

2017-2018

ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΗΣ  
ΙΩΑΝΝΗΣ  
ΣΧΟΛΙΚΟΣ  
ΣΥΜΒΟΥΛΟΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΤΗΣ  
ΥΛΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΩΝ ΕΠΑ.Λ



**ΘΕΜΑ:** Διδακτέα Ύλη και Οδηγίες για τη διδασκαλία μαθημάτων Γενικής Παιδείας της Α΄, Β΄ και Γ΄ τάξης Ημερήσιου και της Α΄, Β΄, Γ΄ και Δ΄ τάξης Εσπερινού ΕΠΑ.Λ. σχ. έτους 2017-2018

Σε συνέχεια της σχετικής εισήγησης του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (Πράξη 34/01-09-2017 Δ.Σ. Ι.Ε.Π.), σας αποστέλλουμε τη διδακτέα ύλη και τις οδηγίες διδασκαλίας των μαθημάτων Γενικής Παιδείας της Α΄, Β΄ και Γ΄ τάξης Ημερήσιου και της Α΄, Β΄, Γ΄ και Δ΄ τάξης Εσπερινού ΕΠΑ.Λ. για το σχ. έτος 2017-2018:

**ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ:**

**Α΄ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ: 3 δ.ω Άλγεβρα και 1 δ.ω Γεωμετρία**

**Α΄ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ: 3 δ.ω Άλγεβρα και 1 δ.ω Γεωμετρία**

**Β΄ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ: 2 δ.ω Άλγεβρα και 1 δ.ω Γεωμετρία**

**Β΄ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ: 2 δ.ω Άλγεβρα και 1 δ.ω Γεωμετρία**

**Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ: 2 δ.ω Άλγεβρα και 1 δ.ω Γεωμετρία**

**Γ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ: 2 δ.ω Άλγεβρα και 1 δ.ω Γεωμετρία**

**Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ: 2 δ.ω Άλγεβρα και 1 δ.ω Γεωμετρία**

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

### **Α΄ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ**

**Άλγεβρα .....4**

**Γεωμετρία.....9**

### **Α΄ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ:**

**Άλγεβρα .....11**

**Γεωμετρία.....11**

### **Β΄ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ:**

**Άλγεβρα .....12**

**Γεωμετρία.....14**

### **Β΄ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ:**

**Άλγεβρα .....18**

**Γεωμετρία.....19**

### **Γ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ:**

**Άλγεβρα .....21**

**Γεωμετρία.....22**

### **Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ:**

**Άλγεβρα .....24**

**Γεωμετρία.....24**

### **Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ:**

**ΑΛΓΕΒΡΑ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΑ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ.....25**

## **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ τάξη Ημερήσιου και Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.**

Η προτεινόμενη διαχείριση της ύλης των Μαθηματικών της Α΄ Επαγγελματικού Λυκείου έχει σκοπό να υποστηρίξει τον εκπαιδευτικό στην προσπάθεια υλοποίησης των στόχων του ΑΠΣ, αναδεικνύοντας μέσα από συγκεκριμένες αναφορές και παραδείγματα, το πνεύμα της διδασκαλίας που το διέπει. Στόχος είναι ο εκπαιδευτικός να βοηθηθεί να σχεδιάσει ο ίδιος κατάλληλες για την τάξη του διδακτικές παρεμβάσεις συμβατές με το ΑΠΣ. Ο προτεινόμενος διδακτικός χρόνος για το κάθε κεφάλαιο είναι ενδεικτικός για να βοηθήσει τον εκπαιδευτικό στο διδακτικό του σχεδιασμό, ώστε να ολοκληρωθεί η ύλη μέσα στη σχολική χρονιά. Η διδακτική διαχείριση που προτείνεται δίνει τη δυνατότητα ορισμένα τμήματα της διδακτέας ύλης να μπορούν να ολοκληρωθούν και οι αντίστοιχοι διδακτικοί στόχοι να επιτευχθούν, σε χρόνο μικρότερο από τον χρόνο που θα απαιτείτο με μια παραδοσιακή διδακτική προσέγγιση. Για παράδειγμα, η παράγραφος που αφορά στη μελέτη της συνάρτησης  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$  μπορεί, με μια καλά σχεδιασμένη δραστηριότητα και κατάλληλη διδακτική διαχείριση, να ολοκληρωθεί πλήρως μέσα στον προβλεπόμενο χρόνο με τρόπο συμβατό με το ΑΠΣ. Μία χρήσιμη πηγή είναι και το υλικό που περιέχεται στις αντίστοιχες οδηγίες διαχείρισης ύλης των ΓΕΛ. Σε κάθε περίπτωση, ο εκπαιδευτικός, λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιαιτερότητες της τάξης του και τον διατιθέμενο χρόνο, θα πρέπει να οργανώσει με τέτοιο τρόπο τη διδασκαλία ώστε να αναδείξει στον καλύτερο δυνατό βαθμό τα στοιχεία που αναφέρονται στο ΑΠΣ. Το σημαντικό σε κάθε περίπτωση είναι να επιδιωχθεί η εννοιολογική κατανόηση μέσα από την ανάπτυξη ουσιαστικής μαθηματικής δραστηριότητας των ίδιων των μαθητών/μαθητριών στην τάξη και όχι απλά η εξάσκηση σε τεχνικές.

