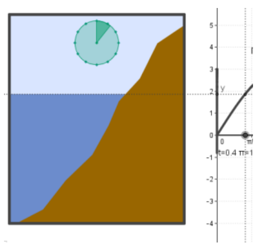
δ) Να προσδιορίσετε τα χρονικά διαστήματα μεταξύ 0 και 4π sec κατά τα οποία το ύψος του σημείου *P* είναι μεγαλύτερο του 0,5.

ε) Θεωρούμε τώρα το σημείο *Κ* της ρόδας, το οποίο τη χρονική στιγμή 0 βρίσκεται στη θέση (0,1). Να δείξετε ότι το ύψος του σημείου *Κ* κάθε χρονική στιγμή *t* sec δίνεται από τη συνάρτηση $g(t) = συνt,\ t \geq 0$.



Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

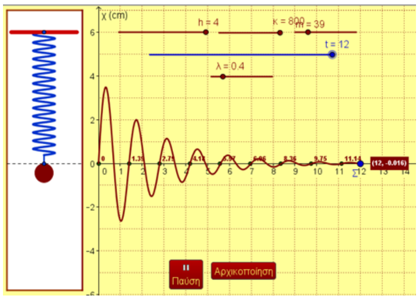
Με το μικροπείραμα «Περιοδικά φαινόμενα: Η παλίρροια» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία (άσκηση 2, Β΄ ομάδας), οι μαθητές/-ήτριες χρησιμοποιώντας τις γνώσεις τους, εμπλέκονται ενεργά και εξοικειώνονται με την έννοια των τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Επίσης μελετούν το φαινόμενο της παλίρροιας και αναζητούν απαντήσεις, με ερευνητικό και βιωματικό τρόπο, γεγονός που προσφέρει το διερευνητικό περιβάλλον του Geogebra.



http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5165

Ενδεικτική δραστηριότητα 3:

Με το μικροπείραμα «Περιοδικές συναρτήσεις - Το ελατήριο» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-ήτριες χρησιμοποιώντας τις γνώσεις τους, εμπλέκονται ενεργά και εξοικειώνονται με την έννοια των περιοδικών συναρτήσεων. Επίσης, πειραματίζονται με ένα ελατήριο και αναζητούν απαντήσεις με ερευνητικό και βιωματικό τρόπο, γεγονός που προσφέρει το διερευνητικό περιβάλλον του Geogebra.



http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5208

§3.5 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες

Οι τριγωνομετρικές εξισώσεις είναι ένα σημαντικό αλγεβρικό εργαλείο και είναι το πρώτο είδος μη πολυωνυμικών εξισώσεων που συναντούν οι μαθητές/-ήτριες. Προτείνεται να δοθεί έμφαση στην ερμηνεία των τύπων λύσεων τόσο μέσω του τριγωνομετρικού κύκλου, όσο και μέσω των γραφικών παραστάσεων των αντίστοιχων συναρτήσεων. Η σύνδεση των εξισώσεων με τον κύκλο και τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων είναι σημαντική ακόμα και όταν οι μαθητές/-ήτριες έχουν αναπτύξει αλγοριθμικές δεξιότητες αλγεβρικής επίλυσης των τριγωνομετρικών εξισώσεων. Αυτό μπορεί να γίνεται με παραδείγματα όπως η ενδεικτική δραστηριότητα 2 παρακάτω, αλλά και με παραδείγματα που ζητείται η άντληση συμπερασμάτων από τη γραφική παράσταση περιοδικής συνάρτησης (π.χ. εμπλουτίζοντας της άσκηση 3 της Β' Ομάδας της §3.4 με το ερώτημα "πότε περίπου η απόσταση του παιχνιδιού από το έδαφος γίνεται 1,25m;")

Προτείνεται να μη γίνουν η άσκηση 11(ii) της Α΄ Ομάδας και οι ασκήσεις 1, 2, 4, 5 της Β΄ Ομάδας.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

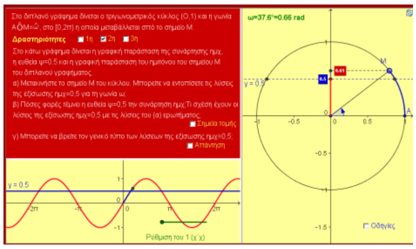
α) Δίνεται γωνία ω (σε rad), με $0 \le \omega < 2\pi$ που ικανοποιεί τις σχέσεις: ημω = $\frac{1}{2}$ και συνω > 0.

Να σχεδιάσετε τη γωνία ω πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο, να εξηγήσετε γιατί είναι μοναδική και να βρείτε το μέτρο της.

β) Να βρείτε όλες τις γωνίες φ με $0 \le \varphi < 2\pi$, που ικανοποιούν τη σχέση ημφ = $\frac{1}{2}$ και να τις σχεδιάσετε πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο.

γ) Να βρείτε όλες τις λύσεις της εξίσωσης ημx=$\frac{1}{2}$, $x \in \mathbb{R}$.

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:



Με το μικροπείραμα «Η εξίσωση ημχ=α» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-ήτριες βρίσκουν τις λύσεις μιας συγκεκριμένης εξίσωσης στον τριγωνομετρικό κύκλο και μέσω πολλαπλών δυναμικά αλληλοσυνδεόμενων γεωμετρικών και γραφικών αναπαραστάσεων, γενικεύουν τις λύσεις αυτές σ' όλο το R. Στη συνέχεια δημιουργούν τις δικές τους εξισώσεις και τις λύνουν επαληθεύοντας ταυτόχρονα τις λύσεις τους γραφικά.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5141

Κεφάλαιο 4ο

(Προτείνεται να διατεθούν 21 διδακτικές ώρες)

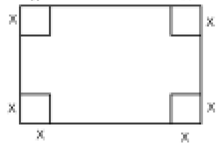
Όλη η διδασκαλία των πολυωνύμων θα πρέπει να εμπλουτιστεί με την – αν όχι να εστιαστεί στη – συναρτησιακή προσέγγιση των πολυωνύμων. Αυτή η προσέγγιση α) θα παρέχει στους/στις μαθητές/-ήτριες τη δυνατότητα πρόσβασης σε γεωμετρικές αναπαραστάσεις (όπως είναι η γραφική παράσταση συνάρτησης) που μπορούν να βοηθήσουν στην απόδοση νοήματος και την κατανόηση και β) θα μειώσει τον ρόλο αφηρημένων αλγεβρικών προσεγγίσεων των πολυωνύμων που δεν συνδέονται με την κατανόηση ούτε με την περαιτέρω διδασκαλία των σχολικών μαθηματικών.

§4.1 Προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες

Μετά τη διαπραγμάτευση των βασικών εννοιών των πολυωνύμων προτείνεται να παρουσιαστούν (είτε με λογισμικό, είτε με έντυπη μορφή) οι γραφικές παραστάσεις μερικών πολυωνυμικών συναρτήσεων όπως οι $f(x)=x^3$, $f(x)=-x^3$, $f(x)=x^3-3x$, $f(x)=x^4-2x^2$, $f(x)=x^3-3x^2-9x+11$. Στόχος είναι η παρατήρηση και ο σχολιασμός των ιδιοτήτων τους, των σημείων τομής με τους άξονες, των τμημάτων που βρίσκονται πάνω ή κάτω από τον άξονα x΄x, κ.λπ.

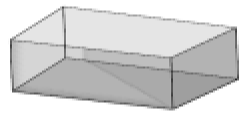
Ως προς τις ασκήσεις, προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι 1 και 2, 5 και 6 της Α΄ Ομάδας και 2, 3 και 5 της Β΄ Ομάδας.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:



Από ένα χαρτόνι διαστάσεων 20×30 εκατοστών κόβουμε τετράγωνα πλευράς *x* (όπως φαίνεται στο σχήμα) με σκοπό να κατασκευάσουμε ένα κουτί ανοικτό από πάνω.
α) Να βρείτε μια συνάρτηση που να εκφράζει τον όγκο του κουτιού. Τι τιμές μπορεί να πάρει το *x*;

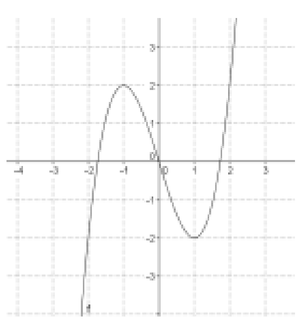
β) Ο Γιάννης ισχυρίζεται ότι όσο αυξάνεται το *x*, μειώνεται ο όγκος. Να φτιάξετε ένα πίνακα τιμών για να διαπιστώσετε αν ο Γιάννης έχει δίκιο.

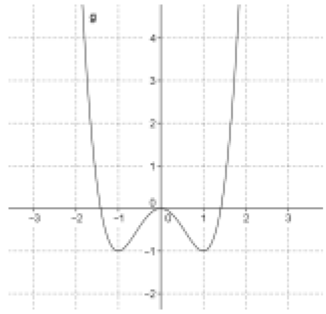


γ) Να βρείτε (με προσέγγιση) πόσο πρέπει να είναι το *x* ώστε το κουτί να έχει το μέγιστο όγκο.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2:</u>

Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^3 - 3x$ και $g(x) = x^4 - 2x^2$ χρησιμοποιώντας κάποιο λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας (εναλλακτικά μπορεί τα σχήματα να δίνονται στους/στις μαθητές/-ήτριες όταν δεν υπάρχει δυνατότητα σχεδιασμού με ψηφιακά εργαλεία). Παρατηρώντας το σχήμα,





α) να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα ακρότατα των *f* και *g*.

β) Είναι κάποια συνάρτηση άρτια ή περιττή;

γ) Να βάλετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς

g(–2), *g*(–0,5), *g*(0), *g*(1), *g*(1,5).

§4.2 Προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες

Προτείνεται να δοθεί έμφαση στη χρήση των θεωρημάτων της υποπαραγράφου "Διαίρεση πολυωνύμου με x–ρ" και πιο συγκεκριμένα, στη μεταξύ τους σχέση και στη συνέπεια που έχουν για τη παραγοντοποίηση πολυωνύμου. Για το σχήμα Horner καλό είναι να εξηγηθεί η σχέση του με τους συντελεστές που εμφανίζονται κατά τη διαδικασία της διαίρεσης (όπως στο εισαγωγικό παράδειγμα του σχολικού βιβλίου ή με άλλο αριθμητικό παράδειγμα).

Προτείνεται να μη συζητηθούν οι ασκήσεις 1, 2 και 5 της Β΄ Ομάδας.

§4.3 Προτείνεται να διατεθούν 8 ώρες

Στην ενότητα αυτή εισάγονται νέα εργαλεία για την παραγοντοποίηση πολυωνύμων μέσω της οποίας επιλύονται στη συνέχεια πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις βαθμού μεγαλύτερου από 2. Αν και οι ακέραιες ρίζες ενός τυχαίου πολυωνύμου δεν εμφανίζονται συχνά, παρόλα αυτά το θεώρημα είναι ένα χρήσιμο εργαλείο. Ωστόσο, για τη λύση πολυωνυμικής εξίσωσης, έμφαση πρέπει να δοθεί στην προτεραιότητα της παραγοντοποίησης του αντίστοιχου πολυωνύμου.

Ο προσδιορισμός ρίζας με προσέγγιση είναι ένα χρήσιμο αριθμητικό εργαλείο που μπορεί να συνδεθεί με τον τρόπο που θα μπορούσε να προσδιορίσει κανείς μη ακέραια ρίζα αν είχε στη διάθεσή του κάποια υπολογιστική μηχανή. Κυρίως όμως, αυτή η μέθοδος, επειδή στηρίζεται στη γεωμετρική ερμηνεία του Θ. Bolzano, υποστηρίζει τη συναρτησιακή προσέγγιση και την οπτικοποίηση των σχετιζόμενων εννοιών.

Στο πλαίσιο της επίλυσης ανισώσεων, προτείνεται να συζητηθούν και πάλι οι ανισώσεις δευτέρου βαθμού και να συνδεθούν (όπως και όλες οι πολυωνυμικές ανισώσεις) με τη γεωμετρική ερμηνεία τους.

Προτείνεται να γίνουν οι ασκήσεις 1, 2, 4, 5, 6 και 8 της Α΄ Ομάδας και προβλήματα της Β΄ Ομάδας, τα οποία οδηγούν στην επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Μια βιομηχανία έχει υπολογίσει ότι για την ημερήσια παραγωγή x μονάδων από ένα προϊόν έχει κόστος $K(x) = -2x^2 + 120x + 100$ χιλιάδες ευρώ, ενώ η πώληση αυτών των x μονάδων της αποφέρει έσοδα $E(x) = x^3 - x^2 + 20x$ χιλιάδες ευρώ. Η βιομηχανία μπορεί να παράγει μέχρι 20 μονάδες αυτού του προϊόντος καθημερινά.

α) Ποια παραγωγή δίνει έσοδα 20.000 ευρώ;

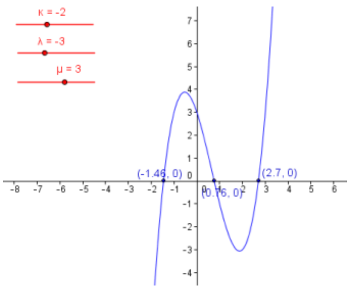
β) Πόσες μονάδες προϊόντος πρέπει να παράγει η βιομηχανία για να έχει κέρδος;

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Να εξετάσετε αν η εξίσωση $x^3 + 2x - 2 = 0$ έχει ρίζα μεταξύ των αριθμών 0 και 1. Να προσδιορίσετε αυτή τη ρίζα με προσέγγιση εκατοστού, χρησιμοποιώντας υπολογιστή τσέπης. Μπορείτε με τον ίδιο τρόπο να διαπιστώσετε αν υπάρχει ρίζα της εξίσωσης μεταξύ των αριθμών 1 και 2;

Ενδεικτική δραστηριότητα 3:

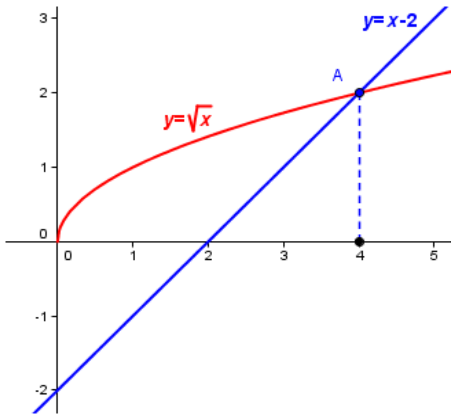
Με το μικροπείραμα «Πολυωνυμική εξίσωση 3ου βαθμού» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-τριες διερευνούν τη σχέση των ριζών μιας πολυωνυμικής εξίσωσης 3ου βαθμού, με τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της αντίστοιχης πολυωνυμικής συνάρτησης τέμνει τον οριζόντιο άξονα.

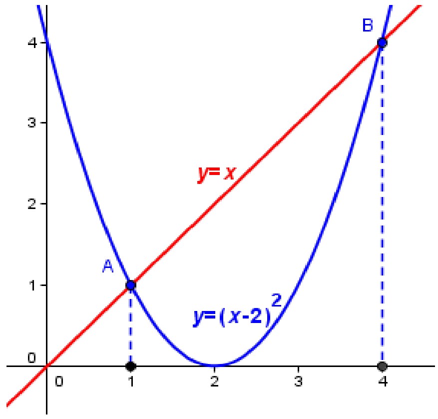


http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5229

§4.4 Προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες

Στην ενότητα αυτή επιλύονται εξισώσεις και ανισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές, όπως άρρητες και κλασματικές εξισώσεις και ανισώσεις. Να δοθεί έμφαση στο γεγονός ότι η ύψωση των μελών μιας εξίσωσης στο τετράγωνο δεν οδηγεί πάντα σε ισοδύναμη εξίσωση. Αυτό μπορεί να γίνει και με τη βοήθεια των παρακάτω γραφικών παραστάσεων που αναφέρονται στο παράδειγμα 2.





Προτείνεται η αποφυγή πολύπλοκων ασκήσεων (όπως πχ. οι ασκήσεις 3viii, 6 της Α' Ομάδας και οι ασκήσεις 2, 3, 4 και 5 της Β΄ Ομάδας) οι οποίες ξεφεύγουν από τους στόχους διδασκαλίας του μαθήματος.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

α) Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{x+3} = x+1$ (E_1).

β) Να λύσετε την εξίσωση $x+3=(x+1)^2$ (E_2).

γ) Να εξηγήσετε γιατί η E_1 και η E_2 δεν έχουν τις ίδιες ακριβώς λύσεις, αν και η E_2 προκύπτει από την E_1 αν υψώσουμε και τα δύο μέλη της στο τετράγωνο.

δ) Να λύσετε γραφικά τις εξισώσεις του α) και του β) ερωτήματος.

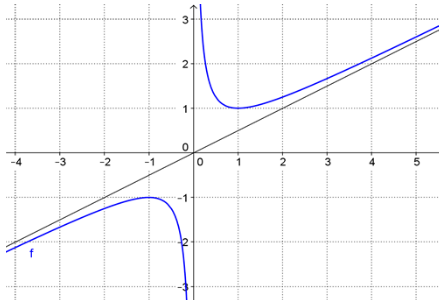
Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\dfrac{x^2+1}{2x}$ και την ευθεία $y=\dfrac{1}{2}x$ χρησιμοποιώντας λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας. Παρατηρώντας το σχήμα,

α) να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f.

β) να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή.

γ) να βρείτε από τη γραφική παράσταση (κατά προσέγγιση) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x)=2$. Να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας.



δ) να εξετάσετε για ποιες τιμές του c η εξίσωση $f(x)=c$ έχει λύσεις και πόσες. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ε) να εξετάσετε για ποιες τιμές του α η ευθεία y = αx τέμνει τη γραφική παράσταση της f.

στ) να βρείτε γραφικά και αλγεβρικά τις λύσεις της ανίσωσης $\dfrac{x^2+1}{2x} > \dfrac{1}{2}$.

