

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία, Σχολικό Βιβλίο σελ. 99

A2. Όμοιο με το A2 στα Ημερήσια ΓΕ.Λ.

A3. Θεωρία, Σχολικό Βιβλίο σελ.

A4. α) Λάθος

β) Λάθος

γ) Σωστό

δ) Σωστό

ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. Αφού η f είναι συνεχής στο $x_0=3$ έχουμε:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (2ax + 6) = 6a + 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (-x^2 + (3-a)x + 3a) = 0$$

$$f(3) = 6a + 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 6a + 6 = 0 \Leftrightarrow a = -1$$

B2. Η f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(-\infty, 3)$ ως πολυωνυμική.

Η f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $(3, +\infty)$ ως πολυωνυμική.

Για $x_0=3$ έχουμε:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-2x + 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-2(x - 3)}{x - 3} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-x^2 + 4x - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-(x - 1)(x - 3)}{x - 3} = -2$$

Άρα:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$$

και άρα $f'(3) = -2$

B3. Η f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα $[3, +\infty)$ με $f'(x) = -2x + 4$. Είναι:

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow -2x + 4 < 0 \Leftrightarrow x > 2$$

Άρα για $x > 3 \Rightarrow f'(x) < 0$ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[3, +\infty)$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1, Γ2 και Γ3 είναι τα ερωτήματα Β1, Β2, Β3 των θεμάτων των Ημερησίων ΓΕ.Λ.

Γ4.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{f(x)-1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\frac{x^3-4}{x^2}-1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)x^2}{x^3-x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)x^2}{(x-2)(x^2+x+2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{x^2+x+2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Είναι το Θέμα Γ των Ημερησίων ΓΕ.Λ.