### **Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων**

#### **I. Εισαγωγή**

Το μάθημα «Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων» περιέχει σημαντικές μαθηματικές έννοιες, όπως , της απόλυτης τιμής, των προόδων, της συνάρτησης κ.α., οι οποίες είναι απαραίτητες για την μετέπειτα μαθηματική εξέλιξη των μαθητών. Οι μαθητές έχουν έρθει σε μια πρώτη επαφή με αυτές τις έννοιες σε προηγούμενες τάξεις. Στην Α΄ Επαγγελματικού Λυκείου θα τις αντιμετωπίσουν σε ένα υψηλότερο επίπεδο

αφαίρεσης, το οποίο δημιουργεί ιδιαίτερες δυσκολίες στους μαθητές. Για την αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών προτείνεται να αφιερωθεί ικανός χρόνος στην εμπέδωση των νέων εννοιών, μέσω της ανάπτυξης και σύνδεσης πολλαπλών αναπαραστάσεών τους και στη χρήση τους στην επίλυση προβλημάτων. Επίσης, να αφιερωθεί χρόνος ώστε οι μαθητές να εμπλακούν στην αναγνώριση ομοιοτήτων και διαφορών μεταξύ ιδιοτήτων και διαδικασιών καθώς και σε διαδικασίες γενίκευσης. Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις και η σύνδεση τους μπορούν υποστηριχθούν από ψηφιακά περιβάλλοντα, με τη βοήθεια των οποίων οι μαθητές μπορούν να εμπλακούν σε ουσιαστικές μαθηματικές δραστηριότητες. Μέσα από τη διερεύνηση ομοιοτήτων και διαφορών - για παράδειγμα η συσχέτιση των διαδικασιών επίλυσης ή της μορφής των λύσεων εξισώσεων και ανισώσεων, η συσχέτιση ορισμένων ιδιοτήτων των ριζών και των αποδείξεών τους με αντίστοιχες των απολύτων τιμών - οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν καλύτερα τις σχετικές έννοιες και διαδικασίες.

### **Διδακτέα ύλη Από το βιβλίο «Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων Α΄ Γενικού Λυκείου»**

#### **Εισαγωγικό κεφάλαιο Ε.2. Σύνολα**

#### **Κεφ.2ο: Οι Πραγματικοί Αριθμοί**

##### 2.1 Οι Πράξεις και οι Ιδιότητές τους

##### 2.2 Διάταξη Πραγματικών Αριθμών (εκτός της απόδειξης της ιδιότητας 4)

##### 2.3 Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού

##### 2.4 Ρίζες Πραγματικών Αριθμών (εκτός των αποδείξεων των ιδιοτήτων 3 και 4)

#### Κεφ.3ο: Εξισώσεις

##### 3.1 Εξισώσεις 1ου Βαθμού

##### 3.2 Η Εξίσωση $v \times \alpha \square$

##### 3.3 Εξισώσεις 2ου Βαθμού

#### Κεφ.4ο: Ανισώσεις

##### 4.1 Ανισώσεις 1ου Βαθμού

##### 4.2 Ανισώσεις 2ου Βαθμού

#### Κεφ.5ο: Πρόοδοι

##### 5.1 Ακολουθίες

##### 5.2 Αριθμητική πρόοδος (εκτός της απόδειξης για το $S_n$ ) 5.3 Γεωμετρική πρόοδος

##### (εκτός της απόδειξης για το $S_n$ )

#### Κεφ.6ο: Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων

##### 6.1 Η Έννοια της Συνάρτησης

6.2 Γραφική Παράσταση Συνάρτησης.

