



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

13^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Παρασκευή 11 Νοεμβρίου 2022

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Ο Μαθηματικός ενός τμήματος ζήτησε από τους μαθητές του να υπολογίσουν την τιμή της παράστασης $M = 22 \cdot 23 - 21 \cdot 23$. Δύο μαθητές A και B για να υπολογίσουν την τιμή της παράστασης M εργάστηκαν ως εξής:

Ο A υπολόγισε την διαφορά $506 - 483$ και ο B έσπασε το πρώτο γινόμενο σε $1 \cdot 23 + 21 \cdot 23$ και οδηγήθηκε στην παράσταση $1 \cdot 23 + 21 \cdot 23 - 21 \cdot 23$. Ποιος τρόπος είναι σωστός;

α) μόνο του A β) μόνο του B γ) και των δύο δ) κανένας

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης M.

B) Να βρείτε δύο φυσικούς αριθμούς α και β έτσι ώστε: $5\alpha - 4\beta = 6$. Μπορείτε να βρείτε και άλλο ένα ζεύγος φυσικών αριθμών α , β που να ικανοποιεί την ισότητα $5\alpha - 4\beta = 6$;

Γ) Παρατηρώντας τα προηγούμενα ερωτήματα να βρείτε δύο φυσικούς αριθμούς x και y έτσι ώστε: $2022 \cdot x - 2021 \cdot y = 2023$ και να επαληθεύσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 2 + 2 + 2 = 6

ΘΕΜΑ 2^ο

Έστω η ακολουθία των αριθμών 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... όπου κάθε όρος μετά τον 2^ο προκύπτει από το άθροισμα των δύο προηγούμενων (αυτή ονομάζεται ακολουθία Fibonacci).

A) Να βρείτε τον 12^ο όρο της ακολουθίας αυτής και να αποδείξετε ότι ισούται με το τετράγωνο του 12. Κατόπιν να τον αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

B) Να εξηγήσετε γιατί δεν γίνεται να έχουμε 3 διαδοχικούς όρους που να είναι και οι τρεις περιττοί αριθμοί (μονοί).

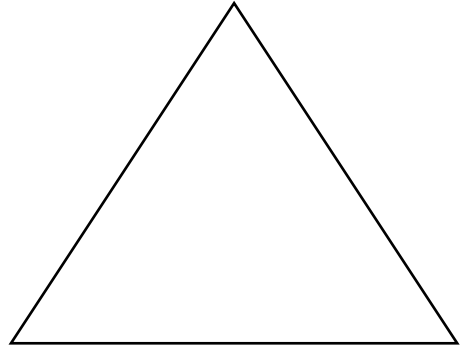
Γ) Τοποθετούμε στη σειρά τους αριθμούς αυτούς και δημιουργούμε ένα φυσικό αριθμό σταματώντας σε κάποιο όρο όπως για παράδειγμα ο αριθμός 11235813213455.

Σε ποιο όρο θα σταματήσουμε και ποιος αριθμός θα προκύψει που να διαιρείται και με το 2 και το 3 και το 5 και το 10; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 2 + 2 + 3 = 7

ΘΕΜΑ 3^ο

Έχουμε **50 πράσινα** ξυλάκια μήκους **1 εκ.**, **30 κόκκινα** ξυλάκια μήκους **2 εκ.** και **20 άσπρα** ξυλάκια μήκους **3 εκ.** Όλα τα ξυλάκια παριστάνουν ευθύγραμμα τμήματα. Κατασκευάζουμε ισόπλευρα τρίγωνα τοποθετώντας διαδοχικά αυτά τα ξυλάκια.



Α) Αν χρησιμοποιήσουμε **μόνο τα άσπρα** ξυλάκια ποιο είναι το μεγαλύτερο μήκος που μπορεί να έχει η πλευρά του ισόπλευρου τριγώνου και πόσα άσπρα ξυλάκια θα περισσέψουν;

Β) Αν **κάθε πλευρά πρέπει να έχει και τα τρία χρώματα** και όλες οι πλευρές να έχουν το ίδιο ακριβώς πλήθος από ξυλάκια ίδιου χρώματος, ποια θα είναι η πλευρά του μεγαλύτερου δυνατού ισοπλεύρου τριγώνου που μπορούμε να κατασκευάσουμε; Πόσα ξυλάκια από κάθε είδος θα περισσέψουν;

(Δεν μας ενδιαφέρει η σειρά τοποθέτησης των χρωμάτων αλλά μόνο το πλήθος από κάθε είδος χρώματος να είναι ίδιο σε κάθε πλευρά).

Γ) Αν κατασκευάζουμε ισόπλευρα τρίγωνα με **μια πλευρά πράσινη, μια πλευρά κόκκινη και μια πλευρά άσπρη** περιγράψτε ποια θα είναι τα διαφορετικά μήκη πλευρών που μπορούν να κατασκευαστούν και με ποια επιλογή από ξυλάκια θα προκύψουν;

Πόσα το πολύ ίσα τρίγωνα από ένα είδος μπορούμε να κατασκευάσουμε σε κάθε περίπτωση;

Μονάδες $2 + 2 + 3 = 7$

Να λύσετε όλα τα θέματα αιτιολογώντας επαρκώς τις απαντήσεις σας.

Διάρκεια Διαγωνισμού: 2 ώρες

Σας ευχόμαστε επιτυχία!