



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

ΤΕΛΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ 2022-2023

«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»

Σάββατο 18 Φεβρουαρίου 2023

ΘΕΜΑ 1^ο (5 Μονάδες)

Υποθέτουμε ότι ΑΑΑΑ είναι ένας τετραψήφιος με 4 ίδια ψηφία που αντιστοιχούν στο γράμμα Α, ΒΒΒ τριψήφιος με 3 ίδια ψηφία ίσα με Β και ομοίως ΓΓ διψήφιος και Δ μονοψήφιος αριθμός.

Να αντικαταστήσετε τα γράμματα Α, Β, Γ, Δ με κατάλληλα ψηφία έτσι ώστε να ισχύει η ισότητα: $ΑΑΑΑ + ΒΒΒ - ΓΓ + Δ = 2023$.

ΘΕΜΑ 2^ο (5 Μονάδες)

Πάνω σε 30 ίδια καρτελάκια γράφουμε 30 διαφορετικούς φυσικούς αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 0 και μικρότεροι από το 60 και τα τοποθετούμε σε ένα τραπέζι ώστε να μη φαίνονται οι αριθμοί. Υποθέτουμε ότι ισχύει ο εξής κανόνας: «Αν επιλέξουμε δύο οποιαδήποτε από αυτά τα καρτελάκια τότε η διαφορά των αριθμών που είναι γραμμένοι σε αυτά είναι άρτιος (ζυγός) αριθμός». Να βρείτε:

α) Ποιοι είναι οι 30 αριθμοί που είναι γραμμένοι στα καρτελάκια;

Μονάδες 3

β) Ποιο είναι το άθροισμα των 30 αυτών αριθμών;

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 3^ο (5 Μονάδες)

Έστω το σύνολο των φυσικών αριθμών $\Omega = \{1, 2, 3, 4, \dots, 50\}$ που περιέχει όλους τους φυσικούς αριθμούς από το 1 έως και το 50.

α) Πόσοι αριθμοί του Ω είναι πολλαπλάσια του 3 και ποιο το ποσοστό % τους, επί του συνόλου των αριθμών του Ω ;

Μονάδα 1

β) Τα πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού α που ανήκουν στο σύνολο Ω , αποτελούν το 24% του πλήθους των αριθμών του Ω . Ποιος είναι ο αριθμός α ;

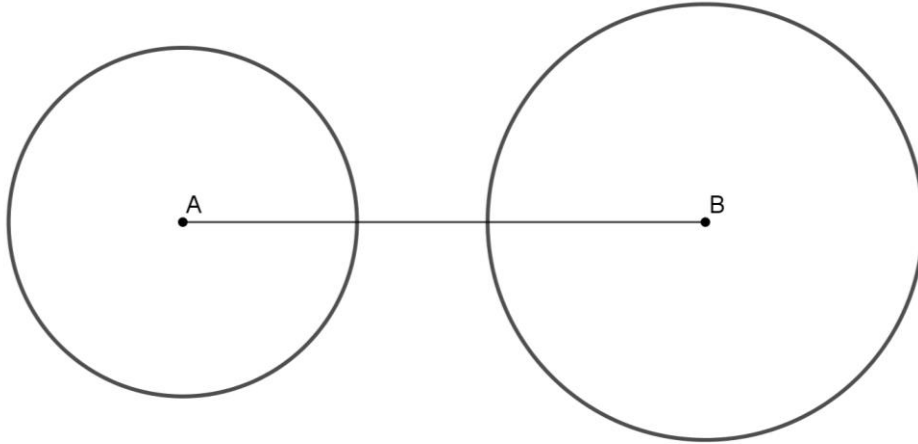
Μονάδες 2

γ) Πόσοι αριθμοί του Ω δεν είναι ούτε πολλαπλάσια του 3 ούτε πολλαπλάσια του 5;

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 4^ο (5 Μονάδες)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα ευθύγραμμο τμήμα AB μήκους 12 cm και δύο κύκλοι με κέντρα τα σημεία A, B και ακτίνες 4 cm και 5 cm αντίστοιχα.



α) Να βρείτε αν υπάρχει σημείο P του επιπέδου, ώστε να ισχύει συγχρόνως $PA = 4\text{ cm}$ και $PB = 5\text{ cm}$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδα 1

β) Βρείτε σημείο Γ στον κύκλο με κέντρο το A και σημείο Δ στον κύκλο με κέντρο το B ώστε $\Gamma\Delta = 3\text{ cm}$.

Μονάδα 1

γ) Βρείτε σημείο E στον κύκλο με κέντρο το A και σημείο Z στον κύκλο με κέντρο το B ώστε $EZ = 21\text{ cm}$.

Μονάδα 1

δ) Περιγράψτε ή ζωγραφίστε τα σημεία M του επιπέδου για τα οποία ισχύουν συγχρόνως οι ανισότητες: $MA > 4\text{ cm}$ και $MB > 5\text{ cm}$.

Μονάδα 2

Σας ευχόμαστε επιτυχία!