6.3 Η Συνάρτηση  $f(x) = ax + \beta$  (εκτός της κλίσης ευθείας ως λόγος μεταβολής)

Κεφ.7ο: Μελέτη Βασικών Συναρτήσεων

7.1 Μελέτη της Συνάρτησης :  $f(x) = ax^2$

7.3 Μελέτη της Συνάρτησης :  $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$

**Διαχείριση διδακτέας ύλης**

**Εισαγωγικό Κεφάλαιο (Να διατεθούν 3 δ.ω.)**

E.2 Οι μαθητές αντιμετωπίζουν για πρώτη φορά την έννοια του συνόλου , των σχέσεων και των πράξεων μεταξύ συνόλων. Να δοθεί έμφαση στη μετάβαση από τη μία μορφή αναπαράστασης στην άλλη.

Όσον αφορά στην §E.1, αυτή δεν θα διδαχθεί ως αυτόνομο κεφάλαιο αλλά να συζητηθεί το νόημα και η χρήση των στοιχείων της Λογικής στις ιδιότητες και προτάσεις που διατρέχουν τη διδακτέα ύλη (για παράδειγμα στην ιδιότητα  $a \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0$  και  $\beta \neq 0$  της §2.1 μπορεί να διερευνηθεί το νόημα της ισοδυναμίας και του συνδέσμου «και»).

**Κεφάλαιο 2ο :Οι Πραγματικοί αριθμοί (Να διατεθούν 19 δ.ω.)**

§2.1, §2.2: Οι μαθητές επαναλαμβάνουν και εμβαθύνουν τις πράξεις και ιδιότητές τους καθώς και τη διάταξη των πραγματικών αριθμών. Να μη διδαχθεί η απόδειξη της ιδιότητας 4 της παραγράφου §2.2.

§2.3.Να δοθεί έμφαση στη γεωμετρική ερμηνεία της απόλυτης τιμής ενός αριθμού καθώς και της απόλυτης τιμής της διαφοράς δυο αριθμών. Η ερμηνεία αυτή θα επεκταθεί στο επίπεδο στην παράγραφο 6.2. Προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών ασκήσεων.

§2.4: Οι μαθητές από το Γυμνάσιο γνωρίζουν την τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού και τις ιδιότητες της. Σ' αυτή τη παράγραφο γίνεται επέκταση στη ν-οστή ρίζα. Να επισημανθεί η διατήρηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων με ακέραιο εκθέτη και στην περίπτωση του ρητού εκθέτη. Να μη διδαχθεί η απόδειξη των ιδιοτήτων 3,4 της παραγράφου §2.4. Προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών ασκήσεων.

**Κεφάλαιο 3ο : Εξισώσεις (Να διατεθούν 14 δ.ω.)**

§3.1: Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν διαπραγματευθεί αναλυτικά την επίλυση εξισώσεων της μορφής  $ax + \beta = 0$ , της οποίας οι συντελεστές  $a$  και  $\beta$  είναι συγκεκριμένοι αριθμοί. Συναντούν δυσκολίες στη μετάβαση από την επίλυση μιας τέτοιας μορφής εξίσωσης στην επίλυση της γενικής μορφής  $ax + \beta = 0$  . Για να εξοικειωθούν οι μαθητές /τριες με την διάκριση μεταξύ μεταβλητής και παραμέτρων

προτείνεται αρχικά να γίνει επεξεργασία παραμετρικής εξίσωσης με αντικατάσταση τιμών της παραμέτρων. Ενδεικτικά στο παράδειγμα της σελίδας 80 , μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να λύσουν την εξίσωση για συγκεκριμένες τιμές του  $\lambda$  ( π.χ.  $\lambda=2, \lambda=5, \lambda=1, \lambda=-1$ ) και στη συνέχεια να προσπαθήσουν να διατυπώσουν γενικά συμπεράσματα για κάθε τιμή της παραμέτρου  $\lambda$ . Η σημασία της παραμέτρου μπορεί να αναδειχθεί και με παραδείγματα και από άλλα μαθήματα . Ενδεικτικά οι ασκήσεις της σελίδας 83 και 6II της σελίδας 84.