Κεφάλαιο 5ο

(Προτείνεται να διατεθούν 18 διδακτικές ώρες)

§5.1 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Η έννοια της εκθετικής μεταβολής που συνδέεται με σημαντικά φαινόμενα της πραγματικότητας, μπορεί να αποτελέσει την εισαγωγή στην εκθετική συνάρτηση. Αν και συχνά στα πραγματικά φαινόμενα που μελετάμε, οι τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής είναι διακριτές (συχνά είναι φυσικοί αριθμοί), τέτοια φαινόμενα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την μετάβαση στην εκθετική συνάρτηση, δηλαδή σε πεδίο ορισμού τους πραγματικούς. Η έμφαση στη διδασκαλία της εκθετικής συνάρτησης πρέπει να είναι στα προβλήματα και στις ιδιότητες της εκθετικής συνάρτησης όπως προκύπτουν από τη γραφική της παράσταση.

Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στις ασκήσεις 1-5 της Α' Ομάδας και στα προβλήματα 6, 7 και 8 της Β΄ Ομάδας.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

Τα βακτήρια είναι πολύ μικροί, μονοκύτταροι οργανισμοί που είναι μακράν οι πιο πολυπληθείς οργανισμοί στη Γη, οι οποίοι αναπαράγονται μέσω μιας διεργασίας που ονομάζεται διχοτόμηση: ένα κύτταρο χωρίζεται στη μέση, σχηματίζοντας δύο "θυγατρικά κύτταρα". Ένα τέτοιο βακτήριο είναι η σαλμονέλα (salmonella), το οποίο σε θερμοκρασία περιβάλλοντος 35 ° C διαιρείται κάθε ώρα και σχηματίζονται δυο άλλα βακτήρια.

Ας υποθέσουμε ότι σε μια μερίδα τροφής υπάρχουν 100 βακτήρια σαλμονέλας και ότι η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι 35 ° C.

α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Χρόνος (σε ώρες)	0	1	2	3	4	5
Αριθμός βακτηρίων	100					

β) Να αποτυπώσετε τα δεδομένα του πίνακα με σημεία σε κατάλληλο σύστημα ορθογωνίων αξόνων. Η σχέση μεταξύ του αριθμού των βακτηρίων και χρόνου είναι γραμμική; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Να εκτιμήσετε το χρόνο που θα υπάρχουν α) 1200 βακτήρια, β) 4.550 βακτήρια και γ) περισσότερα από 7.200 βακτήρια στη μερίδα τροφής.

δ) Να γράψετε μια σχέση που να εκφράζει το πλήθος των βακτηρίων σαλμονέλας ως συνάρτηση του χρόνου. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης ;

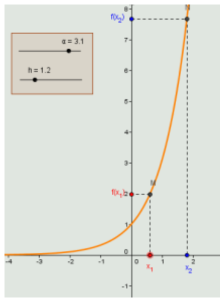
ε) Μπορούμε να υπολογίσουμε ανά πάσα χρονική στιγμή τον πληθυσμό των βακτηρίων; Θα είχαν νόημα για το συγκεκριμένο πρόβλημα οι αρνητικές τιμές για α) για το χρόνο και β) για τον πληθυσμό των βακτηρίων;

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:

Να δοθούν οι γραφικές παραστάσεις των ακόλουθων ομάδων συναρτήσεων. Να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να συγκρίνουν τα γραφήματά τους και να προσδιορίσουν τυχόν ομοιότητες και διαφορές που αφορούν α) στο πεδίο ορισμού, β) στο σύνολο τιμών, γ) στα σημεία τομής με τους άξονες, δ) στη μονοτονία, ε) στις ασύμπτωτες και στ) στη συμμετρία.

- $f_1(x)=2^x$, $f_2(x)=3\cdot 2^x$, $f_3(x)=-3\cdot 2^x$, $f_4(x)=4\cdot 2^x$.
- $f(x)=2^x$, $g(x)=\frac{1}{4}\cdot 2^x$.
- $f_1(x)=2^x$, $f_2(x)=2^x+3$, $f_3(x)=2^{x-3}$, $f_4(x)=2^{x-3}+3$
- $f(x)=2^x, g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Ενδεικτική δραστηριότητα 3:



Με το μικροπείραμα «Η μονοτονία μιας εκθετικής συνάρτησης» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-ήτριες διερευνούν την έννοια της μονοτονίας και τη μελέτη της μονοτονίας μιας εκθετικής συνάρτησης. Με τη βοήθεια του λογισμικού μεταβάλλουν τη βάση μιας εκθετικής συνάρτησης και παρατηρώντας τη γραφική της παράσταση βρίσκουν τη μονοτονία της με τη βοήθεια του ορισμού.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5238

§5.2 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

Η κατανόηση των λογαρίθμων και των ιδιοτήτων τους μπορεί να στηριχτεί στον ορισμό του λογαρίθμου και στις ήδη γνωστές ιδιότητες των δυνάμεων. Επιπλέον, στο ιστορικό σημείωμα που υπάρχει στο τέλος του κεφαλαίου (αλλά και αλλού) μπορεί κανείς να βρει στοιχεία που δικαιολογούν την «επινόηση» των λογαρίθμων. Έμφαση πρέπει να δοθεί στα παραδείγματα 1 και 2 που περιγράφουν την κλίμακα Richter για τη μέτρηση των σεισμών και το pH για την οξύτητα ενός διαλύματος. Τα παραδείγματα αυτά εισάγουν την αξιοποίηση των λογαρίθμων στην καθημερινή ζωή.

Αντίθετα, μια προσπάθεια απομνημόνευσης τύπων και τεχνασμάτων χωρίς νόημα δεν είναι μαθησιακά αποδοτική και δεν ενθαρρύνεται.

Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις της Α΄ Ομάδας με έμφαση στα προβλήματα και οι ασκήσεις 2, 3, 5 της Β΄ Ομάδας. Να μη γίνουν οι ασκήσεις 6, 7 και 8 της Β΄ Ομάδας.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Για απλό ήχο δεδομένης έντασης I, η ένταση του υποκειμενικού αισθήματος που αντιλαμβάνεται κάποιος ακροατής ονομάζεται ακουστότητα L του ήχου. Για την ακουστότητα L χρησιμοποιείται ως μονάδα μέτρησης το 1 decibel και για την ένταση I το watt/m².
Έχει βρεθεί πειραματικά ότι η ακουστότητα L σχετίζεται με την ένταση I με λογαριθμικό τρόπο, σύμφωνα με τον τύπο $L=10\cdot\log\frac{I}{I_0}$, όπου I_0 η μικρότερη ένταση ήχου που μπορεί να ακούσει το αυτί του ανθρώπου, και είναι περίπου ίση με 10^{-12} watt/m². Να υπολογίσετε την ακουστότητα απλού ήχου έντασης: α) 10^{-6} watt/m² και β) δεκαπλάσιας από το I_0.

§5.3 Προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες

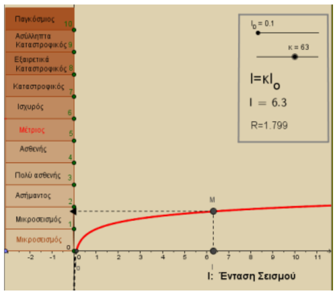
Για τον ορισμό της λογαριθμικής συνάρτησης είναι σημαντική η σχέση της με την εκθετική, τόσο αλγεβρικά (με την ισοδυναμία $y = \alpha^x \Leftrightarrow \log_\alpha y = x$), όσο και γεωμετρικά (με τη συμμετρία των δύο γραφικών παραστάσεων ως προς την y = x). Επίσης, κατ' αντιστοιχία με την εκθετική συνάρτηση, έμφαση θα πρέπει να δοθεί σε προβλήματα και στις ιδιότητες της λογαριθμικής συνάρτησης όπως προκύπτουν από τη γραφική της παράσταση.

Θα διδαχθούν μόνο οι συναρτήσεις f(x) = logx και f(x) = lnx. Ωστόσο, για λόγους κατανόησης της σχέσης με την αντίστοιχη εκθετική συνάρτηση, θα μπορούσαν να αναφερθούν και οι λογαριθμικές συναρτήσεις με βάση α, με 0 < α < 1, σε αυτή την περίπτωση όμως, θα πρέπει να επισημανθεί ότι η διδακτέα ύλη περιορίζεται στις f(x) = logx και f(x) = lnx.

Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις: 2, 5, 6, 7 και 8 της Α΄ Ομάδας και 1(i, iii), 3, 5, 7 και 8 της Β΄ Ομάδας.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Προτείνεται να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα «Λογαριθμική μεταβολή – Κλίμακα Richter» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την κατανόηση της λογαριθμικής μεταβολής. Με τη βοήθεια του λογισμικού, οι μαθητές/-ήτριες από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης του μεγέθους ενός σεισμού σε κλίμακα Richter ως προς την έντασή του, δημιουργούν εικασίες σχετικά με τη σχέση που έχουν αυτά τα δύο μεγέθη και τις αποδεικνύουν αλγεβρικά.



Στη συνέχεια, συγκρίνουν τις εντάσεις σεισμών που έχουν συμβεί στο παρελθόν και λύνουν τα προβλήματα γραφικά και αλγεβρικά.

http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5240

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗΣ

Η εγκατάσταση των Διαδραστικών Οθονών Αφής στα σχολεία προσφέρει πολυάριθμα πλεονεκτήματα στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη της διδασκαλίας. Συγκεκριμένα:

- Παρέχεται η δυνατότητα οργάνωσης, καταγραφής και αποθήκευσης μαθημάτων που δύνανται να αξιοποιηθούν τόσο από τους/τις εκπαιδευτικούς όσο κι από τους/τις μαθητές/-τριες.
- Προσφέρεται η εύκολη πρόσβαση στο note, στα σχεδιαστικά εργαλεία των οθονών αφής, σε ποικίλους Ανοικτούς Εκπαιδευτικούς Πόρους / Open Educational Resources (ΑΕΠ / OER) που περιλαμβάνουν κατηγορίες όπως: Εκπαιδευτικά Παιχνίδια/Δυναμικός Χάρτης/Εφαρμογές Λογισμικού/AR-VR-MR Αντικείμενα /3D Αντικείμενα κ.ά. καθώς και στην εφαρμογή mozaBook (που είναι προεγκατεστημένη στο περιβάλλον windows των οθονών και μελλοντικά θα εμπλουτιστεί με τα διαδραστικά σχολικά βιβλία).
- Όλα τα παραπάνω αποτελούν καινοτόμα μαθησιακά περιβάλλοντα, εύχρηστα, με πλούσιο οπτικοακουστικό υλικό οικείου χαρακτήρα και εξοικείωσης με την καθημερινότητα των μαθητών/-τριών, που ανταποκρίνονται στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Επίσης, δίνουν στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να οργανώσει το μάθημά του/της, δημιουργώντας ένα «υβριδικό περιβάλλον εργασίας», που λειτουργεί ως διδακτικό αποθετήριο και εμπλουτίζεται στο πλαίσιο της σύγχρονης και ασύγχρονης διδασκαλίας.
- Οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να προσαρμόσουν το υλικό διδασκαλίας τους ώστε να ανταποκρίνεται στη γνωστική ετοιμότητα και στις ανάγκες των μαθητών/-τριών, σε σχέση με την ηλικία τους και τους διαφορετικούς τύπους μάθησης (οπτικός, ακουστικός, κιναισθητικός), προσφέροντας υλικό σε διαφορετικές μορφές, με άξονα τη συμπερίληψη όλων καθώς και την εξατομικευμένη μάθηση. Παράλληλα, η χρήση ποικίλων διαδραστικών δραστηριοτήτων επιτρέπουν την άμεση ανατροφοδότηση και αξιολόγηση του επιπέδου κατανόησης του μαθήματος.
- Η λειτουργία «πολλαπλής αφής» των διαδραστικών οθονών δίνει στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να σχεδιάσει και να ενσωματώσει στη διδασκαλία ομαδικές δραστηριότητες, που επιτρέπουν τη συνέργεια των μαθητών/-τριών, καλλιεργώντας δεξιότητες όπως της συνεργασίας και επικοινωνίας.
- Οι οθόνες αφής μπορούν να συνδεθούν με το Google Drive ή το OneDrive, με υπολογιστές, τάμπλετ και άλλες συσκευές, διευκολύνοντας τη μεταφορά και την κοινή χρήση πληροφοριών.
- Δίνεται η δυνατότητα στον/στην εκπαιδευτικό να μοιράζεται με τους/τις μαθητές/-τριες εκπαιδευτικό υλικό και να το επαναχρησιμοποιεί, μειώνοντας τον φόρτο εργασίας.
- Δίνεται η δυνατότητα της αντεστραμμένης διδασκαλίας και η λειτουργία της ανεστραμμένης τάξης.
- Δίνεται η δυνατότητα ένταξης της τεχνητής νοημοσύνης (ΤΝ) στη μαθησιακή διαδικασία.
- Τέλος, τα διαδραστικά συστήματα μάθησης διευκολύνουν και επιταχύνουν τη διενέργεια του μαθήματος καθώς δεν απαιτούν συσκότιση της αίθουσας για να προβληθεί υλικό, έχουν ενσωματωμένα ηχεία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαισθητικά με την αφή. Το σύνολο του υλικού των Οδηγιών Διδασκαλίας είναι κατάλληλο για χρήση δια μέσου των διαδραστικών συστημάτων μάθησης. Επιπροσθέτως, τα συστήματα αυτά διαθέτουν την επιλογή της λειτουργίας τους ως ασπροπίνακες με πολλές επιπλέον δυνατότητες πέραν της απλής γραφής κειμένου (π.χ. λειτουργία screenshot της οθόνης και δυνατότητα γραφής σημειώσεων πάνω στο screenshot, αντιγραφή-επικόλληση μέρους των σημειώσεων κ.ά.).
- Το σύνολο των δυνατοτήτων του υλικού κάθε μοντέλου διαδραστικού συστήματος μάθησης μπορεί να αναζητηθεί στις εξής διευθύνσεις:

➢ Συχνές ερωτήσεις Διαδραστικών Συστημάτων.

➢ Χρήσιμα αρχεία Διαδραστικών Συστημάτων.

Για τη διδασκαλία των **Μαθηματικών**, οι διαδραστικές οθόνες αφής διευκολύνουν τη χρήση δυναμικών λογισμικών Μαθηματικών, εργαλείων γεωμετρικών κατασκευών, διαδραστικών ασκήσεων, βίντεο-ηχητικών, τρισδιάστατων μοντέλων, εγείροντας το ενδιαφέρον των μαθητών/-τριών και προάγοντας την αφομοίωση της ύλης.

ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2024–2025

Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κ.λπ.

Στην αρχή της σχολικής χρονιάς είναι σκόπιμο να γίνει, για δύο (2) διδακτικές ώρες, μια αναφορά σε στοιχεία από τη Γεωμετρία της Β΄ και Γ΄ Γυμνασίου και της Α' Λυκείου που θα χρησιμοποιηθούν στη Β' Λυκείου, όπως είναι η ισότητα τριγώνων, το άθροισμα γωνιών πολυγώνων, οι έννοιες και ιδιότητες των παραλληλογράμμων, οι σχέσεις μεταξύ τόξου και αντίστοιχης επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας, εφόσον αυτά θα χρησιμοποιηθούν αρκετές φορές (στην ομοιότητα τριγώνων, στο Πυθαγόρειο θεώρημα, στα κανονικά πολύγωνα και στη μέτρηση κύκλου).

Στο πλαίσιο του διδακτικού σχεδιασμού οι εκπαιδευτικοί, προκειμένου να αξιοποιήσουν τις προτεινόμενες **διαδικτυακές πηγές** από το διδακτικό υλικό ή/και τα διδακτικά βιβλία, να προβαίνουν σε επανέλεγχο της εγκυρότητάς τους, διότι ενδέχεται λόγω του δυναμικού τους χαρακτήρα ορισμένες από αυτές να είναι ανενεργές ή να οδηγούν σε διαφορετικό περιεχόμενο.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ Τάξης ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ, ΜΟΥΣΙΚΟΥ, ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΙΚΟΥ ΓΕΛ

Κεφάλαιο 7ο (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες).

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται πρώτη φορά λόγος για σύμμετρα και ασύμμετρα ευθύγραμμα τμήματα. Η έννοια της ασυμμετρίας μπορεί να βοηθήσει σημαντικά τους/τις μαθητές/-τριες να ξεκαθαρίσουν την έννοια του αρρήτου αριθμού. Για την κατανόηση της έννοιας του λόγου μεγεθών, προτείνεται να αξιοποιηθούν παραδείγματα στα οποία ζεύγη ευθυγράμμων τμημάτων διαφορετικών μηκών έχουν τον ίδιο λόγο. Επίσης, προτείνεται να γίνει σύντομη αναφορά στις ιδιότητες των αναλογιών.

Στο κεφάλαιο αυτό προτείνεται να δοθεί έμφαση στο Θεώρημα του Θαλή. Επιδιώκεται οι μαθητές/-τριες να μπορούν να εφαρμόζουν το Θεώρημα του Θαλή, σε δοσμένα σχήματα, ή σε σχήματα που χρειάζεται να σχεδιαστούν βοηθητικές ευθείες. Να αναδειχθούν οι εφαρμογές του Θεωρήματος σε τρίγωνα και τραπέζια. Αν το επιτρέπει ο διαθέσιμος χρόνος, να γίνει απόδειξη του Θεωρήματος του Θαλή, για συγκεκριμένο λόγο (π.χ. $\frac{3}{4}$) και να αναφερθεί ότι γενικεύεται σε οποιουσδήποτε ρητούς.
Προτείνεται να γίνει το πρόβλημα 1 της παραγράφου 7.7 **(κατασκευή 4ης αναλόγου)** και να δοθεί έμφαση στις ερωτήσεις κατανόησης 1-3 και στις ασκήσεις εμπέδωσης 3-7 της ως άνω παραγράφου.

