

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΔΕΥΤΕΡΑ 26 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω t_1, t_2, \dots, t_n οι παρατηρήσεις μίας μεταβλητής X μεγέθους n που έχουν μέση τιμή \bar{x} . Αν αφαιρέσουμε τη μέση τιμή \bar{x} από κάθε παρατήρηση, να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι μηδέν.

Μονάδες 9

A2. α. Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μίας μεταβλητής x με μέση τιμή \bar{x} , όπου $\bar{x} \neq 0$;

Μονάδες 4

β. Πότε ένα δείγμα τιμών μίας μεταβλητής είναι ομοιογενές;

Μονάδες 2

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$, όταν $f(x) \leq f(x_1)$ για κάθε x σε μία περιοχή του x_1 .

β. Αν f και g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, ισχύει

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g(x)^2}, \quad g(x) \neq 0.$$

γ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή \bar{x} και τυπική απόκλιση s , τότε το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$.

δ. Το εύρος ή κύμανση (R) είναι μέτρο διασποράς.

ε. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \alpha x^2 - 6x + 3$, όπου x, α πραγματικοί αριθμοί.

B1. Αν ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο της $M(2, f(2))$ είναι ίσος με 14, να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$.

Μονάδες 8

B2. Για $\alpha = 2$, να βρείτε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f''(x) + 14}{x^2 - 9}$$

Μονάδες 7

B3. Για $\alpha = 2$ να μελετήσετε τη συνάρτηση $g(x) = f'(x) - 16x$, με x πραγματικός αριθμός, ως προς τη μονοτονία (μον.8) και να βρείτε τα ακρότατα (μον.2).

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Οι χρόνοι (σε λεπτά), που χρειάστηκαν 200 μαθητές για να λύσουν ένα πρόβλημα, ομαδοποιήθηκαν σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [-)	Συχνότητα n_i	Σχετική Συχνότητα f_i	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα $F_i\%$
20 – 24	...	0,10	...
24 – 28	...	0,20	...
28 – 32	...	0,30	...
32 – 36	...	0,35	...
36 – 40
Σύνολο	200	...	

Γ1. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 12

Γ2. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα (μον.3) και το πολύγωνο (μον.1) των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις %.

Μονάδες 4

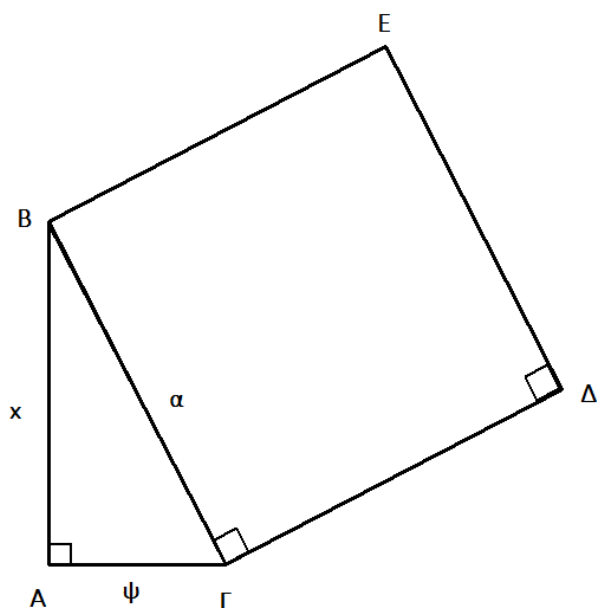
Γ3. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών οι οποίοι χρειάστηκαν μέχρι και 26 λεπτά για να λύσουν το πρόβλημα.

Μονάδες 4

Γ4. Να υπολογίσετε τον μέσο χρόνο που χρειάζεται ένας μαθητής για να λύσει το πρόβλημα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ



Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με κάθετες πλευρές $AB = x$, $A\Gamma = \psi$ και υποτείνουσα $B\Gamma = \alpha$, κατασκευάζουμε εξωτερικά τετράγωνο $BE\Delta\Gamma$, με πλευρά $B\Gamma = \alpha$, όπως το διπλανό σχήμα. Αν το άθροισμα των καθέτων πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 20cm , τότε:

Δ1. Να εκφράσετε την υποτείνουσα $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ ως συνάρτηση του x .

Μονάδες 5

Δ2. Να εκφράσετε το εμβαδόν $E(x)$ του τετραγώνου $BE\Delta\Gamma$ ως συνάρτηση του x (μον.2) και να βρεθεί το πεδίο ορισμού του εμβαδού $E(x)$ (μον.3).

Μονάδες 5

Δ3. Για ποιες τιμές του x το εμβαδόν $E(x)$ γίνεται ελάχιστο (μον.5) και ποια είναι η ελάχιστη τιμή του (μον.2);

Μονάδες 7

Δ4. α. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν $T(x)$ του ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίσο με $T(x) = 10x - \frac{1}{2}x^2$.

Μονάδες 4

β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές, όταν το εμβαδόν $T(x)$ του τριγώνου γίνεται μέγιστο.

Μονάδες 4

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17:00**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