§3.2: Να ζητηθούν απλές εξισώσεις της μορφής  $x^2 = a$ .

§3.3: Οι μαθητές γνωρίζουν από την προηγούμενη τάξη να επιλύουν εξισώσεις 2ου βαθμού. Να επισημανθεί η σχέση του πρόσημου της διακρίνουσας και του πλήθους των ριζών της δευτεροβάθμιας εξίσωσης καθώς και η δυνατότητα προσδιορισμού του πρόσημου των ριζών από τις σχέσεις του Vieta. Τέλος να μπορούν να επιλύουν απλές εξισώσεις που ανάγονται σε εξισώσεις 2ου βαθμού.

#### **Κεφάλαιο 4ο : Ανισώσεις (Να διατεθούν 9 δ.ω.)**

§4.1: Οι μαθητές έχουν διαπραγματευτεί ανισώσεις 1ου βαθμού. Συστήνεται η απεικόνιση της λύσης να δίνεται εκτός από τη χρήση αριθμογραμμής και σε μορφή διαστήματος. Προτείνεται να γίνουν κάποιες από τις ασκήσεις 1 έως 8 της Α' ομάδας.

§4.2: Οι μαθητές διαπραγματεύονται πρώτη φορά ανισώσεις 2ου βαθμού. Σημειώνεται ότι συχνά οι μαθητές συγχέουν το πρόσημο της διακρίνουσας με το πρόσημο του τριωνύμου. Προτείνεται να μη λυθούν οι ασκήσεις της Β' Ομάδας.

#### **Κεφάλαιο 5ο : Πρόοδοι (Να διατεθούν 10 δ.ω.)**

§5.1 - §5.3 Οι μαθητές να μπορούν να διακρίνουν, με βάση τον ορισμό, αν μια ακολουθία είναι αριθμητική ή γεωμετρική πρόοδος. Να βρίσκουν το  $n$ -οστό όρο όταν δίνονται επαρκή στοιχεία. Να καταλάβουν τις έννοιες αριθμητικός μέσος – γεωμετρικός μέσος και να επιλύουν σχετικές ασκήσεις. Να μη διδαχθούν οι αποδείξεις για το  $S_n$  και της Αριθμητικής και της Γεωμετρικής προόδου. Προτείνεται να μη λυθούν ασκήσεις από τη Β' Ομάδα.

Ενδεικτική δραστηριότητα: Το μικροπείραμα «Ας φτιάξουμε μια σκάλα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά ώστε ο μαθητής να οδηγηθεί μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην κατανόηση των εννοιών της αριθμητικής προόδου. <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5155>

#### **Κεφάλαιο 6ο : Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων (Να διατεθούν 11 δ.ω.)**

6.1: Να διαπραγματευτούν οι μαθητές την έννοια της συνάρτησης και να εμπλακούν στη διαδικασία εύρεσης πεδίου ορισμού απλών συναρτήσεων. Επισημαίνεται ότι η εξαντλητική ενασχόληση των μαθητών με επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων για την εύρεση του πεδίου ορισμού δεν βοηθά στην κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης και δεν είναι στο πνεύμα της διδασκαλίας.