Στο Κεφάλαιο 7 δε θα γίνουν αποδεικτικές ασκήσεις, σύνθετα θέματα καθώς και οι γενικές ασκήσεις του κεφαλαίου αυτού.

Κεφάλαιο 8ο (Προτείνεται να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες).

Να δοθεί έμφαση στα κριτήρια ομοιότητας τριγώνων. Επιδιώκεται να κατανοήσουν οι μαθητές/-τριες τη λειτουργία των κριτηρίων ομοιότητας που, όπως και τα κριτήρια ισότητας, με λιγότερες προϋποθέσεις από τον ορισμό, μας επιτρέπουν να αποφανθούμε για την ομοιότητα δύο τριγώνων. Ωστόσο, χρειάζεται να αναδειχθούν οι διαφορές μεταξύ ομοιότητας και ισότητας τριγώνων.

Η αξιοποίηση της ομοιότητας στον υπολογισμό μηκών είναι σημαντικό να συνδεθεί με προβλήματα, όπως οι ασκήσεις εμπέδωσης 3 και 4 της §8.2.

Η εφαρμογή 4 της παραγράφου 8.2 θα χρειαστεί στη συνέχεια για να αποδειχθεί τύπος (iii) της παραγράφου 10.4, για το εμβαδόν τριγώνου. Με αφορμή αυτή την εφαρμογή είναι σκόπιμο να ξαναγίνει μια συζήτηση για τις σχέσεις τόξων, επίκεντρων και εγγεγραμμένων γωνιών και των σχετικών πορισμάτων (π.χ. ότι η εγγεγραμμένη γωνία σε ημικύκλιο είναι ορθή).

> <u>Ενδεικτική δραστηριότητα</u>:
> Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές ΑΒ = 2, ΑΓ = 4 και γωνία $\hat{A} = 60^o$. Να κατασκευάσετε τρίγωνα όμοια προς το ΑΒΓ με λόγο ομοιότητας 1, 2 και $\frac{1}{2}$.

Στο Κεφάλαιο 8 δε θα γίνουν αποδεικτικές ασκήσεις, σύνθετα θέματα καθώς και οι γενικές ασκήσεις του κεφαλαίου αυτού.

Κεφάλαιο 9^o (Προτείνεται να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

§9.1-9.3 (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες)

Στόχοι της διδασκαλίας είναι οι μαθητές/-τριες:

- ✓ Να μπορούν να σχεδιάζουν ορθές προβολές και να αναγνωρίζουν ευθύγραμμα τμήματα ως προβολές άλλων ευθυγράμμων τμημάτων.
- ✓ Να ερμηνεύουν τις μετρικές σχέσεις με προβολές της § 9.2 ως αποτέλεσμα ομοιότητας τριγώνων και να τις χρησιμοποιούν σε επίλυση προβλημάτων.
- ✓ Να εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφό του στην επίλυση προβλημάτων.

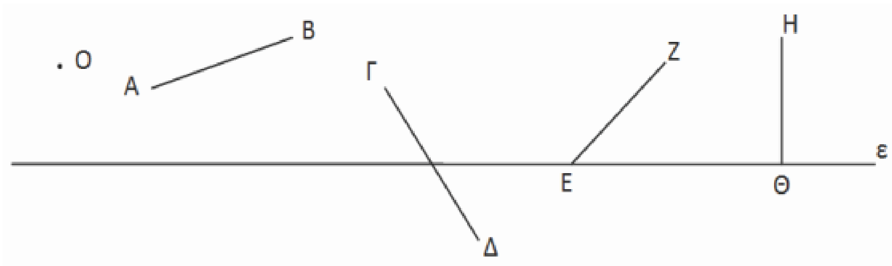
Στις παραγράφους αυτές η συνεχής και αποκλειστική ενασχόληση με ασκήσεις αλγεβρικού χαρακτήρα δε συνεισφέρει στην κατανόηση της Γεωμετρίας.

- Το σχόλιο της εφαρμογής 1 της &9.2 μπορεί να αξιοποιηθεί ως σύνδεση με την επόμενη παράγραφο.
- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

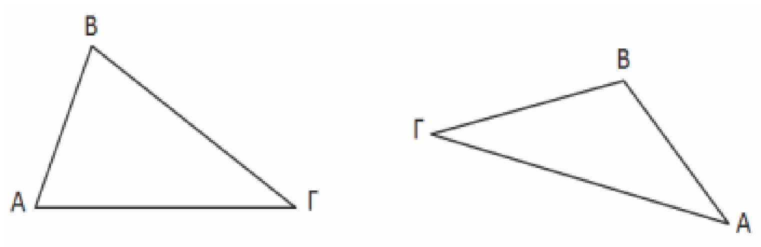
Στην παράγραφο 9.3 είναι σκόπιμο να διατεθεί χρόνος ώστε να σχολιαστεί το ιστορικό σημείωμα για την ανακάλυψη των ασύμμετρων μεγεθών και να γίνουν και οι τρεις κατασκευές (υποτείνουσα και κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου, μέση ανάλογος, άρρητα πολλαπλάσια ευθύγραμμου τμήματος που δίνουν και τον τρόπο κατασκευής ευθυγράμμων τμημάτων με μήκος τετραγωνική ρίζα φυσικού – αφορμή για μία σύντομη συζήτηση για τη δυνατότητα κατασκευής ή μη των αρρήτων).

> <u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1</u>:

Να κατασκευάσετε ορθές προβολές
α) του Ο και των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ και ΗΘ πάνω στην ευθεία ε και
β) της ΑΒ πάνω στην ΒΓ
στα δύο παρακάτω σχήματα.

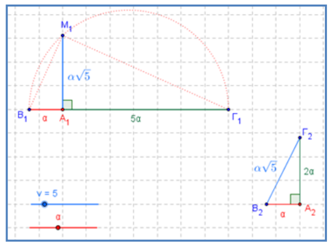


(α)



(β)

Ενδεικτική δραστηριότητα 2:
Το πρόβλημα 3 προτείνεται να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με το μικροπείραμα «Κατασκευή ασύμμετρων τμημάτων (Η σπείρα του Κυρηναίου)» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την γεωμετρική κατασκευή ασύμμετρων ευθυγράμμων τμημάτων.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5636



Ενδεικτική δραστηριότητα 3:
(α) Να κατασκευάσετε με κανόνα και διαβήτη, τη μέση ανάλογο β, δύο ευθυγράμμων τμημάτων α και γ.
(β) Να βρείτε τη σχέση του μήκους ΑΔ του ύψους ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ (με Α=90^{o}) με το γεωμετρικό μέσο των μηκών ΒΔ και ΔΓ. Ποιο στοιχείο του τριγώνου είναι ο αριθμητικός μέσος των μηκών ΒΔ και ΔΓ;
Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος είναι μεγαλύτερος ή ίσος του γεωμετρικού μέσου. Πότε ισχύει η ισότητα;
[Σχετική με τις μετρικές σχέσεις της παραγράφου 9.2]

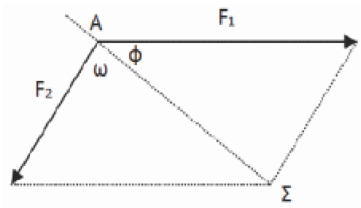
§9.4 (Προτείνεται να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες).

Στόχοι είναι οι μαθητές/-τριες να χρησιμοποιούν το Πυθαγόρειο και το Γενικευμένο Πυθαγόρειο Θεώρημα για να διακρίνουν αν ένα τρίγωνο είναι οξυγώνιο ορθογώνιο ή αμβλυγώνιο και να χρησιμοποιούν αυτά τα Θεωρήματα και τον νόμο των συνημιτόνων σε επίλυση προβλημάτων.

- Προτείνεται να μην αναλωθεί επιπλέον διδακτικός χρόνος για επίλυση ασκήσεων αλγεβρικού τύπου, όπως οι αποδεικτικές ασκήσεις 2-5.
- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα, ούτε οι γενικές ασκήσεις του Κεφαλαίου.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ένα πλοίο κινείται με κατεύθυνση από το Α προς το Σ. Από τη στιγμή που βρίσκεται στη θέση Α και μέχρι την ολοκλήρωση της πορείας του, ασκούνται σε αυτό πλαγιομετωπικοί άνεμοι που το ωθούν με δύναμη μέτρου F_1 που σχηματίζει γωνία ω με την επιθυμητή πορεία πλεύσης. Ο καπετάνιος, προκειμένου να διατηρήσει σταθερή την πορεία, δίνει εντολή να στραφεί το πηδάλιο κατά φ μοίρες. Αν οι προπέλες ωθούν το πλοίο με σταθερή δύναμη μέτρου F_1 μπορείτε να περιγράψετε έναν τρόπο με τον οποίο μπορεί να προσδιοριστεί η γωνία φ;



Κεφάλαιο 10ο (Προτείνεται να διατεθούν 10 διδακτικές ώρες).

§10.1-10.3 (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες).

- Η έννοια του εμβαδού και οι τύποι υπολογισμού εμβαδών έχουν συζητηθεί στο Γυμνάσιο και στο Δημοτικό. Εδώ, μεταξύ άλλων, επιδιώκεται οι μαθητές/-τριες να έρθουν σε επαφή με τις αποδείξεις αυτών των τύπων, να μπορούν να διακρίνουν τα ισοδύναμα (ισεμβαδικά) από τα ίσα σχήματα και να υπολογίζουν εμβαδά χρησιμοποιώντας άλλα εμβαδά (ήδη γνωστά τους), κατάλληλους μετασχηματισμούς και βοηθητικές γραμμές. Προτείνεται, αν υπάρχει χρόνος, να γίνουν οι 3 εφαρμογές (με την παρατήρηση της εφαρμογής 2) και οι 2 δραστηριότητες.
- Θα μπορούσε να γίνει η απόδειξη του Πυθαγορείου θεωρήματος μέσω εμβαδών, όπως παρατίθεται στα στοιχεία του Ευκλείδη και αναφέρεται στο ιστορικό σημείωμα στο τέλος του Κεφαλαίου.
- Προτεινόμενες ασκήσεις: Οι ερωτήσεις κατανόησης, οι ασκήσεις εμπέδωσης 3 και 6 και οι αποδεικτικές ασκήσεις 1, 4, 7 και 8.
- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1:

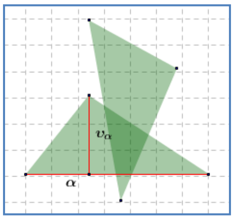
(α) Να χωρίσετε ένα τρίγωνο σε τέσσερα ίσα τρίγωνα φέρνοντας κατάλληλες ευθείες και στη συνέχεια να συγκρίνετε το εμβαδόν κάθε τριγώνου με το εμβαδόν του αρχικού.

(β) Να χωρίσετε ένα παραλληλόγραμμο σε

- δύο,

• τρία,
• τέσσερα ίσα παραλληλόγραμμα.
Στη συνέχεια να συγκρίνετε το εμβαδόν κάθε παραλληλογράμμου με το εμβαδόν του αρχικού παραλληλογράμμου.
(γ) Να χωρίσετε ένα τρίγωνο με ευθεία που διέρχεται από την κορυφή σε δύο τρίγωνα με λόγο εμβαδών $\frac{1}{3}$.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2</u>:
Η ερώτηση κατανόησης 1 προτείνεται να γίνει με πιο διερευνητικό τρόπο με το μικροπείραμα «Τύποι υπολογισμού εμβαδών» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την κατανόηση των τύπων των εμβαδών βασικών γεωμετρικών σχημάτων και τις αποδείξεις τους.



http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5771

§10.4 (Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες).

Προτείνεται να γίνει απλή εφαρμογή των τύπων με στόχο οι μαθητές/-τριες να μπορούν να λύνουν απλά προβλήματα υπολογισμού εμβαδών, με τους τύπους αυτούς. Μία επιλογή ασκήσεων θα μπορούσε να είναι: οι ερωτήσεις κατανόησης 1 και 2, οι ασκήσεις εμπέδωσης 3 και 4 και οι αποδεικτικές ασκήσεις 1, 3 και 5.

- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

§10.5 (Προτείνεται να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες).

Στόχος είναι οι μαθητές/-τριες να συσχετίσουν το λόγο ομοιότητας δύο σχημάτων με το λόγο των περιμέτρων τους και το λόγο των εμβαδών τους.

- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

Κεφάλαιο 11^{ο} (Προτείνεται να διατεθούν 9 διδακτικές ώρες).

§11.1-11.2 (Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες).

Στόχοι είναι οι μαθητές/-τριες να αναγνωρίζουν τα κανονικά πολύγωνα, να διακρίνουν τη γωνία τους, από την κεντρική τους γωνία και να μπορούν να υπολογίζουν στοιχεία κανονικών πολυγώνων. Δεν κρίνεται σκόπιμο να χρησιμοποιούν έτοιμους τους τύπους του θεωρήματος Ι της παραγράφου 11.2.

Μπορεί να γίνει μία αναφορά στο ρόλο των κανονικών πολυγώνων στη φύση, την τέχνη και τις επιστήμες. Για παράδειγμα, θα είχε ενδιαφέρον η διερεύνηση θεμάτων σχετικών με την πλακόστρωση δαπέδου με κανονικά πολύγωνα (http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5881).

Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

Ενδεικτική δραστηριότητα:
Ο ρόμβος και το ορθογώνιο είναι κανονικά πολύγωνα; Τι πρέπει να ισχύει για να είναι;

§11.4, 11.5, 11.6, 11.7 (Προτείνεται να διατεθούν 7 διδακτικές ώρες).

Οι παράγραφοι αυτές μπορούν να εισαγάγουν τους/τις μαθητές/-τριες στις άπειρες διαδικασίες με φυσιολογικό τρόπο. Για αυτό, προτείνεται να αφιερωθεί χρόνος για τη διαδικασία προσέγγισης τόσο για τον υπολογισμό του μήκους του κύκλου όσο και για τον υπολογισμό του εμβαδού του.

Στόχοι είναι οι μαθητές/-τριες:

- ✓ Να περιγράφουν και να ερμηνεύουν τον τρόπο με τον οποίο προσεγγίζεται το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.
- ✓ Να υπολογίζουν το μήκος τόξου και το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα ως συνάρτηση της ακτίνας.
- ✓ Να αξιοποιούν τα παραπάνω συμπεράσματα για να επιλύουν προβλήματα με μεικτόγραμμα σχήματα.

- Να μη γίνουν τα σύνθετα θέματα.

Ενδεικτική δραστηριότητα:
Να σχεδιάσετε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα 4. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε το κανονικό εγγεγραμμένο και το κανονικό περιγεγραμμένο τετράγωνο στον κύκλο.
α) Να βρείτε τις περιμέτρους των δύο τετραγώνων.
β) Τι συμπεραίνετε για το μήκος του κύκλου;
γ) Μπορείτε να βρείτε ακριβέστερο τρόπο προσέγγισης του μήκους του κύκλου; Να τεκμηριώσετε την απάντησή σας με αριθμητικά αποτελέσματα.
[Σχόλιο: Αυτή η δραστηριότητα είναι εισαγωγική στην παράγραφο 11.4 και μπορεί να γίνει και με τη βοήθεια λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας. Επίσης μπορεί να επεκταθεί και στην προσέγγιση εμβαδού κύκλου με κατάλληλη τροποποίηση των ερωτημάτων.]

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ Τάξης ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ, ΕΚΚΛΗΣΙΑΣΤΙΚΟΥ ΓΕΛ

Η διαχείριση της ύλης είναι αυτή που προτείνεται για την Β΄ τάξη Ημερησίου ΓΕΛ με την ακόλουθη διαφοροποίηση ως προς τις ώρες διδασκαλίας ανά κεφάλαιο.

Για την αναφορά σε στοιχεία από τη Γεωμετρία της Β΄ και Γ΄ Γυμνασίου και της Α' Λυκείου να διατεθεί 1 διδακτική ώρα

Κεφάλαιο 7ο
(Προτείνεται να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες).

Κεφάλαιο 8ο
(Προτείνεται να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες).

Κεφάλαιο 9ο
(Προτείνεται να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

Κεφάλαιο 10ο
(Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες).

Κεφάλαιο 11ο
(Προτείνεται να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες).

Για την προσαρμογή της διδασκαλίας στο διατιθέμενο χρόνο, προτείνεται να δίδεται έμφαση στα βασικά παραδείγματα - εφαρμογές και στην ανάδειξη, μέσω αυτών, του περιεχομένου (εννοιών και μεθόδων) της κάθε παραγράφου.

