ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ -ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΠΑ.Λ.

01/06/2024

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη, θεωρία , σχ. βιβλίο σελ. 31.

Α2. α) Ορισμός , θεωρία, σχ. βιβλίο σελ. 65

β) Ορισμός , θεωρία, σχ. βιβλίο.

Α3. **α.** Λάθος **β.** Λάθος **γ.** Σωστό **δ.** Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. $f'(x) = x^2 - 6x + 5, x \in R$

Β2.

X	-00	1	5 +00
f(x)	Γν. αύξουσα	Γν. φθίνουσα	Γν. αύξουσα

Άρα:

- Η f είναι γν. αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, 1]$ και $[5, +\infty)$ και
- γν. φθίνουσα στο διάστημα [1,5].

Έχει ακρότατα: **Μέγιστο** στο $x_1 = 1$, το $f(1) = \frac{8}{3}$ και **Ελάχιστο** στο $x_2 = 5$ το $f(5) = -8$.

Β3. Είναι: $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ ή $y = 5x + \frac{1}{3}$ (ή με τον τύπο $y = ax + b$ και προσδιορίζω τα α=5, b=$\frac{1}{3}$).

Β4. Το ζητούμενο όριο είναι: $f'(-1) = 12$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. S= $\lim_{x\to1} \frac{x^2+6x-7}{2x-2} = \lim_{x\to1} \frac{(x+7)(x-1)}{2(x-1)} = 4$

Γ2. $CV = \frac{s}{|\bar{x}|}$ ή $0{,}2 = \frac{4}{|\bar{x}|}$ ή $|\bar{x}| = 20$ ή $\bar{x} = 20,\ \bar{x} = -20$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ:

Στο σημείο αυτό δεν μπορούμε να αποκλείσουμε και την τιμή $\overline{x} = -20$

Γ3. Αν $\bar{x} = 20$, τότε:

$$\bar{x} = \frac{22 + 18 + (20 + k) + 14 + 16}{5}$$

ή $20 = \frac{90+\kappa}{5}$ ή κ=10 (που είναι η ζητούμενη τιμή).

Για την διάμεσο:

Για κ=10, οι τιμές του δείγματος διατεταγμένες κατά αύξουσα σειρά είναι:

14, 16, 18, 22, 30

με πλήθος περιττό (ν=5) και επομένως διάμεσος είναι η μεσαία παρατήρηση. Άρα δ=18.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Για k=10, τότε οι τιμές (θερμοκρασίες) είναι:

22,18,30,14,16

(και τότε το s προκύπτει με πράξεις: $s = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$) που δεν συμβαδίζει με τα δεδομένα s=4.

Επιπλέον αν $\overline{x} = -20$, τότε είναι:

$$\overline{x} = \frac{22+18+(20+k)+14+16}{5} \text{ ή } -20 = \frac{90+\kappa}{5} \text{ ή k=-190}$$

Τότε οι τιμές (θερμοκρασίες) είναι:

22,18,-170, 14,16

και σε αύξουσα σειρά:

-170, 14,16, 18,22

με διάμεσο δ=16.

\# **Για k=-190 επίσης δεν επαληθεύονται τα δεδομένα της άσκησης. Πως όμως να δεχθούμε θερμοκρασίες τέτοιες! Το πρόβλημα βρίσκεται στην εκφώνηση και στα δεδομένα της**

άσκησης. Η εκφώνηση της άσκησης δεν είναι συμβατή με τα δεδομένα και τα ζητούμενα.

Ακόμα θα μπορούσε να υπολογιστεί το κ από τον τύπο του s (με τιμές 5,-10) που όμως με το κ από τον τύπο της μέσης τιμής δεν έχουν κοινή λύση.

Γ4. Αν $\bar{y}$, s_y και CV_y η νέα μέση τιμή , η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής μεταβολής αντίστοιχα των τιμών του δείγματος που αυξήθηκαν κατά 10% τότε:

$$\bar{y}=1{,}1\bar{x} \text{ και } s_y = 1{,}1 s_x$$

και άρα:

$$CV_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{1{,}1 s_x}{1{,}1\bar{x}} = CV_x = 0{,}2 \text{ ή } CV_y = 20\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο (ΟΑΒ) έχουμε:

$$x^2 + y^2 = 100$$

Άρα, αφού y=(ΟΒ)>0 θα είναι: $y = f(x) = \sqrt{100 - x^2}, \quad 0 < x < 10$

Πεδίο ορισμού της f: $A_f = (0{,}10)$ (Το x=0 δεν έχει νόημα αφού x=(ΟΑ)>0 και x=10 επίσης δεν έχει νόημα αφού x=(ΟΑ)<(ΑΒ)=10 διότι το ΟΑΒ είναι ορθογώνιο τρίγωνο).

Δ2. Είναι:

$$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{100 - x^2}}, 0 < x < 10$$

Ο ρυθμός μεταβολής (παράγωγος) όταν x=8 είναι:

$$f'(8) = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3}$$

Δ3. Το ζητούμενο όριο είναι:

$$\lim_{x\to 6} \frac{f(x) - 8}{x - 6} = \lim_{x\to 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = f'(6) = -\frac{3}{4}$$

[ή με αντικατάσταση του τύπου της συνάρτησης και εύρεση ορίου].

Δ4. Είναι:

$$x_1 < x_3 < x_2$$

Και επειδή η f είναι γν. φθίνουσα για κάθε x>0 (αφού $f'(x) < 0 \; για \; κάθε \; x > 0$) θα είναι:

$$f(x_1) > f(x_3) > f(x_2)$$

Καραγιάννης Ιωάννης

Σύμβουλος Εκπαίδευσης ΠΕ03 Ν. Κυκλάδων & 9ης ομάδας σχολείων ΔΔΕ Α΄ Αθήνας