6.2 Για να γίνει η σύνδεση του Πεδίου Ορισμού μιας συνάρτησης και της γραφικής της παράστασης προτείνεται να παρουσιασθεί η γραφική παράσταση κάποιων από τις συναρτήσεις της σελίδας 150 .Ο τυπικός ορισμός της μονοτονίας θα συζητηθεί στην Β τάξη. Μπορεί όμως κατά την κρίση του διδάσκοντα να εισαχθούν διαισθητικά οι έννοιες της μονοτονίας και ακρότατων και να γίνει η αναγνώριση τους σε γραφικές παραστάσεις. Οι έννοιες αυτές δεν αποτελούν εξεταστέα ύλη. Τόσο στην παρούσα παράγραφο όσο και στις επόμενες. Επίσης προτείνεται να γίνει διάκριση του Π.Ο. όπως προκύπτει από τον τύπο και του Π.Ο όπως καθορίζεται από τα δεδομένα του πραγματικού προβλήματος όπως φαίνεται και στο παρακάτω παράδειγμα:

Παράδειγμα Αν από ένα χαρτόνι διαστάσεων  $20 \times 30$  εκατοστών κόψουμε τετράγωνα πλευράς  $x$  (όπως φαίνεται στο σχήμα) με σκοπό να κατασκευάσουμε ένα κουτί ανοικτό από πάνω τότε ο όγκος του κουτιού θα είναι :  $V(x) = x(20-2x)(30-2x)$  .

Δίδοντας τον τύπο  $x(20-2x)(30-2x)$  σε υπολογιστή παίρνουμε την παρακάτω γραφική παράσταση:

A) Εξετάζοντας τα δεδομένα του προβλήματος να βρείτε το Π.Ο της συνάρτησης  $V(x)$ . B) Ποιο τμήμα της παραπάνω καμπύλης περιγράφει το πρόβλημα, δηλαδή ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $V(x)$ . Ο τύπος της απόστασης δύο σημείων αποτελεί μία άλλη έκφραση του Πυθαγορείου Θεωρήματος με όρους συντεταγμένων, ανακαλεί τις έννοιες των παραγράφων 2.3 και 2.4 και προσφέρεται για υπολογισμούς. Επισημαίνεται ότι: A) Η απόδειξη του τύπου δεν αποτελεί αντικείμενο εξέτασης και ως εφαρμογές του θα διδαχθούν οι ασκήσεις 4 και 5 . B) Δεν θα διδαχθεί η εφαρμογή της σελίδας 155 §6.3 Θα ήταν σκόπιμο να γίνουν πολλά παραδείγματα κατασκευής γραφικής παράστασης με διάφορες τιμές του  $a$  και  $b$ , αν είναι δυνατόν και σε συνδυασμό με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή.

### **Κεφάλαιο 7ο :Μελέτη Βασικών Συναρτήσεων (Να διατεθούν 10 δ.ω.)**

§7.1: Οι μαθητές έχουν μελετήσει τη συνάρτηση  $\psi=ax^2$  στο γυμνάσιο. Η διδασκαλία θα περιοριστεί σε γραφικές παραστάσεις της  $\psi=ax^2$  Και Συγκεκριμένα θα εξετασθούν τα παρακάτω: □ Πότε ένα σημείο ανήκει ή δεν ανήκει στην γραφική



παράσταση □ Συμμετρικά σημεία στη γραφική παράσταση □ Η γραφική παράσταση για τις διάφορες τιμές του  $a$  □ Σχετική θέση της γραφικής παράστασης με ευθείες και τον άξονα  $x'x$  Προτείνεται να γίνουν οι ασκήσεις 1 και 4.

§7.3: Οι μαθητές χρησιμοποιούν πίνακες τιμών και λογισμικό για να κάνουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.  $\psi = ax^2 + bx + \gamma$  Θα εξετασθούν τα παρακάτω:  
□ Σημεία της γραφικής παράστασης και τομές με τους άξονες □ Σχετική θέση της γραφικής με ευθείες, πρόσημο του τριωνύμου, γεωμετρική του ερμηνεία. Και γραφική επίλυση ανισώσεων βαθμού.