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗΣ

Η εγκατάσταση των Διαδραστικών Οθονών Αφής στα σχολεία προσφέρει πολυάριθμα πλεονεκτήματα στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη της διδασκαλίας. Συγκεκριμένα:

- Παρέχεται η δυνατότητα οργάνωσης, καταγραφής και αποθήκευσης μαθημάτων που δύνανται να αξιοποιηθούν τόσο από τους/τις εκπαιδευτικούς όσο κι από τους/τις μαθητές/-τριες.
- Προσφέρεται η εύκολη πρόσβαση στο note, στα σχεδιαστικά εργαλεία των οθονών αφής, σε ποικίλους Ανοικτούς Εκπαιδευτικούς Πόρους / Open Educational Resources (ΑΕΠ / OER) που περιλαμβάνουν κατηγορίες όπως: Εκπαιδευτικά Παιχνίδια/Δυναμικός Χάρτης/Εφαρμογές Λογισμικού/AR-VR-MR Αντικείμενα /3D Αντικείμενα κ.ά. καθώς και στην εφαρμογή mozaBook (που είναι προεγκατεστημένη στο περιβάλλον windows των οθονών και μελλοντικά θα εμπλουτιστεί με τα διαδραστικά σχολικά βιβλία).
- Όλα τα παραπάνω αποτελούν καινοτόμα μαθησιακά περιβάλλοντα, εύχρηστα, με πλούσιο οπτικοακουστικό υλικό οικείου χαρακτήρα και εξοικείωσης με την καθημερινότητα των μαθητών/-τριών, που ανταποκρίνονται στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Επίσης, δίνουν στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να οργανώσει το μάθημά του/της, δημιουργώντας ένα «υβριδικό περιβάλλον εργασίας», που λειτουργεί ως διδακτικό αποθετήριο και εμπλουτίζεται στο πλαίσιο της σύγχρονης και ασύγχρονης διδασκαλίας.
- Οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να προσαρμόσουν το υλικό διδασκαλίας τους ώστε να ανταποκρίνεται στη γνωστική ετοιμότητα και στις ανάγκες των μαθητών/-τριών, σε σχέση με την ηλικία τους και τους διαφορετικούς τύπους μάθησης (οπτικός, ακουστικός, κιναισθητικός), προσφέροντας υλικό σε διαφορετικές μορφές, με άξονα τη συμπερίληψη όλων καθώς και την εξατομικευμένη μάθηση. Παράλληλα, η χρήση ποικίλων διαδραστικών δραστηριοτήτων επιτρέπουν την άμεση ανατροφοδότηση και αξιολόγηση του επιπέδου κατανόησης του μαθήματος.
- Η λειτουργία «πολλαπλής αφής» των διαδραστικών οθονών δίνει στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να σχεδιάσει και να ενσωματώσει στη διδασκαλία ομαδικές δραστηριότητες, που

επιτρέπουν τη συνέργεια των μαθητών/-τριών, καλλιεργώντας δεξιότητες όπως της συνεργασίας και επικοινωνίας.

- Οι οθόνες αφής μπορούν να συνδεθούν με το Google Drive ή το OneDrive, με υπολογιστές, τάμπλετ και άλλες συσκευές, διευκολύνοντας τη μεταφορά και την κοινή χρήση πληροφοριών.
- Δίνεται η δυνατότητα στον/στην εκπαιδευτικό να μοιράζεται με τους/τις μαθητές/-τριες εκπαιδευτικό υλικό και να το επαναχρησιμοποιεί, μειώνοντας τον φόρτο εργασίας.
- Δίνεται η δυνατότητα της αντεστραμμένης διδασκαλίας και η λειτουργία της ανεστραμμένης τάξης.
- Δίνεται η δυνατότητα ένταξης της τεχνητής νοημοσύνης (ΤΝ) στη μαθησιακή διαδικασία.
- Τέλος, τα διαδραστικά συστήματα μάθησης διευκολύνουν και επιταχύνουν τη διενέργεια του μαθήματος καθώς δεν απαιτούν συσκότιση της αίθουσας για να προβληθεί υλικό, έχουν ενσωματωμένα ηχεία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαισθητικά με την αφή. Το σύνολο του υλικού των Οδηγιών Διδασκαλίας είναι κατάλληλο για χρήση δια μέσου των διαδραστικών συστημάτων μάθησης. Επιπροσθέτως, τα συστήματα αυτά διαθέτουν την επιλογή της λειτουργίας τους ως ασπροπίνακες με πολλές επιπλέον δυνατότητες πέραν της απλής γραφής κειμένου (π.χ. λειτουργία screenshot της οθόνης και δυνατότητα γραφής σημειώσεων πάνω στο screenshot, αντιγραφή-επικόλληση μέρους των σημειώσεων κ.ά.).
- Το σύνολο των δυνατοτήτων του υλικού κάθε μοντέλου διαδραστικού συστήματος μάθησης μπορεί να αναζητηθεί στις εξής διευθύνσεις:

➢ Συχνές ερωτήσεις Διαδραστικών Συστημάτων.

➢ Χρήσιμα αρχεία Διαδραστικών Συστημάτων.

Για τη διδασκαλία των **Μαθηματικών**, οι διαδραστικές οθόνες αφής διευκολύνουν τη χρήση δυναμικών λογισμικών Μαθηματικών, εργαλείων γεωμετρικών κατασκευών, διαδραστικών ασκήσεων, βίντεο-ηχητικών, τρισδιάστατων μοντέλων, εγείροντας το ενδιαφέρον των μαθητών/-τριών και προάγοντας την αφομοίωση της ύλης.

ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2024–2025

Μαθηματικά Γενικής Παιδείας Γ΄ τάξης Ημερησίου, Μουσικού, Καλλιτεχνικού, Εκκλησιαστικού Γενικού Λυκείου

Το μάθημα των Μαθηματικών Γενικής Παιδείας της Γ΄ Λυκείου περιλαμβάνει τα Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική - Πιθανότητες). Η διδασκαλία των Στοχαστικών Μαθηματικών έχει ως στόχους αφενός τη γνωριμία των μαθητών/μαθητριών με στοιχεία απαραίτητα για την κατανόηση και την ερμηνεία καταστάσεων που συναντά ο σύγχρονος πολίτης, και αφετέρου την εμπλοκή τους με μη αιτιοκρατικούς τρόπους σκέψης για προβλήματα και καταστάσεις που εμπεριέχουν κάποιο βαθμό αβεβαιότητας. Το Πρόγραμμα Σπουδών του μαθήματος έχει δημοσιευθεί στο ΦΕΚ 3027/τ. Β΄/21-7-2020 και η διδακτέα ύλη περιλαμβάνει όλα τα κεφάλαια.

Είναι επιθυμητό η διδασκαλία του μαθήματος να γίνεται με την εμπλοκή των μαθητών/μαθητριών σε έργα και προβλήματα μέσα στην τάξη, είτε σε ομάδες εργασίας, είτε ατομικά, είτε με συζήτηση σε όλη την τάξη. Με στόχο τον περιορισμό του φόρτου εργασίας των μαθητών/μαθητριών εκτός τάξης, οι εργασίες για το σπίτι θα πρέπει να εστιάζουν στο περιεχόμενο και στους στόχους τους μαθήματος. Μια τέτοια προσέγγιση δίνει περισσότερες ευκαιρίες σε όλους τους/τις μαθητές/μαθήτριες να εμπλακούν λύνοντας προβλήματα και συζητώντας καταστάσεις και φαινόμενα. Το περιεχόμενο και η δομή του σχολικού βιβλίου υποστηρίζει μια τέτοια προσέγγιση της διδασκαλίας.

Τα προβλήματα και ερωτήματα που τίθενται στη «Διερεύνηση» προτείνεται να χρησιμοποιούνται για να εισαχθούν οι «Βασικές έννοιες – Ιδέες – Διεργασίες» μέσα από τις δραστηριότητες των μαθητών/μαθητριών στην τάξη. Τα προβλήματα της «Διερεύνησης» έχουν διαμορφωθεί για τη συζήτηση στην τάξη, με τον/την εκπαιδευτικό να αναλαμβάνει περισσότερο να διευκολύνει τη συζήτηση παρά να «παραδώσει τη νέα θεωρία». Παρόλα αυτά σε κάποιες περιπτώσεις απαιτείται ο/η εκπαιδευτικός να αναλάβει περισσότερο καθοδηγητικό ρόλο (πχ. για να περιγράψει το θηκόγραμμα στην παράγραφο 2.3).

Οι ασκήσεις που υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο προτείνεται να αποτελέσουν αντικείμενο διαπραγμάτευσης στην τάξη. Το «Πρόσθετο Υλικό» μπορεί να αξιοποιηθεί είτε ως επιπλέον ασκήσεις, είτε για την εκπόνηση κάποιας συλλογικής εργασίας. Σε κάποιες περιπτώσεις, στο Πρόσθετο Υλικό συμπεριλαμβάνονται ασκήσεις και υλικό που υπάρχει σε άλλα σχολικά βιβλία που μπορούν να βρεθούν και στο ψηφιακό σχολείο (http://ebooks.edu.gr/new/allcourses.php).

Επειδή δίνεται έμφαση στην κατανόηση, στην αξιοποίηση των εργαλείων της στατιστικής και των πιθανοτήτων και στην κριτική ερμηνεία των πιθανών συμπερασμάτων, η απομνημόνευση τύπων δεν είναι στόχος του μαθήματος. Έτσι, <u>στο τέλος των οδηγιών παρέχεται ένα τυπολόγιο το οποίο θα δίνεται στους/στις μαθητές/μαθήτριες κατά την γραπτή εξέτασή τους.</u>

Κεφάλαιο 1. Πιθανότητες (προτείνεται να διατεθούν 15 ώρες)

§ 1.1 Πειράματα τύχης, δειγματικός χώρος και ενδεχόμενα (προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες)

Η αβεβαιότητα που είναι εγγενής στα πειράματα τύχης, σε αντίθεση με τα αιτιοκρατικά πειράματα, είναι μια σημαντική και νέα ιδέα για τους/τις μαθητές/μαθήτριες. Από την καθημερινή ζωή και από παιχνίδια που η έκβασή τους είναι αβέβαιη, οι μαθητές/μαθήτριες αναμένεται να έχουν εμπειρίες που θα τους επιτρέψουν να έχουν μια διαισθητική προσέγγιση του μη αιτιοκρατικού πειράματος και της έννοιας της πιθανότητας. Η μετατροπή αυτών των διαισθητικών προσεγγίσεων σε μαθηματικές έννοιες και σχέσεις απαιτεί τη διερεύνηση των βασικών εννοιών και πράξεων των ενδεχομένων (ως συνόλων). Η υποστήριξη με παραδείγματα και με διαγράμματα Venn μπορεί να συμβάλλει στη σύνδεση των εννοιών με τη διαίσθηση. Εργαλεία, όπως το δενδροδιάγραμμα και ο πίνακας διπλής εισόδου, βοηθούν στη μοντελοποίηση ενός πειράματος τύχης και στην κατασκευή του δειγματικού χώρου. Σημαντική για την κατανόηση και την επίλυση προβλημάτων είναι, επίσης, η μετάφραση των ενδεχομένων και των μεταξύ τους σχέσεων από τη φυσική γλώσσα στη γλώσσα των συνόλων και αντίστροφα.

§ 1.2 Πιθανότητες: Ορισμοί και Εφαρμογές (προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες)
Ο κλασικός ορισμός της πιθανότητας προτείνεται να είναι η κατάληξη μιας διαισθητικής προσέγγισης του μέτρου βεβαιότητας για ενδεχόμενα που είναι ισοπίθανα. Οι μαθητές/μαθήτριες, από την καθημερινή τους εμπειρία, αναμένεται να μπορούν να απαντήσουν πόσο πιθανό είναι να έρθει ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα όταν ρίχνουμε ένα ζάρι ή όταν «στρίβουμε» ένα κέρμα. Αυτή η εμπειρία μπορεί να αξιοποιηθεί για να οδηγηθούν στον κλασικό ορισμό και στις άμεσες συνέπειές του. Ο αξιωματικός ορισμός είναι πιο αφηρημένος και γενικός και αναφέρεται και στην περίπτωση που τα ενδεχόμενα δεν είναι ισοπίθανα. Η ανάγκη ύπαρξης του αξιωματικού ορισμού μπορεί να προκύψει από πειράματα τύχης στα οποία τα ενδεχόμενα δεν είναι ισοπίθανα, όπως το «Παιχνίδι 3» της «Διερεύνησης» του βιβλίου, και από την ανάγκη μοντελοποίησης πολύπλοκων φαινομένων ως πειραμάτων τύχης. Σε αυτά αναδεικνύεται η ανάγκη να αποδοθεί πιθανότητα σε ενδεχόμενα, ώστε να απαντώνται ερωτήματα όπως «τι αναμένουμε ως πιθανότερο να συμβεί και πόσο;». Η σύγκριση και η συσχέτιση του κλασικού με τον αξιωματικό ορισμό είναι σημαντικό να γίνει, αναδεικνύοντας το διαφορετικό πλαίσιο στο οποίο μπορεί να εφαρμοστεί ο καθένας (περιπτώσεις ισοπίθανων και μη ισοπίθανων ενδεχομένων).

§ 1.3 Πιθανότητες και πράξεις με ενδεχόμενα (προτείνεται να διατεθούν 4 ώρες)
Οι κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων εισάγονται για πρώτη φορά και είναι σημαντικό να συνδέονται με τη διαίσθηση των μαθητών/μαθητριών αφενός μέσα από οικείες καταστάσεις και προβλήματα (όπως εκείνο της «Διερεύνησης») και αφετέρου μέσω των διαγραμμάτων Venn. Ο αποδείξεις συνδέουν ορισμούς και νόμους σε μια συνεκτική δομή. Οι ασκήσεις μπορούν να αναδεικνύουν την αξία των κανόνων, εφόσον περιγράφουν προβλήματα και καταστάσεις που προέρχονται από την καθημερινή ζωή και εμπειρία και από άλλες επιστήμες. Έτσι, δεν προτείνονται ασκήσεις που απαιτούν πολύπλοκους αλγεβρικούς χειρισμούς χωρίς νόημα για τη λύση και τη διερεύνηση προβλημάτων.

§ 1.4 Συνδυαστική και Πιθανότητες (προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες)
Στα στοιχεία Συνδυαστικής αναφέρονται οι βασικές έννοιες που είναι απαραίτητες για την επίλυση προβλημάτων στα οποία τίθεται το ερώτημα «πόσα « ή με «πόσους τρόπους» και η απάντηση δεν μπορεί να δοθεί εύκολα με καταμέτρηση. Το σημαντικότερο εργαλείο για τη

λύση των προβλημάτων είναι η βασική αρχή απαρίθμησης, της οποίας άμεση εφαρμογή είναι ο υπολογισμός του πλήθους των συνδυασμών, των διατάξεων και των μεταθέσεων. Για αυτό είναι σημαντικό οι μαθητές/μαθήτριες να γνωρίζουν πώς αυτοί τύποι προκύπτουν από τη βασική αρχή απαρίθμησης, χωρίς να είναι απαραίτητη η απομνημόνευσή τους.

Κεφάλαιο 2. Στατιστική (προτείνεται να διατεθούν 32 ώρες)

§ 2.1 Πληθυσμός - Δείγμα - Μεταβλητές (προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες)

Η διδασκαλία της παραγράφου έχει ως στόχο την εισαγωγή των βασικών εννοιών της Στατιστικής ως επιστήμης που ασχολείται με τη συλλογή δεδομένων, την παρουσίασή τους και την ανάλυση και εξαγωγή συμπερασμάτων. Η ύπαρξη μεγάλου όγκου δεδομένων και η αβεβαιότητα είναι δύο σημαντικά χαρακτηριστικά των προβλημάτων και των ερευνών της Στατιστικής.

Μέσα από παραδείγματα οι μαθητές/μαθήτριες αναμένεται να κατανοήσουν τη διάκριση μεταξύ πληθυσμού (απογραφή) και δείγματος (δειγματοληψία), μεταξύ μεταβλητής και τιμών της, μεταξύ ποιοτικής και ποσοτικής μεταβλητής, κ.λπ.

Ιδιαίτερα σε σχέση με την περίπτωση της δειγματοληψίας, συζητώντας ιστορικά παραδείγματα, θα πρέπει να επισημανθεί ότι το τυχαίο και αντιπροσωπευτικό δείγμα παίζει σημαντικό ρόλο στην ποιότητα της έρευνας και την άντληση συμπερασμάτων.

§ 2.2 Παρουσίαση Στατιστικών Δεδομένων (προτείνεται να διατεθούν 6 ώρες)

Οι μαθητές/μαθήτριες θα πρέπει να μπορούν να κατασκευάζουν πίνακες συχνοτήτων και διαγράμματα, να μπορούν να τα «διαβάζουν» (όταν αυτά δίνονται) και να μπορούν να «μεταφράζουν» πίνακες σε διαγράμματα (ή κάποια μορφή διαγράμματος σε άλλη) και αντιστρόφως. Η χρήση ψηφιακών εργαλείων (π.χ. λογιστικό φύλλο) μπορεί να υποστηρίξει αυτή τη μετάφραση και γενικότερα την κατανόηση των στατιστικών εννοιών. Είναι σημαντικό οι μαθητές/μαθήτριες να διαπραγματευθούν δεδομένα με διαφορετικά χαρακτηριστικά: τιμές ποσοτικής αλλά και ποιοτικής μεταβλητής, μικρά αλλά και μεγάλα σύνολα δεδομένων, δεδομένα που χρειάζεται να ομαδοποιηθούν κ.λπ. Για λόγους συντομίας κατά την εργασία των μαθητών/μαθητριών στην τάξη, θα μπορούσαν να χρησιμοποιούνται αριθμομηχανές ή/και φωτοτυπίες.

Μία επιπλέον επιδίωξη είναι η καλλιέργεια της κριτικής ικανότητας των μαθητών/μαθητριών για τον κίνδυνο παρερμηνείας που υπάρχει από την ανάγνωση ενός στατιστικού διαγράμματος αλλά και από παραπλανητικούς τρόπους παρουσίασης στατιστικών δεδομένων.

Στην περίπτωση ομαδοποιημένων παρατηρήσεων ο αριθμός των κλάσεων θα πρέπει να δίνεται στους/στις μαθητές/μαθήτριες.

§ 2.3 Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας, θηκόγραμμα, συντελεστής μεταβλητότητας (προτείνεται να διατεθούν 7 ώρες)

Η διδασκαλία της παραγράφου εστιάζει στις έννοιες των συγκεκριμένων μέτρων θέσης (μέση τιμή, διάμεσος, τεταρτημόρια, επικρατούσα τιμή) και διασποράς (εύρος, ενδοτεταρτημοριακό εύρος, διακύμανση και τυπική απόκλιση). Χρειάζεται να γίνει συζήτηση για την επιλογή του μέτρου θέσης και του μέτρου διασποράς με τα οποία θα παρουσιαστούν συνοπτικά κάποια δεδομένα. Διαφορετικά μέτρα έχουν διαφορετικά πλεονεκτήματα. Για παράδειγμα, συγκρίνοντας τα μέτρα θέσης, κάποια σημαντικά πλεονεκτήματα της μέσης τιμής είναι ότι για τον υπολογισμό της χρησιμοποιούνται όλες οι τιμές και ότι έχει μεγάλη εφαρμογή σε περαιτέρω στατιστική ανάλυση. Πλεονεκτήματα της διαμέσου είναι ότι δεν επηρεάζεται από το μέγεθος των ακραίων τιμών και ότι ο υπολογισμός της είναι απλός. Ενώ για την επικρατούσα τιμή ένα σημαντικό πλεονέκτημα είναι ότι εφαρμόζεται και σε ποιοτικά δεδομένα.