Θα γίνει επίσης αναφορά στη μονοτονία και τα ακρότατα. Προτείνεται να αντληθεί υλικό από : Άσκηση 1 σελ. 93, παράδειγμα 1 σελ. 109, εφαρμογή 1 σελ. 111, άσκηση 3 και 4 σελ. 204

## **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ τάξη Ημερήσιου και Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.**

### I. Εισαγωγή

Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Α΄ Επαγγελματικού Λυκείου εστιάζει στο πέρασμα από τον εμπειρικό στο θεωρητικό τρόπο σκέψης, με ιδιαίτερη έμφαση στη μαθηματική απόδειξη. Οι μαθητές έχουν έρθει σε επαφή με στοιχεία θεωρητικής γεωμετρικής σκέψης και στο Γυμνάσιο, όπου έχουν αντιμετωπίσει ασκήσεις που απαιτούν θεωρητική απόδειξη. Στην Α΄ Επαγγελματικού Λυκείου, πρέπει αυτή η εμπειρία των μαθητών να αξιοποιηθεί με στόχο την περαιτέρω ανάπτυξη της θεωρητικής τους σκέψης. Η διατύπωση ορισμών γεωμετρικών εννοιών είναι κάτι δύσκολο για τους μαθητές, ακόμα και αυτής της τάξης, καθώς απαιτεί τη συνειδητοποίηση των κρίσιμων και ελάχιστων ιδιοτήτων που απαιτούνται για τον καθορισμό μιας έννοιας. Επίσης οι μαθητές χρειάζεται να διερευνούν ιδιότητες και σχέσεις των γεωμετρικών εννοιών και να δημιουργούν εικασίες τις οποίες να προσπαθούν να τεκμηριώσουν. Η αντιμετώπιση της μαθηματικής απόδειξης απλά ως περιγραφή μιας σειράς λογικών βημάτων που παρουσιάζονται από τον εκπαιδευτικό, δεν είναι κατάλληλη ώστε να μυηθούν οι μαθητές στη σημασία και την κατασκευή μιας απόδειξης. Αντίθετα, είναι σημαντικό να εμπλακούν οι μαθητές σε αποδεικτικές διαδικασίες, να προσπαθούν να εντοπίζουν τη βασική αποδεικτική ιδέα, μέσω πειραματισμού και διερεύνησης, και να χρησιμοποιούν μετασχηματισμούς και αναπαραστάσεις, που υποστηρίζουν την ανάπτυξη γεωμετρικών συλλογισμών. Η κατασκευή από τους μαθητές αντιπαραδειγμάτων και η συζήτηση για το ρόλο τους

είναι μια σημαντική διαδικασία, ώστε να αρχίσουν να αποκτούν μια πρώτη αίσθηση της σημασίας του αντιπαραδείγματος στα Μαθηματικά. Η απαγωγή σε άτοπο είναι επίσης μια μέθοδος που συχνά συναντούν οι μαθητές στην απόδειξη αρκετών θεωρημάτων. Ο ρόλος του «άτοπου» στην τεκμηρίωση του αρχικού ισχυρισμού αλλά και το κατά πόσο η άρνηση του συμπεράσματος οδηγεί τελικά στην τεκμηρίωσή του, δημιουργούν ιδιαίτερη δυσκολία στους μαθητές. Σε όλα τα παραπάνω ουσιαστικό ρόλο μπορεί να παίζει η αξιοποίηση λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας.

**II. Διδακτέα Ύλη Από το βιβλίο «Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ και Β΄ Ενιαίου Λυκείου» των Αργυρόπουλου Η., Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάτη Σ., Σίδηρη**

### **Κεφ.1ο: Εισαγωγή στην Ευκλείδεια Γεωμετρία**

- 1.1 Το αντικείμενο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας
- 1.2 Ιστορική αναδρομή στη γένεση και ανάπτυξη της Γεωμετρίας

### **Κεφ.3ο: Τρίγωνα**

- 3.1 Είδη και στοιχεία τριγώνων
- 3.2 1ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.3 2ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος )
- 3.4 3ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.5 Ύπαρξη και μοναδικότητα καθέτου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.6 Κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων (εκτός της απόδειξης των θεωρημάτων I και II και III)
- 3.7 Κύκλος - Μεσοκάθετος – Διχοτόμος
- 3.10 Σχέση εξωτερικής και απέναντι γωνίας (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.11 Ανισοτικές σχέσεις πλευρών και γωνιών (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.12 Τριγωνική ανισότητα (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.13 Κάθετες και πλάγιες (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος II)
- 3.14 Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)
- 3.15 Εφαπτόμενα τμήματα
- 3.16 Σχετικές θέσεις δύο κύκλων
- 3.17 Απλές γεωμετρικές κατασκευές
- 3.18 Βασικές κατασκευές τριγώνων