Η σύγκριση δύο ομάδων δεδομένων μπορεί να στηρίζεται στα μέτρα θέσης και διασποράς, αλλά χρειάζεται κάθε φορά να λαμβάνεται υπόψη το πλαίσιο των δεδομένων, από τα οποία προέκυψαν τα μέτρα. Για παράδειγμα, μέτρα θέσης και διασποράς για δεδομένα βαθμών που βρίσκονται στην κλίμακα 0 – 20 αναμένεται να είναι διαφορετικά από τα αντίστοιχα μέτρα για δεδομένα βαθμών στην κλίμακα 0 – 100, ακόμα κι αν τα δεδομένα είναι τα ίδια και έχει γίνει αναγωγή από τη μία κλίμακα στην άλλη.

Το θηκόγραμμα είναι μια μορφή αναπαράστασης των δεδομένων που εμπεριέχει τα περισσότερα από τα μέτρα θέσης και διασποράς και για τον λόγο αυτό χρησιμοποιείται ευρέως στην παρουσίαση δεδομένων αλλά και στη σύγκριση διαφορετικών ομάδων δεδομένων. Η κατασκευή και η ερμηνεία θηκογραμμάτων είναι σημαντικά στοιχεία της διδασκαλίας της ενότητας.

Δίνοντας έμφαση στις έννοιες των μέτρων θέσης και διασποράς προτείνεται να μην ζητείται από τους/τις μαθητές/μαθήτριες η απομνημόνευση τύπων αλλά η επιλογή κατάλληλων μέτρων, η ερμηνεία και η κριτική προσέγγιση ερμηνειών.

Τέλος, μέσω διαφορετικών δειγμάτων του ίδιου πληθυσμού είναι σημαντικό να γίνει διάκριση μεταξύ του δειγματικού μέσου και του μέσου του πληθυσμού. Θα πρέπει να επισημανθεί ότι τον μέσο ενός δείγματος μπορούμε να τον υπολογίσουμε ενώ τον μέσο του πληθυσμού μπορούμε, μέσω του δείγματος, μόνο να τον εκτιμήσουμε. Το ίδιο ισχύει και για οποιαδήποτε άλλη δειγματική ποσότητα σε σχέση με την αντίστοιχη πληθυσμιακή (π.χ. τυπική απόκλιση).

§ 2.4 Κανονική κατανομή και εφαρμογές (προτείνεται να διατεθούν 2 ώρες)

Με την κανονική κατανομή μοντελοποιούνται διαδικασίες και φαινόμενα, αρκετά από τα οποία επηρεάζουν την καθημερινότητα του πολίτη. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι με αυτό το μοντέλο μπορούμε να περιγράψουμε πώς κατανέμονται σε έναν ιδεατό, άπειρο πληθυσμό οι τιμές ορισμένων μεταβλητών. Στην πράξη, μπορούμε να χρησιμοποιούμε την κανονική κατανομή για να αντλούμε συμπεράσματα με κάποιο βαθμό βεβαιότητας για μεγάλα δείγματα (για παράδειγμα, ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου «η τιμή της μεταβλητής είναι στο διάστημα $(\mu-\sigma , \mu+\sigma)$» ισούται κατά προσέγγιση με 0,68 ή 68%).

§ 2.5 Πίνακες συνάφειας και ραβδογράμματα (προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες)

Η πιθανή σύνδεση δύο ποιοτικών χαρακτηριστικών μελετάται με χρήση των πινάκων συνάφειας. Η ερμηνεία των πινάκων συνάφειας και των σχέσεων των δύο χαρακτηριστικών δεν μπορεί από μόνη της να οδηγεί σε σχέση αιτίου – αιτιατού, αν και μια τέτοια σχέση μπορεί να υπάρχει σε κάποιες περιπτώσεις. Τόσο τα ομαδοποιημένα, όσο και τα στοιβαγμένα ραβδογράμματα μπορούν να αξιοποιηθούν στην ανάδειξη και ερμηνεία συνδέσεων μεταξύ των χαρακτηριστικών.

§ 2.6 Σύγκριση ποσοτικών χαρακτηριστικών στις κατηγορίες ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού (προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες)

Τα ποσοτικά χαρακτηριστικά που συνδέονται είτε με δύο δείγματα (π.χ. εφαρμογή 1), είτε με δύο κατηγορικές μεταβλητές (π.χ. εφαρμογή 3) μπορούν να μελετηθούν αξιοποιώντας τα αντίστοιχα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας και σχετικές αναπαραστάσεις (θηκογράμματα, άλλα γραφήματα, πίνακες). Σε κάθε περίπτωση, η έμφαση είναι στις ερμηνείες και στις συνδέσεις, οι οποίες και εδώ δεν εκφράζουν πάντα σχέσεις αιτίου – αιτιατού.

§ 2.7 Γραμμική συσχέτιση ποσοτικών μεταβλητών και διαγράμματα διασποράς (προτείνεται να διατεθούν 5 ώρες)

Σε αρκετές περιπτώσεις, η συσχέτιση δύο ποσοτικών χαρακτηριστικών μπορεί να μελετηθεί μέσα από ένα διάγραμμα διασποράς. Η μελέτη που γίνεται σε αυτή την ενότητα αναφέρεται μόνο σε πιθανή γραμμική συσχέτιση. Η μη ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης δεν σημαίνει ανυπαρξία συσχέτισης γενικώς (π.χ. θα μπορούσε να υπάρχει εκθετική ή τετραγωνική συσχέτιση).

Η γραμμική συσχέτιση μπορεί να φαίνεται από το διάγραμμα διασποράς, ή από τον συντελεστή Pearson. Ο τύπος για τον συντελεστή Pearson δίνεται για λόγους πληρότητας και δεν ζητείται η απομνημόνευσή του από τους/τις μαθητές/μαθήτριες. Η τιμή του συντελεστή r μπορεί να δίνεται έτοιμη, ή να υπολογίζεται μέσω λογισμικού, ή, σε κάποιες περιπτώσεις, ακόμη και να υπολογίζεται με χρήση αριθμομηχανής. Είναι σημαντική η σύνδεση της τιμής του r με τη μορφή του διαγράμματος διασποράς και η ανάπτυξη της ικανότητας οι μαθητές/ μαθήτριες να κάνουν τέτοιες ερμηνείες.

Και πάλι, κρίνεται απαραίτητο να μην ερμηνευθεί η ύπαρξη συσχέτισης με όρους αιτίου – αιτιατού, εφόσον μπορεί να υπάρχει κάποιος τρίτος (συγχυτικός) παράγοντας.

Εφόσον φαίνεται να υπάρχει γραμμική συσχέτιση, είναι πιθανώς ενδιαφέρουσα η δημιουργία μιας ευθείας που μοντελοποιεί αυτή τη συσχέτιση. Αυτό συνδέεται κυρίως με την πραγματοποίηση προβλέψεων, οι οποίες μπορεί να γίνουν κάτω από κάποιες προϋποθέσεις. Οι στόχοι του παρόντος μαθήματος περιορίζουν τα μοντέλα γραμμικής συσχέτισης μόνο στην ευθεία που κατασκευάζεται με το μάτι και όχι σε περισσότερο πολύπλοκα.

Μαθηματικά Γενικής Παιδείας Γ΄ τάξης Εσπερινού Γενικού Λυκείου

Οι οδηγίες διδασκαλίας για τα Μαθηματικά της Γ΄ τάξης του Εσπερινού Γενικού Λυκείου ταυτίζονται με εκείνες για του Ημερήσιου, με την απαραίτητη τροποποίηση των διατιθέμενων ωρών διδασκαλίας. Πιο συγκεκριμένα, οι ενδεικτικές ώρες διδασκαλίας κάθε παραγράφου προσαρμόζονται περίπου στο μισό των αντίστοιχων του Ημερήσιου Γενικού Λυκείου. Για αυτόν τον σκοπό, η διδασκαλία θα πρέπει να εστιάζει στη συζήτηση των βασικών προβλημάτων (Διερεύνηση) και της θεωρίας. Αν υπάρχει διαθέσιμος χρόνος, ο/η διδάσκων/διδάσκουσα θα επιλέξει τις επιπλέον εφαρμογές και ασκήσεις που θα συζητηθούν στην τάξη με κριτήριο τις ανάγκες και τα ενδιαφέροντα των μαθητών/μαθητριών.

ΒΑΣΙΚΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

(δίνεται στους/στις μαθητές/μαθήτριες κατά τη γραπτή εξέταση)

Πιθανότητες:

— $P(\Omega)=1$, $P(\varnothing)=0$, $0 \le P(A) \le 1$,

— Αν $A \cap B = \varnothing$, τότε $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Κανόνες λογισμού πιθανοτήτων:

$P(A')=1-P(A)$	$P(A)=P(A\cap B)+P(A-B)$
Αν $B \subseteq A$ τότε $P(B) \le P(A)$	$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

— Συνδυαστική:

Διατάξεις των ν ανά κ με επαναλήψεις: ν^{κ}

Διατάξεις των ν ανά κ χωρίς επαναλήψεις: $(\nu)_{\kappa} = \nu\cdot(\nu-1)\cdot\ldots\cdot(\nu-\kappa+1) = \dfrac{\nu!}{(\nu-\kappa)!}$

Μεταθέσεις των ν στοιχείων : $\nu\cdot(\nu-1)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1 = \nu!$

Συνδυασμοί των ν ανά κ: $\dbinom{\nu}{\kappa} = \dfrac{\nu!}{\kappa!(\nu-\kappa)!}$

Στατιστική:

— Μέση τιμή $\bar{x} = \dfrac{t_1+t_2+t_3+\ldots+t_\nu}{\nu}$ ή $\bar{x} = \dfrac{x_1\cdot\nu_1+x_2\cdot\nu_2+\ldots+x_\kappa\cdot\nu_\kappa}{\nu}$

— Ενδοτεταρτημοριακό εύρος: $Q = Q_3 - Q_1$

— Ακραίες οι τιμές που βρίσκονται έξω από το διάστημα $[Q_1 - 1{,}5\cdot Q\ ,\ Q_3 + 1{,}5\cdot Q]$

— Διακύμανση: $s^2 = \dfrac{(t_1-\bar{x})^2+(t_2-\bar{x})^2+(t_3-\bar{x})^2+\ldots+(t_\nu-\bar{x})^2}{\nu}$

ή $s^2 = \dfrac{(x_1-\bar{x})^2\cdot\nu_1+(x_2-\bar{x})^2\cdot\nu_2+\cdots+(x_\kappa-\bar{x})^2\cdot\nu_\kappa}{\nu}$

— Τυπική απόκλιση $s=\sqrt{s^2}$

— Συντελεστής μεταβλητότητας $CV = \dfrac{s}{|\bar{x}|}$

— Κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και διασπορά σ (του πληθυσμού):

στο διάστημα	εκτιμούμε ότι βρίσκεται περίπου το
(μ-σ, μ+σ)	68% των παρατηρήσεων
(μ-2σ, μ+2σ)	95% των παρατηρήσεων
(μ-3σ, μ+3σ)	99,7% των παρατηρήσεων

— Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης Pearson: $r = \dfrac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i y_i - \nu\bar{x}\,\bar{y}}{\nu s_X s_Y}$

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗΣ

Η εγκατάσταση των Διαδραστικών Οθονών Αφής στα σχολεία προσφέρει πολυάριθμα πλεονεκτήματα στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη της διδασκαλίας. Συγκεκριμένα:

- Παρέχεται η δυνατότητα οργάνωσης, καταγραφής και αποθήκευσης μαθημάτων που δύνανται να αξιοποιηθούν τόσο από τους/τις εκπαιδευτικούς όσο κι από τους/τις μαθητές/-τριες.
- Προσφέρεται η εύκολη πρόσβαση στο note, στα σχεδιαστικά εργαλεία των οθονών αφής, σε ποικίλους Ανοικτούς Εκπαιδευτικούς Πόρους / Open Educational Resources (ΑΕΠ / OER) που περιλαμβάνουν κατηγορίες όπως: Εκπαιδευτικά Παιχνίδια/Δυναμικός Χάρτης/Εφαρμογές Λογισμικού/AR-VR-MR Αντικείμενα /3D Αντικείμενα κ.ά. καθώς και στην εφαρμογή mozaBook (που είναι προεγκατεστημένη στο περιβάλλον windows των οθονών και μελλοντικά θα εμπλουτιστεί με τα διαδραστικά σχολικά βιβλία).
- Όλα τα παραπάνω αποτελούν καινοτόμα μαθησιακά περιβάλλοντα, εύχρηστα, με πλούσιο οπτικοακουστικό υλικό οικείου χαρακτήρα και εξοικείωσης με την καθημερινότητα των μαθητών/-τριών, που ανταποκρίνονται στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Επίσης, δίνουν στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να οργανώσει το μάθημά του/της, δημιουργώντας ένα «υβριδικό περιβάλλον εργασίας», που λειτουργεί ως διδακτικό αποθετήριο και εμπλουτίζεται στο πλαίσιο της σύγχρονης και ασύγχρονης διδασκαλίας.
- Οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να προσαρμόσουν το υλικό διδασκαλίας τους ώστε να ανταποκρίνεται στη γνωστική ετοιμότητα και στις ανάγκες των μαθητών/-τριών, σε σχέση με την ηλικία τους και τους διαφορετικούς τύπους μάθησης (οπτικός, ακουστικός, κιναισθητικός), προσφέροντας υλικό σε διαφορετικές μορφές, με άξονα τη συμπερίληψη όλων καθώς και την εξατομικευμένη μάθηση. Παράλληλα, η χρήση ποικίλων διαδραστικών δραστηριοτήτων επιτρέπουν την άμεση ανατροφοδότηση και αξιολόγηση του επιπέδου κατανόησης του μαθήματος.
- Η λειτουργία «πολλαπλής αφής» των διαδραστικών οθονών δίνει στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να σχεδιάσει και να ενσωματώσει στη διδασκαλία ομαδικές δραστηριότητες, που επιτρέπουν τη συνέργεια των μαθητών/-τριών, καλλιεργώντας δεξιότητες όπως της συνεργασίας και επικοινωνίας.
- Οι οθόνες αφής μπορούν να συνδεθούν με το Google Drive ή το OneDrive, με υπολογιστές, τάμπλετ και άλλες συσκευές, διευκολύνοντας τη μεταφορά και την κοινή χρήση πληροφοριών.
- Δίνεται η δυνατότητα στον/στην εκπαιδευτικό να μοιράζεται με τους/τις μαθητές/-τριες εκπαιδευτικό υλικό και να το επαναχρησιμοποιεί, μειώνοντας τον φόρτο εργασίας.
- Δίνεται η δυνατότητα της αντεστραμμένης διδασκαλίας και η λειτουργία της ανεστραμμένης τάξης.
- Δίνεται η δυνατότητα ένταξης της τεχνητής νοημοσύνης (ΤΝ) στη μαθησιακή διαδικασία.
- Τέλος, τα διαδραστικά συστήματα μάθησης διευκολύνουν και επιταχύνουν τη διενέργεια του μαθήματος καθώς δεν απαιτούν συσκότιση της αίθουσας για να προβληθεί υλικό, έχουν ενσωματωμένα ηχεία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαισθητικά με την αφή. Το σύνολο του υλικού των Οδηγιών Διδασκαλίας είναι κατάλληλο για χρήση δια μέσου των διαδραστικών συστημάτων μάθησης. Επιπροσθέτως, τα συστήματα αυτά διαθέτουν την επιλογή της λειτουργίας τους ως ασπροπίνακες με πολλές επιπλέον δυνατότητες πέραν της

απλής γραφής κειμένου (π.χ. λειτουργία screenshot της οθόνης και δυνατότητα γραφής σημειώσεων πάνω στο screenshot, αντιγραφή-επικόλληση μέρους των σημειώσεων κ.ά.).

- Το σύνολο των δυνατοτήτων του υλικού κάθε μοντέλου διαδραστικού συστήματος μάθησης μπορεί να αναζητηθεί στις εξής διευθύνσεις:

➢ Συχνές ερωτήσεις Διαδραστικών Συστημάτων.

➢ Χρήσιμα αρχεία Διαδραστικών Συστημάτων.

Για τη διδασκαλία των **Μαθηματικών**, οι διαδραστικές οθόνες αφής διευκολύνουν τη χρήση δυναμικών λογισμικών Μαθηματικών, εργαλείων γεωμετρικών κατασκευών, διαδραστικών ασκήσεων, βίντεο-ηχητικών, τρισδιάστατων μοντέλων, εγείροντας το ενδιαφέρον των μαθητών/-τριών και προάγοντας την αφομοίωση της ύλης.

ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2024–2025

Για το σχολικό έτος 2024-2025 η ύλη των Μαθηματικών Προσανατολισμού της Γ΄ Λυκείου περιλαμβάνει τη θεματική της Ανάλυσης της οποίας η διδασκαλία καταλαμβάνει 6 ώρες την εβδομάδα. Οι διατιθέμενες ώρες διδασκαλίας επιτρέπουν την υποστήριξη γνωστικών και διδακτικών στόχων. Πιο συγκεκριμένα:
α) την σύνδεση της Ανάλυσης με εφαρμογές και προβλήματα που σχετίζονται με την πραγματικότητα.
β) την υποστήριξη της μεγάλης πλειονότητας των μαθητών/-τριών στο να εμπλακούν με τα Μαθηματικά ανεξάρτητα από τη μέχρι τώρα μαθησιακή πορεία τους.

Η μετατόπιση της διδασκαλίας προς τις διαδικασίες επίλυσης προβλήματος μπορεί να προσφέρει μια επιπλέον νοηματοδότηση των σχετικών εννοιών και διαδικασιών. Για την εμπλοκή των μαθητών/-τριών σε διαδικασίες μαθηματικής μοντελοποίησης και επίλυσης προβλήματος κρίνεται σκόπιμη καταρχάς η αξιοποίηση προβλημάτων από το υπάρχον διδακτικό υλικό (διδακτικό βιβλίο, υλικό και βιβλία αναρτημένα στο http://ebooks.edu.gr). Έχει ιδιαίτερη σημασία κατά τη διαπραγμάτευση των προβλημάτων να παρέχεται επαρκής χρόνος στους/στις μαθητές/-τριες και να αντιμετωπίζονται τυχόν γνωστικές ελλείψεις.

Η αντιμετώπιση γνωστικών ελλείψεων ορισμένων μαθητών/-τριών μπορεί να γίνεται με την ανάδειξη ενδομαθηματικών συνδέσεων εννοιών και διαδικασιών καθώς και την ανάκληση προηγούμενων γνώσεων. Αυτά αποτελούν σημαντικές ευκαιρίες αφενός επανασύνδεσης μαθητών/-τριών που κινδυνεύουν να χάσουν την επαφή με τα Μαθηματικά και αφετέρου βαθύτερης κατανόησης για όλους. Τέτοιες παρεμβάσεις μπορούν να γίνονται κατά την κρίση του/της διδάσκοντα/-ουσας, είτε ως θεωρητική συζήτηση (στις αρχικές παραγράφους συναρτήσεων, μονοτονίας, ακροτάτων κ.ά.), είτε ως παρεμβολή των αναγκαίων θεωρητικών στοιχείων για μια άσκηση.

Παράγραφος	**Ελάχιστος αριθμός ωρών**	**Παράγραφος**	**Ελάχιστος αριθμός ωρών**	**Παράγραφος**	**Ελάχιστος αριθμός ωρών**
1.1	3	2.1	8	3.1	4
1.2	10	2.2	4	3.4	5
1.3	10	2.3	5	3.5	7
1.4	3	2.4	5	3.7	10
1.5	6	2.5	4		
1.6	4	2.6	7		
1.7	4	2.7	12		
1.8	12	2.8	4		
		2.9	4		
		2.10	5		

Κεφάλαιο 1ο

§1.1

Το περιεχόμενο της παραγράφου αυτής είναι σημείο αναφοράς για τα επόμενα. Οι περισσότερες από τις έννοιες που περιέχονται είναι ήδη γνωστές στους/στις μαθητές/-τριες. Γι' αυτό η διδασκαλία δεν πρέπει να στοχεύει στην εξ υπαρχής αναλυτική παρουσίαση γνωστών εννοιών, αλλά στο να δίνει «αφορμές» στους/στις μαθητές/-τριες να ανατρέχουν στα βιβλία των προηγούμενων τάξεων και να επαναφέρουν στη μνήμη τους γνωστές έννοιες και προτάσεις που θα τις χρειαστούν στα επόμενα.

§1.2

Προτείνεται να δοθεί έμφαση σε προβλήματα μαθηματικής μοντελοποίησης με κατασκευή συνάρτησης που περιγράφει ένα φαινόμενο ή μία κατάσταση, όπως για παράδειγμα οι ασκήσεις 5 της Α΄ Ομάδας και 2, 3 και 4 της Β΄ Ομάδας.

Η διδασκαλία της παραγράφου αυτής είναι μία ευκαιρία ανάκλησης/συμπλήρωσης προηγούμενων γνώσεων από οικείες συναρτήσεις (τριγωνομετρικές, πολυωνυμικές, εκθετικές, λογαριθμικές, κ.ά.) και των αντίστοιχων εξισώσεων και ανισώσεων. Επιπλέον, γεωμετρικές έννοιες και σχέσεις είναι χρήσιμο να συζητούνται με αφορμή σχετικά προβλήματα.

Η έννοια της συνάρτησης είναι άμεσα συνδεδεμένη με τη γραφική της παράσταση και η σύνδεση αυτή πρέπει να αναδεικνύεται σε κάθε ευκαιρία, διότι υποστηρίζει την κατανόηση των χαρακτηριστικών της συνάρτησης.

Είναι σημαντικό να επισημανθεί ότι μπορεί το γινόμενο δύο συναρτήσεων να είναι η σταθερή συνάρτηση μηδέν χωρίς καμία από τις δύο να είναι ίση με την συνάρτηση μηδέν. Ένα κατάλληλο παράδειγμα αποτελούν οι συναρτήσεις $f(x)=x+|x|$ και $g(x)=x-|x|$ των οποίων συνιστάται να γίνει και η γραφική παράσταση.

Επίσης, να επισημανθεί ότι από τον ορισμό της συνάρτησης προκύπτει ότι αν $x_1, x_2 \in D_f$ και $x_1 = x_2$ ισχύει πάντα $f(x_1)=f(x_2)$. Το αντίστροφο όμως δεν ισχύει πάντα (ισχύει μόνο όταν η συνάρτηση είναι ένα προς ένα, όπως θα φανεί σε επόμενη παράγραφο).

Επιπλέον, είναι χρήσιμο να συζητηθεί ότι ο ορισμός της ισότητας συναρτήσεων δεν μπορεί να υποκατασταθεί με τον «Δύο συναρτήσεις f και g λέγονται ίσες όταν έχουν το ίδιο πεδίο ορισμού και τον ίδιο τύπο». Καταρχάς, δεν έχουν όλες οι συναρτήσεις τύπο. Αλλά δύο συναρτήσεις με διαφορετικό τύπο μπορεί να είναι ίσες, όπως για παράδειγμα οι ορισμένες στο $\mathbb{R}$ συναρτήσεις $f(x)=1$ και $g(x)=\eta\mu^2 x+\sigma\upsilon\nu^2 x$.

§1.3

Για την αναγνώριση των ιδιοτήτων της μονοτονίας και του «ένα προς ένα» μιας συνάρτησης είναι σημαντικό να αξιοποιηθούν οι γραφικές παραστάσεις. Για τον σκοπό αυτό μπορούν να αξιοποιηθούν οι γραφικές παραστάσεις των βασικών συναρτήσεων της προηγούμενης παραγράφου.

Να διευκρινιστεί στους/στις μαθητές/-τριες ότι για την επίλυση ασκήσεων μπορούν να χρησιμοποιούνται, αναπόδεικτα, οι προτάσεις:

i) Αν η συνάρτηση *f* είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ, τότε για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ ισχύει η συνεπαγωγή: $f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow x_1 < x_2$.

ii) Αν η συνάρτηση *f* είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ, τότε για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ ισχύει η συνεπαγωγή: $f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow x_1 > x_2$.

Για λόγους διδακτικούς μπορεί να παρουσιαστεί στην τάξη η απόδειξη αυτών των προτάσεων:

i) Έστω ότι υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$, για τα οποία ισχύει η υπόθεση και δεν ισχύει το συμπέρασμα της συνεπαγωγής. Τότε θα ισχύει:

$$f(x_1) < f(x_2) \quad \text{και} \quad x_1 \geq x_2.$$

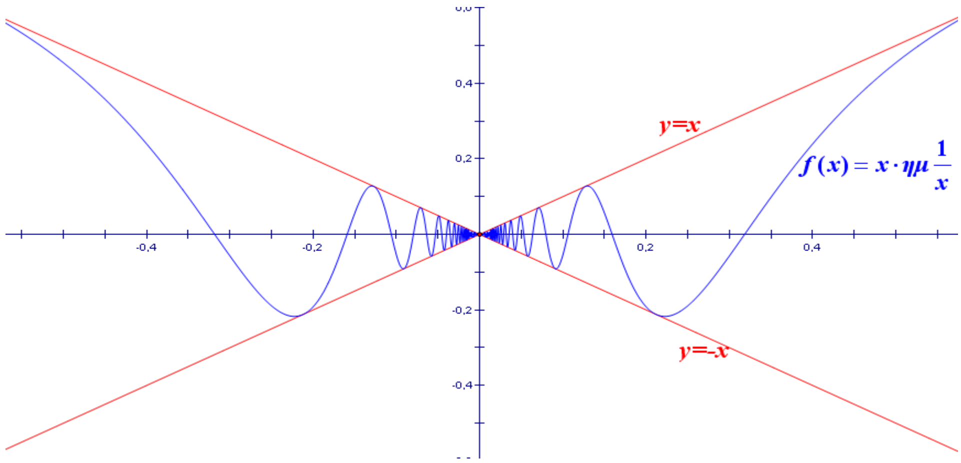
- Αν ήταν $x_1 > x_2$, επειδή η *f* είναι γνησίως αύξουσα, θα ίσχυε: $f(x_1) > f(x_2)$, που αντίκειται στην υπόθεση.
- Αν ήταν $x_1 = x_2$, από τον ορισμό της συνάρτησης, θα ίσχυε: $f(x_1) = f(x_2)$, που αντίκειται και αυτό στην υπόθεση.

Επομένως, ισχύει το ζητούμενο.

ii) Αντίστοιχη με την i.

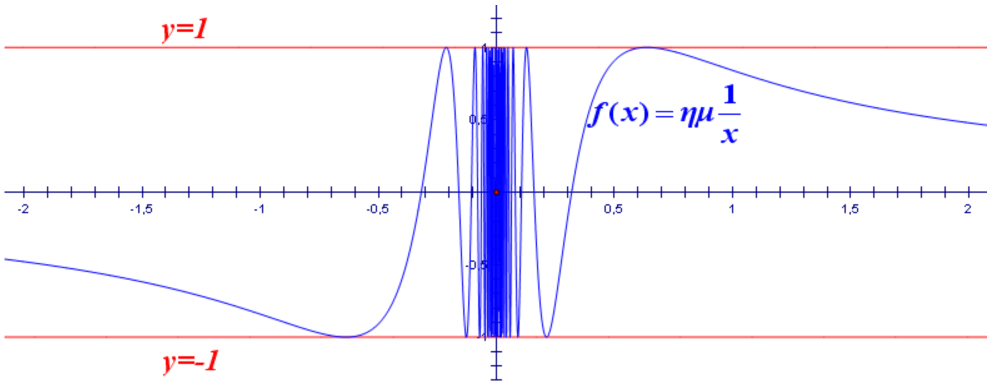
§1.4

Με δεδομένο ότι ο τυπικός ορισμός του ορίου δεν συμπεριλαμβάνεται στην ύλη, χρειάζεται να δοθεί βάρος στη διαισθητική προσέγγιση της έννοιας του ορίου. Δηλαδή, να γίνει προσπάθεια, μέσα από γραφικές παραστάσεις κατάλληλων συναρτήσεων, να αποκτήσουν οι μαθητές/-τριες μια καλή εικόνα και να αποφευχθούν παρανοήσεις, που από τη βιβλιογραφία έχει προκύψει ότι δημιουργούνται συχνά στους/στις μαθητές/-τριες, για την έννοια του ορίου. Να τονιστεί ιδιαίτερα, μέσα από κατάλληλες γραφικές παραστάσεις, ότι η συμπεριφορά της συνάρτησης στο σημείο x_0 δεν επηρεάζει το όριό της όταν το x τείνει στο x_0, καθώς και ότι η τιμή του $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ καθορίζεται από τις τιμές που παίρνει η συνάρτηση κοντά στο x_0. Δηλαδή, δύο συναρτήσεις που έχουν τις ίδιες τιμές σε ένα διάστημα γύρω από το x_0, αλλά μπορεί να διαφέρουν στο x_0 (να παίρνουν διαφορετικές τιμές ή η μια να ορίζεται και η άλλη να μην ορίζεται ή καμία να μην ορίζεται), έχουν το ίδιο όριο όταν το x τείνει στο x_0. Να τονιστεί επίσης ότι, η ύπαρξη του ορίου δε συνεπάγεται μονοτονία (κάτι που όπως προκύπτει από τη βιβλιογραφία είναι συνηθισμένη παρανόηση των μαθητών/-τριών), ούτε όμως και τοπική μονοτονία δεξιά και αριστερά του x_0, δηλαδή μονοτονία σε ένα διάστημα αριστερά του x_0 και σε ένα διάστημα δεξιά του x_0. Για τον σκοπό αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθούν γραφικές παραστάσεις κατάλληλων συναρτήσεων, που θα σχεδιαστούν με τη βοήθεια λογισμικού, όπως για παράδειγμα η $f(x) = x \cdot \eta\mu \dfrac{1}{x}$ (Σχήμα 1).



<u>Σχήμα 1</u>

Επίσης, επειδή πολλοί/-ές μαθητές/-τριες θεωρούν ότι όταν ένα όριο δεν υπάρχει τα πλευρικά όρια υπάρχουν και είναι διαφορετικά, να δοθούν γραφικά και να συζητηθούν παραδείγματα που δεν υπάρχουν τα πλευρικά όρια, όπως για παράδειγμα η $f(x) = \eta\mu \dfrac{1}{x}$ (Σχήμα 2).



<u>Σχήμα 2</u>

§1.5

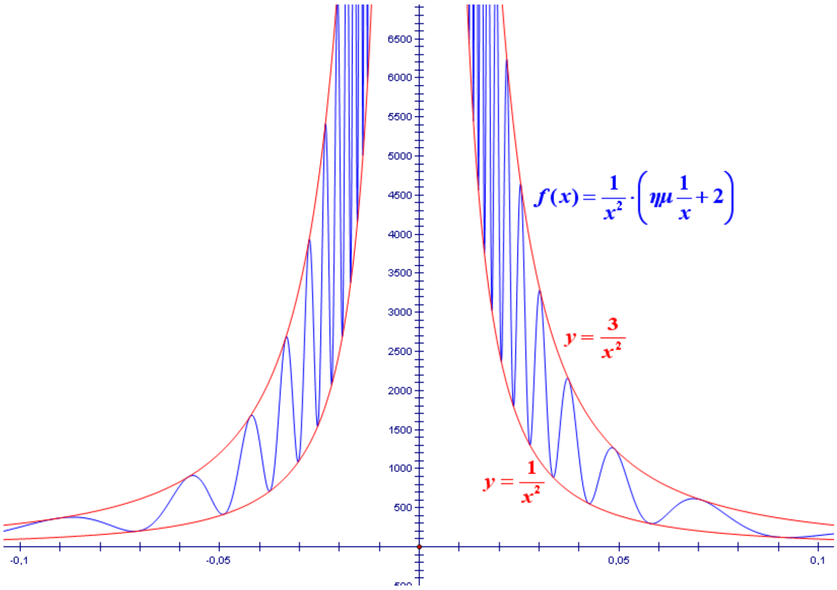
Στην ενότητα αυτή δεν έχει νόημα μια άσκοπη ασκησιολογία που οι μαθητές/-τριες υπολογίζουν όρια, κάνοντας χρήση αλγεβρικών δεξιοτήτων. Στη λύση των ασκήσεων να ζητείται από τους/τις μαθητές/-τριες να τονίζουν τις ιδιότητες των ορίων που χρησιμοποιούν, ώστε οι ασκήσεις αυτές να αποκτούν ουσιαστικό περιεχόμενο από πλευράς Ανάλυσης, κάτι που θα βοηθήσει στην ανάπτυξη της κατανόησης από τους/τις μαθητές/-τριες της έννοιας του ορίου.

Για παράδειγμα, σε ερωτήσεις όπως «να βρεθεί το $\lim_{x \to 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$ » (άσκηση 3i, Α΄ Ομάδας) είναι χρήσιμο να ζητείται από τους/τις μαθητές/-τριες να αιτιολογήσουν ποιες ιδιότητες των ορίων χρησιμοποιούνται στα ενδιάμεσα στάδια μέχρι τον τελικό υπολογισμό, να προβληματιστούν αν οι $f(x) = \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$ και $g(x) = \frac{(x^2 + 4) \cdot (x + 2)}{x^2 + 2x + 4}$ είναι ίσες και, αφού διαπιστώσουν ότι δεν είναι ίσες, να δικαιολογήσουν γιατί έχουν ίσα όρια.

Επίσης, σε ασκήσεις όπου η συνάρτηση ορίζεται με διαφορετικό τύπο σε δύο συνεχόμενα διαστήματα, όπως π.χ. η άσκηση 5 της Α΄ Ομάδας, να ζητείται αιτιολόγηση γιατί στο σημείο αλλαγής του τύπου είμαστε υποχρεωμένοι να ελέγχουμε τα πλευρικά όρια, ενώ στα άλλα σημεία του πεδίου ορισμού μπορούμε να βρούμε το όριο χρησιμοποιώντας τον αντίστοιχο τύπο. Δηλαδή, να φαίνεται ότι οι μαθητές/-τριες κατανοούν ότι το όριο καθορίζεται από τις τιμές της συνάρτησης κοντά στο x_0 και εκατέρωθεν αυτού. Αυτό μας επιτρέπει στα σημεία τα διαφορετικά από το x_0 να χρησιμοποιούμε τον ένα τύπο, ενώ στο x_0 πρέπει να πάρουμε πλευρικά όρια.