### **Κεφ.4ο: Παράλληλες ευθείες**

- 4.1. Εισαγωγή
- 4.2. Τέμνουσα δύο ευθειών - Ευκλείδειο αίτημα (εκτός της απόδειξης του πορίσματος II της σελ. 76, και των προτάσεων I, II, III και IV )

4.4. Γωνίες με πλευρές παράλληλες

4.5. Αξιοσημείωτοι κύκλοι τριγώνου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος που αναφέρεται στον εγγεγραμμένο κύκλο τριγώνου)

4.6. Άθροισμα γωνιών τριγώνου 4.8. Άθροισμα γωνιών κυρτού  $n$ -γώνου (εκτός της απόδειξης του πορίσματος)

### **III. Διαχείριση διδακτέας ύλης**

#### **Κεφ.1ο : Εισαγωγή στην Ευκλείδεια Γεωμετρία. (Να διατεθεί 2 δ.ω.)**

Οι μαθητές εισάγονται στην έννοια του αξιωματικού συστήματος και στη διαφορά της Θεωρητικής από την Πρακτική Γεωμετρία. Προτείνεται να διδαχθεί περιληπτικά.

#### **Κεφ.3ο : Τρίγωνα. (Να διατεθούν 15 δ.ω.)**

Οι μαθητές έχουν διαπραγματευτεί το μεγαλύτερο μέρος του περιεχομένου των παραγράφων αυτών στο Γυμνάσιο. Να δοθεί έμφαση λοιπόν στο σχεδιασμό σχημάτων με βάση τις λεκτικές διατυπώσεις των γεωμετρικών προτάσεων και αντίστροφα, στη διατύπωση των γεωμετρικών συλλογισμών των μαθητών και στην ισότητα τριγώνων ως στρατηγική απόδειξης ισότητας ευθύγραμμων τμημάτων ή γωνιών. Να μη ζητηθούν ασκήσεις από τα σύνθετα θέματα.

#### **Κεφ. 4ο : Παράλληλες ευθείες. (Να διατεθούν 8 δ.ω.)**

Οι μαθητές έχουν διαπραγματευθεί την έννοια της παραλληλίας ευθειών σε προηγούμενες τάξεις. Να μη ζητηθούν ασκήσεις από τα σύνθετα. θέματα.

### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ τάξη Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.**

Η Διδακτέα ύλη είναι αυτή του μαθήματος «ΑΛΓΕΒΡΑ» της Α΄ Τάξης Ημερήσιου ΕΠΑ.Λ από το ίδιο διδακτικό εγχειρίδιο και αναφέρθηκε ανωτέρω στην παρούσα εγκύκλιο. Το ίδιο ισχύει και για την διαχείριση της Διδακτέας ύλης.

### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ τάξη Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.**

Η Διδακτέα ύλη είναι αυτή του μαθήματος «ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ» της Α΄ Τάξης Ημερήσιου ΕΠΑ.Λ από το ίδιο διδακτικό εγχειρίδιο και αναφέρθηκε ανωτέρω. Το ίδιο ισχύει και για την διαχείριση της Διδακτέας ύλης.

I. Διδακτέα ύλη Από το βιβλίο «Άλγεβρα Β΄ Γενικού Λυκείου» των ΑΝΔΡΕΑΔΑΚΗ Σ., ΚΑΤΣΑΡΓΥΡΗ Β., ΠΑΠΑΣΤΑΥΡΙΔΗ ΣΤ., κ.ά.

**Κεφ. 1ο: Γραμμικά Συστήματα**

1.1 Γραμμικά Συστήματα (χωρίς τις αποδείξεις των συμπερασμάτων της υποπαραγράφου « Λύση/Διερεύνηση γραμμικού συστήματος 2□2»)