§1.6

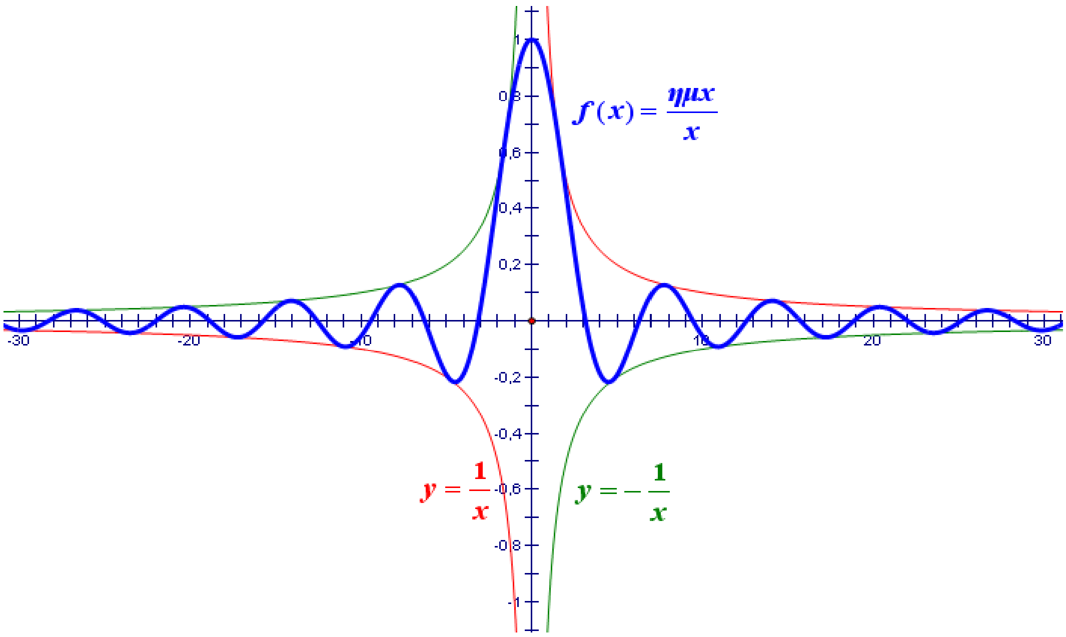
Προτείνεται να δοθεί βάρος στη διαισθητική προσέγγιση της έννοιας με τη χρήση γραφικών παραστάσεων. Εκτός από τα παραδείγματα του βιβλίου να δοθούν, μέσα από κατάλληλες γραφικές παραστάσεις, που θα σχεδιαστούν με τη βοήθεια λογισμικού, παραδείγματα όπου το όριο δεν είναι πεπερασμένο αλλά δεν υπάρχει μονοτονία, όπως π.χ. $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} \cdot \left(\eta\mu \frac{1}{x} + 2 \right)$ (Σχήμα 3), ώστε να αποφευχθεί η παρανόηση που συνδέει την ύπαρξη μη πεπερασμένου ορίου στο x_0 με τη μονοτονία.



Σχήμα 3

§1.7

Προτείνεται να δοθεί βάρος στη διαισθητική προσέγγιση της έννοιας. Να δοθούν, μέσα από κατάλληλες γραφικές παραστάσεις, παραδείγματα συναρτήσεων των οποίων το όριο, όταν το x τείνει στο +∞, υπάρχει αλλά οι συναρτήσεις αυτές δεν είναι μονότονες, όπως είναι για παράδειγμα η $f(x)=\frac{ημx}{x}$ (Σχήμα 4), καθώς και συναρτήσεων των οποίων το όριο δεν υπάρχει, όταν το x τείνει στο +∞, όπως είναι για παράδειγμα η $f(x)=ημx$.



Σχήμα 4

Τα όρια: $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\nu}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} x^{\nu}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^{\nu}}$ και $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x^{\nu}}$ να συζητηθούν με τη χρήση γραφικών παραστάσεων, που θα σχεδιαστούν με τη βοήθεια λογισμικού, και πινάκων τιμών, με στόχο να αντιληφθούν διαισθητικά οι μαθητές/-ήτριες ποια είναι τα όρια αυτά.

Η τελευταία παράγραφος, πεπερασμένο όριο ακολουθίας, να συζητηθεί γιατί θα χρειαστεί για το ορισμένο ολοκλήρωμα.

Να δοθεί στους/στις μαθητές/-τριες η δυνατότητα να χρησιμοποιούν, αναπόδεικτα, τις παρακάτω προτάσεις οι οποίες δεν υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο:

Έστω f, g δύο συναρτήσεις που είναι ορισμένες κοντά στο $x_0 \in \mathbf{R}\cup\{-\infty,+\infty\}$.

i) Αν ισχύουν:

α) $f(x) \le g(x)$ κοντά στο x_0 και

β) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = +\infty$,

τότε θα ισχύει και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = +\infty$.

ii) Αν ισχύουν:

α) $f(x) \le g(x)$ κοντά στο x_0 και

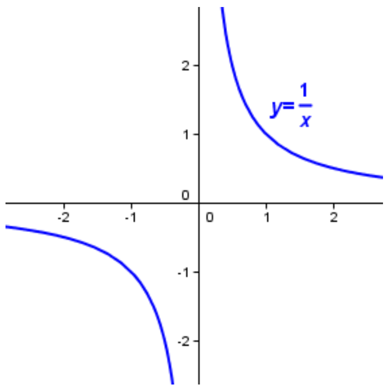
β) $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = -\infty$,

τότε θα ισχύει και $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = -\infty$.

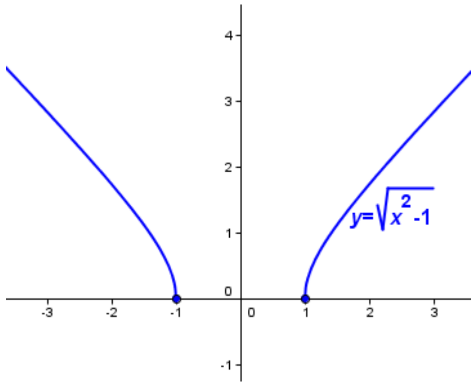
Η παρουσίαση των παραπάνω προτάσεων μπορεί να γίνει διαισθητικά με τη βοήθεια κατάλληλων γραφικών παραστάσεων.

§1.8

Στην πρώτη ενότητα (ορισμός της συνέχειας) είναι σημαντικό να συζητηθούν και γραφικά παραδείγματα συνεχών συναρτήσεων με πεδίο ορισμού ένωση ξένων διαστημάτων, όπως είναι για παράδειγμα οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{1}{x}$ (Σχήμα 5) και $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ (Σχήμα 6). Να συζητηθεί γιατί το γράφημα των συναρτήσεων αυτών διακόπτεται, παρόλο που είναι συνεχείς. Να δοθούν στους/στις μαθητές/-τριες και σχετικές ασκήσεις.



Σχήμα 5



Σχήμα 6

Επίσης, κατά τη διδασκαλία των θεωρημάτων Bolzano, ενδιάμεσων τιμών και μέγιστης και ελάχιστης τιμής, καθώς και της πρότασης ότι η συνεχής εικόνα διαστήματος είναι διάστημα, να δοθεί έμφαση και να συζητηθούν οι γραφικές παραστάσεις που ακολουθούν τις τυπικές διατυπώσεις αυτών, ώστε οι μαθητές/-τριες να βοηθηθούν στην ουσιαστική κατανόηση τους.

Το θεώρημα Bolzano είναι το πρώτο ουσιαστικά θεώρημα που συναντούν οι μαθητές/-τριες στην Ανάλυση. Για αυτό είναι καλό να γίνει μια συζήτηση που να αφορά την αναγκαιότητα των υποθέσεων του θεωρήματος ανάλογη με το σχόλιο του θεωρήματος των ενδιάμεσων τιμών. Επίσης θα πρέπει να τονισθεί ότι δεν ισχύει το αντίστροφο. Δηλαδή ενδέχεται οι τιμές μιας συνάρτησης στα άκρα ενός κλειστού διαστήματος [α, β] του πεδίου ορισμού της να έχουν το ίδιο πρόσημο, η συνάρτηση να μην είναι συνεχής στο [α, β] και όμως να παίρνει την τιμή 0 σε ένα εσωτερικό σημείο του [α, β].

Διευκρινίζεται ότι στο θεώρημα προσδιορισμού του συνόλου τιμών συνάρτησης της οποίας το πεδίο ορισμού είναι το ανοιχτό διάστημα (α, β), τα α, β μπορεί να είναι και μη πεπερασμένα.

Να τονιστεί στους/στις μαθητές/-τριες ότι για την επίλυση ασκήσεων μπορεί να χρησιμοποιείται, αναπόδεικτα, η πρόταση:

Αν μία συνεχής συνάρτηση ορισμένη σε ένα ανοικτό διάστημα (σ_1, σ_2) έχει την ιδιότητα $\lim\limits_{x \to \sigma_1} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to \sigma_2} f(x) = +\infty$ τότε το σύνολο τιμών της είναι το $\mathbb{R}$.

Για λόγους διδακτικούς μπορεί να παρουσιαστεί στην τάξη η απόδειξη:

Αρκεί να δείξουμε ότι κάθε πραγματικός αριθμός *y* είναι τιμή της *f*. Θεωρούμε τη συνεχή συνάρτηση $g(x) = f(x) - y$. Είναι $\lim\limits_{x \to \sigma_1} g(x) = -\infty$ και $\lim\limits_{x \to \sigma_2} g(x) = +\infty$. Επομένως θα υπάρχουν $x_1, x_2 \in (\sigma_1, \sigma_2)$ ώστε $g(x_1) < 0$ και $g(x_2) > 0$. Θα είναι $x_1 \neq x_2$ και από το θεώρημα του Bolzano η *g* θα έχει μια ρίζα x_0 στο ανοικτό διάστημα με άκρα x_1, x_2. Άρα θα είναι $g(x_0) = 0$ και επομένως $f(x_0) = y$, δηλαδή ο *y* θα είναι τιμή της *f*.

Κεφάλαιο 2ο

§2.1

Είναι σημαντικό να δοθεί έμφαση στην εισαγωγή της έννοιας μέσω του προβλήματος της στιγμιαίας ταχύτητας και της εφαπτομένης. Μετά τον ορισμό της παραγώγου και της εφαπτομένης γραφικής παράστασης συνάρτησης να συζητηθεί αναλυτικότερα η έννοια της εφαπτομένης. Επίσης, να δοθούν παραδείγματα που θα βοηθήσουν τον/την μαθητή/-τρια να ανακατασκευάσει την εικόνα της εφαπτομένης που έχει από τον κύκλο (η εφαπτομένη έχει ένα κοινό σημείο και δεν κόβει την καμπύλη) και να σχηματίσει μια γενικότερη εικόνα για την εφαπτομένη ευθεία. Για παράδειγμα, προτείνεται να συζητηθούν και να δοθούν στους/στις μαθητές/-τριες γραφικά:

i) η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = x^3$ στο σημείο Ο(0,0), ώστε να καταλάβουν ότι η εφαπτομένη μιας καμπύλης μπορεί να διαπερνά την καμπύλη και

ii) η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g(x) = \begin{cases} x^2, & \alpha\nu\ x \leq 0 \\ 0, & \alpha\nu\ x > 0 \end{cases}$ στο σημείο Ο(0,0), ώστε να καταλάβουν ότι μια ημιευθεία της εφαπτομένης μιας καμπύλης μπορεί να συμπίπτει με ένα τμήμα της καμπύλης και επιπλέον ότι η εφαπτομένη μιας ευθείας σε κάθε σημείο της συμπίπτει με την ευθεία.

§2.2

Χρειάζεται να προσεχθεί ιδιαίτερα το θέμα της κατανόησης από τους/τις μαθητές/-τριες των ρόλων του h και του *x* στην έκφραση $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ που χρησιμοποιείται στο βιβλίο για τον υπολογισμό της παραγώγου των τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Να τονιστεί η διαφορά παραγώγου σε σημείο και παραγώγου συνάρτησης.

§2.3

Χρειάζεται να δοθεί βάρος στην παραγώγιση σύνθετης συνάρτησης καθώς και στην παρατήρηση σχετικά με το ότι το σύμβολο $\frac{dy}{dx}$ δεν είναι πηλίκο.

Στην λυμένη εφαρμογή 2, να τονιστεί ότι η εξίσωση της ευθείας που βρέθηκε με βάση τον αναλυτικό ορισμό της εφαπτομένης είναι ίδια με αυτή που γνωρίζουμε από την αναλυτική γεωμετρία. Αυτό για να σταθεροποιηθεί στους/στις μαθητές/-τριες η αντίληψη ότι η έννοια της εφαπτομένης που πραγματεύονται στην ανάλυση συνδέεται και επεκτείνει την έννοια της εφαπτομένης που γνώρισαν στη Γεωμετρία.

§2.4

Η έννοια του ρυθμού μεταβολής είναι σημαντική και δείχνει τη σημασία της έννοιας της παραγώγου στις εφαρμογές. Για τον λόγο αυτό είναι σημαντικό οι μαθητές/-τριες να κατανοήσουν την έννοια μέσα από ορισμένες χρήσιμες εφαρμογές.

§2.5

Είναι σημαντικό να δοθεί έμφαση στη γεωμετρική ερμηνεία των Θεωρημάτων Rolle και Μέσης Τιμής που υπάρχει στο σχολικό βιβλίο μετά τη διατύπωση των θεωρημάτων αυτών.

Στην λυμένη εφαρμογή 3 να γίνει συζήτηση για το τι εκφράζει το πηλίκο $\frac{S(2,5)-S(0)}{2,5}$ (μέση ταχύτητα της κίνησης) με στόχο να κατανοήσουν οι μαθητές/-τριες ότι αυτό που αποδεικνύεται είναι ότι κατά τη διάρκεια της κίνησης υπάρχει τουλάχιστον μια χρονική στιγμή κατά την οποία η στιγμιαία ταχύτητα θα είναι ίση με τη μέση ταχύτητα που είχε το αυτοκίνητο σε όλη την κίνηση.

Εναλλακτικά, θα μπορούσε να συζητηθεί στην αρχή του κεφαλαίου το γεγονός, ότι κατά τη διάρκεια της κίνησης ενός αυτοκινήτου κάποια στιγμή της διαδρομής η στιγμιαία ταχύτητά του θα είναι ίση με τη μέση ταχύτητά του (κάτι που οι μαθητές/-τριες το αντιλαμβάνονται διαισθητικά). Στη συνέχεια, να διατυπωθεί η μαθηματική σχέση που εκφράζει το γεγονός αυτό, και να τεθεί το ερώτημα αν το συμπέρασμα μπορεί να γενικευθεί και για άλλες συναρτήσεις. Η απάντηση στην ερώτηση αυτή είναι το Θεώρημα Μέσης Τιμής.

§2.6

Στην αρχή της διδασκαλίας αυτού του κεφαλαίου μπορεί να συνδεθεί η μονοτονία μιας συνάρτησης f σε ένα διάστημα *Δ* του πεδίου ορισμού της με την διατήρηση του προσήμου του λόγου μεταβολής $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ στο διάστημα αυτό. Συγκεκριμένα, να αποδειχτεί ότι η συνάρτηση *f* είναι:

i) γνησίως αύξουσα στο Δ, αν και μόνο αν $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>0$, δηλαδή, αν και μόνο αν όλες οι χορδές της γραφικής παράστασης της f στο διάστημα Δ έχουν θετική κλίση.

ii) γνησίως φθίνουσα στο Δ, αν και μόνο αν $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$, δηλαδή, αν και μόνο αν όλες οι χορδές της γραφικής παράστασης της f στο διάστημα Δ έχουν αρνητική κλίση.

Με τον τρόπο αυτό θα συνδεθεί η μονοτονία με την παράγωγο και θα δικαιολογηθεί το γιατί στην απόδειξη του θεωρήματος της μονοτονίας χρησιμοποιούμε το λόγο μεταβολής $\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$.

§2.7

Τα προβλήματα μεγίστων – ελαχίστων αποτελούν μία από τις σημαντικές εφαρμογές του διαφορικού λογισμού που δικαιολογούν και αποδίδουν αξία στη διδασκαλία του. Συγχρόνως, συγκεντρώνουν στοιχεία από τη διδασκαλία προηγούμενων ενοτήτων και έτσι αποτελούν μια καλή ευκαιρία επαναλήψεων και συμπληρώσεων. Κρίνεται σκόπιμο να συζητηθούν κατά το δυνατόν περισσότερα προβλήματα.

Μετά την εφαρμογή 2, να διδαχθεί ως εφαρμογή η άσκηση 3 i) α) της Β΄ Ομάδας. Ως απόδειξη, εκτός από εκείνη που περιέχεται στο βιβλίο λύσεων, μπορεί να δοθεί και η ακόλουθη που είναι έμμεση συνέπεια της εφαρμογής 2.

Ζητούμενο: Για κάθε *x* είναι $e^x \geq x+1$ και το «=» ισχύει μόνο για $x=0$.

Απόδειξη: Για όλους τους θετικούς αριθμούς *x* ισχύει $\ln x \leq x-1$ και το «=» ισχύει αν και μόνο αν $x=1$. Επομένως και για τον θετικό e^x ισχύει $\ln e^x \leq e^x-1$ και το «=» ισχύει μόνο για $e^x=1$ δηλαδή $x=0$. Επομένως $x \leq e^x-1$ και το «=» ισχύει μόνο για $x=0$. Άρα $e^x \geq x+1$ και το «=» ισχύει μόνο για $x=0$.

§2.8

Υπενθυμίζεται ότι θα μελετηθούν μόνο συναρτήσεις που είναι τουλάχιστον δύο φορές παραγωγίσιμες στο εσωτερικό του πεδίου ορισμού τους. Για τον λόγο αυτό δεν θα διδαχθούν οι ασκήσεις 3iv και 3v της Α΄ Ομάδας.

§2.9

Για μια διαισθητική κατανόηση του κανόνα De L' Hospital προτείνεται, πριν τη διατύπωσή του, να δοθεί στους/στις μαθητές/-τριες να υπολογίσουν το $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{1-x^2}$, το οποίο είναι της μορφής «$\dfrac{0}{0}$». Οι μαθητές/-τριες θα διαπιστώσουν ότι δυσκολεύονται να υπολογίσουν το όριο αυτό με τις μεθόδους που γνωρίζουν μέχρι τώρα. Για να τους βοηθήσουμε να υπολογίσουν το παραπάνω όριο προτείνουμε να δοθεί σε αυτούς η ακόλουθη δραστηριότητα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

i) Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων τις συναρτήσεις $f(x) = \ln x$ και $g(x) = 1 - x^2$.

ii) Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες των γραφικών παραστάσεων των f και g στο κοινό τους σημείο Α(1,0) είναι οι ευθείες $\varepsilon : y = x - 1$ και $\zeta : y = -2x + 2$ αντιστοίχως και να τις χαράξετε.

iii) Να κάνετε χρήση του γεγονότος ότι «κοντά» στο $x_0 = 1$ οι τιμές των συναρτήσεων $f(x) = \ln x$ και $g(x) = 1 - x^2$ *προσεγγίζονται* από τις τιμές των εφαπτομένων τους $\varepsilon : y = x - 1$ και $\zeta : y = -2x + 2$, αντίστοιχα, για να καταλήξετε στο συμπέρασμα ότι «κοντά» στο $x_0 = 1$ η τιμή του πηλίκου $\frac{\ln x}{1 - x^2}$ είναι κατά προσέγγιση ίση με την τιμή του πηλίκου $\frac{x - 1}{-2x + 2}$, δηλαδή ότι «κοντά» στο $x_0 = 1$ ισχύει:

$$\frac{\ln x}{1 - x^2} \simeq \frac{x - 1}{-2x + 2} = \frac{x - 1}{-2(x - 1)} = \frac{1}{-2}$$

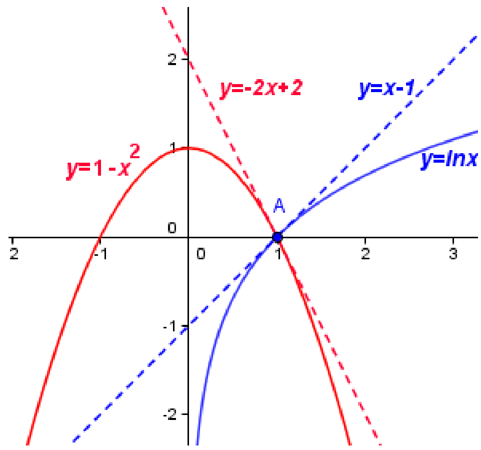
που είναι το πηλίκο των κλίσεων των παραπάνω ευθειών.

Επομένως, «κοντά» στο $x_0 = 1$ ισχύει $\frac{f(x)}{g(x)} \simeq \frac{f'(1)}{g'(1)}$, το οποίο υπό μορφή ορίου γράφεται: $\lim\limits_{x \to 1} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(1)}{g'(1)}$.

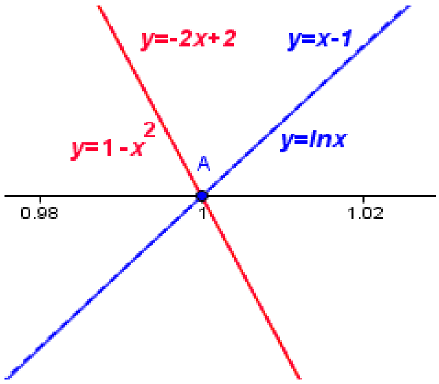
ΣΧΟΛΙΟ

Η διαπίστωση του γεγονότος ότι «κοντά» στο $x_0 = 1$ οι τιμές των συναρτήσεων $f(x) = \ln x$ και $g(x) = 1 - x^2$ *προσεγγίζονται* από τις τιμές των εφαπτομένων τους, $y = x - 1$ και $y = -2x + 2$, αντίστοιχα, μπορεί να γίνει και με τη βοήθεια ενός δυναμικού λογισμικού (π.χ. Geogebra), ως εξής:

- ✓ Παριστάνουμε γραφικά τις συναρτήσεις $y = \ln x$ και $y = 1 - x^2$ και στη συνέχεια χαράσσουμε τις εφαπτόμενες τους στο $x_0 = 1$, $y = x - 1$ και $y = -2x + 2$, αντιστοίχως (Σχήμα 7).
- ✓ Έπειτα, κάνουμε αλλεπάλληλα ZOOM κοντά στο σημείο *Α*(1,0). Θα παρατηρήσουμε ότι η $y = \ln x$ θα συμπέσει με την ευθεία $y = x - 1$, ενώ η $y = 1 - x^2$ θα συμπέσει με την ευθεία $y = -2x + 2$ (Σχήμα 8).



Σχήμα 7



Σχήμα 8

Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι οι κανόνες De l' Hospital δεν είναι πάντα πρόσφοροι για τον υπολογισμό ορίων απροσδιόριστων μορφών. Έτσι, αν έχουμε το όριο $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ και επιχειρήσουμε να εφαρμόσουμε τον κανόνα βρίσκουμε $\frac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{(x)'}=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ και $\frac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)''}{(x)''}=\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ δηλαδή επιστρέφουμε εκεί που αρχίσαμε χωρίς να βρούμε το όριο.

Χωρίς τον κανόνα βρίσκουμε: $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x}=1$.

Επίσης, να τονιστεί ότι γραφική παράσταση μιας συνάρτησης ενδέχεται να τέμνει μια πλάγια ή οριζόντια ασύμπτωτή της. Ως παράδειγμα μπορεί να δοθεί (ευκταίο να δοθεί και το γράφημα) η συνάρτηση $f(x)=x+\eta\mu\frac{1}{x}$ που έχει ασύμπτωτη την $y=x$ η οποία τέμνει τη γραφική παράσταση της *f* σε άπειρα σημεία.

§2.10

Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης είναι μια περιεκτική μορφή αναπαράστασης που παρέχει πληροφορίες για τη συνάρτηση με άμεσο και εύληπτο τρόπο. Συγχρόνως η διαδικασία μελέτης και χάραξής της βοηθάει στην εμπέδωση και ενοποίηση προηγούμενων γνώσεων. Στην περίπτωση που η συνάρτηση εκφράζει ένα φαινόμενο, η γραφική παράστασή της προσφέρει επιπλέον κατανόηση του φαινομένου. Για τον λόγο αυτό προτείνεται η χάραξη της γραφικής παράστασης συναρτήσεων που μελετήθηκαν σε προβλήματα προηγούμενων παραγράφων (π.χ. στη 2.7).

Κεφάλαιο 3ο

§3.1

Είναι σημαντικό να δοθεί έμφαση στα προβλήματα που διατυπώνονται στο σχολικό βιβλίο στην αρχή της ενότητας και να τονιστεί η σημασία της αντίστροφης διαδικασίας της παραγώγισης. Θα ήταν καλό να συζητηθούν διεξοδικά ορισμένα από αυτά ή άλλα ανάλογα, ώστε να προκύψει η σημασία της αρχικής συνάρτησης.

Να συζητηθεί μόνο η πρώτη παράγραφος που αφορά στην παράγουσα συνάρτηση. Το αόριστο ολοκλήρωμα παραλείπεται και αντί του πίνακα αόριστων ολοκληρωμάτων να δοθεί ο παρακάτω πίνακας των παραγουσών μερικών βασικών συναρτήσεων.

Α/Α	Συνάρτηση	Παράγουσες
1	$f(x)=0$	$G(x)=c,\ c\in\mathbb{R}$
2	$f(x)=1$	$G(x)=x+c,\ c\in\mathbb{R}$
3	$f(x)=\frac{1}{x}$	$G(x)=\ln\lvert x\rvert+c,\ c\in\mathbb{R}$
4	$f(x)=x^{\alpha}$	$G(x)=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c,\ c\in\mathbb{R}$
5	$f(x)=\sigma\upsilon\nu x$	$G(x)=\eta\mu x+c,\ c\in\mathbb{R}$
6	$f(x)=\eta\mu x$	$G(x)=-\sigma\upsilon\nu x+c,\ c\in\mathbb{R}$

7	$f(x)=\dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$	$G(x)=\varepsilon\varphi x+c,\ c\in\mathbb{R}$
8	$f(x)=\dfrac{1}{\eta\mu^2 x}$	$G(x)=-\sigma\varphi x+c,\ c\in\mathbb{R}$
9	$f(x)=e^x$	$G(x)=e^x+c,\ c\in\mathbb{R}$
10	$f(x)=a^x$	$G(x)=\dfrac{a^x}{\ln a}+c,\ c\in\mathbb{R}$

Σημείωση:
Οι τύποι του πίνακα αυτού ισχύουν σε κάθε διάστημα στο οποίο οι παραστάσεις του x που εμφανίζονται έχουν νόημα.

Οι δύο ιδιότητες των αόριστων ολοκληρωμάτων στο τέλος της παραγράφου μπορούν να αναδιατυπωθούν ως εξής:

Αν οι συναρτήσεις F και G είναι παράγουσες των f και g αντιστοίχως και ο λ είναι ένας πραγματικός αριθμός, τότε:

i) Η συνάρτηση $F+G$ είναι μια παράγουσα της συνάρτησης $f+g$ και

ii) Η συνάρτηση λF είναι μια παράγουσα της συνάρτησης λf .

Οι εφαρμογές και οι ασκήσεις να γίνουν με τη χρήση των αρχικών συναρτήσεων.

§3.4

Το πρώτο μέρος που αφορά στον υπολογισμό του εμβαδού παραβολικού χωρίου χρειάζεται να γίνει με τρόπο που να αναδεικνύει την αξιοποίηση των αθροισμάτων και της οριακής διαδικασίας για την εύρεση – υπολογισμό του εμβαδού. Στη συνέχεια είναι σημαντικό να γίνει διαισθητική προσέγγιση της έννοιας του ορισμένου ολοκληρώματος και να συνδεθεί με το εμβαδόν όταν η συνάρτηση δεν παίρνει αρνητικές τιμές και με τον υπολογισμό του παραβολικού χωρίου που προηγήθηκε. Προτείνεται να γίνει η εφαρμογή του βιβλίου για το ολοκλήρωμα σταθερής συνάρτησης και οι ιδιότητες που ακολουθούν.

Να δοθεί στους/στις μαθητές/-τριες η δυνατότητα να χρησιμοποιούν, αναπόδεικτα, τις παρακάτω προτάσεις αφού παρουσιαστούν σύντομα οι, προφανείς, αποδείξεις τους:

«Έστω f και g δυο συνεχείς συναρτήσεις σε ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$.
Αν $f(x)\geq g(x)$ για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$, τότε θα ισχύει: $\int_\alpha^\beta f(x)\,dx \geq \int_\alpha^\beta g(x)\,dx$.
Αν, επιπλέον, οι συναρτήσεις f και g δεν είναι ίσες στο $[\alpha,\beta]$ (δηλαδή, αν υπάρχει $\xi\in[\alpha,\beta]$, με $f(\xi)\neq g(\xi)$), τότε θα ισχύει: $\int_\alpha^\beta f(x)\,dx > \int_\alpha^\beta g(x)\,dx$ ».

§3.5

Η εισαγωγή της συνάρτησης $\int_{\alpha}^{x} f(t)\,dt$ γίνεται για να αποδειχθεί το Θεμελιώδες Θεώρημα του ολοκληρωτικού λογισμού και να αναδειχθεί η σύνδεση του Διαφορικού με τον Ολοκληρωτικό Λογισμό. Για τον λόγο αυτό <u>δε θα διδαχθούν εφαρμογές και ασκήσεις</u> που αναφέρονται στη συνάρτηση $\int_{\alpha}^{x} f(t)\,dt$ και γενικότερα στη συνάρτηση $\int_{\alpha}^{g(x)} f(t)\,dt$.

§3.7

Κατά τη διδασκαλία της παραγράφου μπορεί να χρειαστεί να συζητηθούν έννοιες και διαδικασίες από τις προηγούμενες τάξεις, όπως επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων, συστημάτων, γραφικές παραστάσεις βασικών συναρτήσεων.

<u>Γενικές Παρατηρήσεις:</u>

Τα θεωρήματα, οι προτάσεις, οι αποδείξεις και οι ασκήσεις που φέρουν αστερίσκο δε διδάσκονται και δεν εξετάζονται.

Οι εφαρμογές και τα παραδείγματα των βιβλίων δεν εξετάζονται ούτε ως θεωρία ούτε ως ασκήσεις, μπορούν, όμως, να χρησιμοποιηθούν ως προτάσεις για τη λύση ασκήσεων ή την απόδειξη άλλων προτάσεων.

Εξαιρούνται από την ύλη: α) οι εφαρμογές και οι ασκήσεις που αναφέρονται σε λογαρίθμους με βάση διαφορετική του e και του 10 και β) οι ασκήσεις του σχολικού βιβλίου που αναφέρονται σε τύπους τριγωνομετρικών αριθμών αθροίσματος γωνιών, διαφοράς γωνιών και διπλάσιας γωνίας.

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗΣ

Η εγκατάσταση των Διαδραστικών Οθονών Αφής στα σχολεία προσφέρει πολυάριθμα πλεονεκτήματα στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη της διδασκαλίας. Συγκεκριμένα:

- Παρέχεται η δυνατότητα οργάνωσης, καταγραφής και αποθήκευσης μαθημάτων που δύνανται να αξιοποιηθούν τόσο από τους/τις εκπαιδευτικούς όσο κι από τους/τις μαθητές/-τριες.
- Προσφέρεται η εύκολη πρόσβαση στο note, στα σχεδιαστικά εργαλεία των οθονών αφής, σε ποικίλους Ανοικτούς Εκπαιδευτικούς Πόρους / Open Educational Resources (ΑΕΠ / OER) που περιλαμβάνουν κατηγορίες όπως: Εκπαιδευτικά Παιχνίδια/Δυναμικός Χάρτης/Εφαρμογές Λογισμικού/AR-VR-MR Αντικείμενα /3D Αντικείμενα κ.ά. καθώς και στην εφαρμογή mozaBook (που είναι προεγκατεστημένη στο περιβάλλον windows των οθονών και μελλοντικά θα εμπλουτιστεί με τα διαδραστικά σχολικά βιβλία).
- Όλα τα παραπάνω αποτελούν καινοτόμα μαθησιακά περιβάλλοντα, εύχρηστα, με πλούσιο οπτικοακουστικό υλικό οικείου χαρακτήρα και εξοικείωσης με την καθημερινότητα των μαθητών/-τριών, που ανταποκρίνονται στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Επίσης, δίνουν στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να οργανώσει το μάθημά του/της, δημιουργώντας ένα «υβριδικό περιβάλλον εργασίας», που λειτουργεί ως διδακτικό αποθετήριο και εμπλουτίζεται στο πλαίσιο της σύγχρονης και ασύγχρονης διδασκαλίας.

- Οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να προσαρμόσουν το υλικό διδασκαλίας τους ώστε να ανταποκρίνεται στη γνωστική ετοιμότητα και στις ανάγκες των μαθητών/-τριών, σε σχέση με την ηλικία τους και τους διαφορετικούς τύπους μάθησης (οπτικός, ακουστικός, κιναισθητικός), προσφέροντας υλικό σε διαφορετικές μορφές, με άξονα τη συμπερίληψη όλων καθώς και την εξατομικευμένη μάθηση. Παράλληλα, η χρήση ποικίλων διαδραστικών δραστηριοτήτων επιτρέπουν την άμεση ανατροφοδότηση και αξιολόγηση του επιπέδου κατανόησης του μαθήματος.
- Η λειτουργία «πολλαπλής αφής» των διαδραστικών οθονών δίνει στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να σχεδιάσει και να ενσωματώσει στη διδασκαλία ομαδικές δραστηριότητες, που επιτρέπουν τη συνέργεια των μαθητών/-τριών, καλλιεργώντας δεξιότητες όπως της συνεργασίας και επικοινωνίας.
- Οι οθόνες αφής μπορούν να συνδεθούν με το Google Drive ή το OneDrive, με υπολογιστές, τάμπλετ και άλλες συσκευές, διευκολύνοντας τη μεταφορά και την κοινή χρήση πληροφοριών.
- Δίνεται η δυνατότητα στον/στην εκπαιδευτικό να μοιράζεται με τους/τις μαθητές/-τριες εκπαιδευτικό υλικό και να το επαναχρησιμοποιεί, μειώνοντας τον φόρτο εργασίας.
- Δίνεται η δυνατότητα της αντεστραμμένης διδασκαλίας και η λειτουργία της ανεστραμμένης τάξης.
- Δίνεται η δυνατότητα ένταξης της τεχνητής νοημοσύνης (ΤΝ) στη μαθησιακή διαδικασία.
- Τέλος, τα διαδραστικά συστήματα μάθησης διευκολύνουν και επιταχύνουν τη διενέργεια του μαθήματος καθώς δεν απαιτούν συσκότιση της αίθουσας για να προβληθεί υλικό, έχουν ενσωματωμένα ηχεία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαισθητικά με την αφή. Το σύνολο του υλικού των Οδηγιών Διδασκαλίας είναι κατάλληλο για χρήση δια μέσου των διαδραστικών συστημάτων μάθησης. Επιπροσθέτως, τα συστήματα αυτά διαθέτουν την επιλογή της λειτουργίας τους ως ασπροπίνακες με πολλές επιπλέον δυνατότητες πέραν της απλής γραφής κειμένου (π.χ. λειτουργία screenshot της οθόνης και δυνατότητα γραφής σημειώσεων πάνω στο screenshot, αντιγραφή-επικόλληση μέρους των σημειώσεων κ.ά.).
- Το σύνολο των δυνατοτήτων του υλικού κάθε μοντέλου διαδραστικού συστήματος μάθησης μπορεί να αναζητηθεί στις εξής διευθύνσεις:

➢ Συχνές ερωτήσεις Διαδραστικών Συστημάτων.

➢ Χρήσιμα αρχεία Διαδραστικών Συστημάτων.

Για τη διδασκαλία των **Μαθηματικών**, οι διαδραστικές οθόνες αφής διευκολύνουν τη χρήση δυναμικών λογισμικών Μαθηματικών, εργαλείων γεωμετρικών κατασκευών, διαδραστικών ασκήσεων, βίντεο-ηχητικών, τρισδιάστατων μοντέλων, εγείροντας το ενδιαφέρον των μαθητών/-τριών και προάγοντας την αφομοίωση της ύλης.