1.2 Μη Γραμμικά Συστήματα

**Κεφ.2ο: Ιδιότητες Συναρτήσεων**

2.1 Μονοτονία-Ακρότατα-Συμμετρίες Συνάρτησης

2.2 Κατακόρυφη-Οριζόντια Μετατόπιση Καμπύλης

**Κεφ. 3ο: Τριγωνομετρία**

3.1 Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας

3.2 Βασικές Τριγωνομετρικές Ταυτότητες (χωρίς την απόδειξη της ταυτότητας 4 της σελίδας 61)

3.3 Αναγωγή στο 1ο Τεταρτημόριο

3.4 Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις

3.5 Βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις

3.6 Τριγωνομετρικοί αριθμοί αθροίσματος γωνιών.(χωρίς τις αποδείξεις των τύπων)

3.7 Τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας  $2\alpha$  . ( χωρίς τις αποδείξεις των τύπων )

**Κεφ. 4ο: Πολυώνυμα - Πολυωνυμικές εξισώσεις**

4.1 Πολυώνυμα 4.2 Διαίρεση πολυωνύμων 4.3 Πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις 4.4 Εξισώσεις και ανισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές.

**Κεφ. 5ο: Εκθετική και Λογαριθμική συνάρτηση**

5.1 Εκθετική συνάρτηση

5.2 Λογάριθμοι (χωρίς την απόδειξη της αλλαγής βάσης)

5.3 Λογαριθμική συνάρτηση (να διδαχθούν μόνο οι λογαριθμικές συναρτήσεις με βάση το 10 και το e).

**II. Διαχείριση διδακτέας ύλης**

Πριν την έναρξη της διδασκαλίας της ύλης της Β Τάξης ΕΠΑΛ, προτείνεται να διατεθούν έως 4 διδακτικές ώρες για επανάληψη –ολοκλήρωση της διδακτέας ύλης της Α΄ ΕΠΑΛ από το βιβλίο «Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων Α΄ Γενικού Λυκείου» Στη συνέχεια θα ακολουθήσει η διδασκαλία της ύλης της Β Τάξης.

### **Κεφάλαιο 1ο (Προτείνεται να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες)**

1.1 Γίνεται επανάληψη των γνωστών από το Γυμνάσιο μεθόδων επίλυσης γραμμικών συστημάτων  $2 \times 2$ . Εισάγεται η έννοια της ορίζουσας, η επίλυση συστημάτων με χρήση ορίζουσών. Δεν θα διδαχθεί η Εφαρμογή της σελίδας 18. Γίνεται επίλυση απλών συστημάτων  $3 \times 3$ .

1.2 Προτείνεται η επίλυση απλών μη γραμμικών συστημάτων με 2 αγνώστους. Να μη διδαχθούν οι ασκήσεις 4,5 της Β' Ομάδας.

### **Κεφάλαιο 2ο (Προτείνεται να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)**

Στο κεφάλαιο αυτό διατυπώνονται οι γενικοί ορισμοί των εννοιών μετατόπιση γραφικής παράστασης, μονοτονίας, ακρότατων συνάρτησης και εξετάζονται αυτές για διάφορες συναρτήσεις. Να γίνουν παραδείγματα για συναρτήσεις της μορφής  $f(x) = ax^2 + bx + c$  με τις οποίες οι μαθητές είναι εξοικειωμένοι από την προηγούμενη τάξη.

### **Κεφάλαιο 3ο (Προτείνεται να διατεθούν 16 διδακτικές ώρες)**

3.1 Να δοθεί έμφαση στην έννοια του ακτινίου, στη σύνδεσή του με τις μοίρες και την αναπαράστασή του στον τριγωνομετρικό κύκλο.

3.2 Α) Προτείνεται να μη διδαχθούν οι ταυτότητες 4.

Β) Να γίνει επιλογή από τις ασκήσεις 1-6 και από τις 10-13 της Α' Ομάδας.

3.3 Προτείνεται να μη δοθούν προς λύση οι ασκήσεις της Β' Ομάδας.

3.4 Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις: Α) 1, 3, 4, 5, 6 και 7(i, ii) της Α' Ομάδας Β) 1, 2 και 3 της Β' Ομάδας.

3.5 Προτείνεται να μη γίνουν: Α) Η άσκηση 11(ii) της Α' Ομάδας Β) Όλες οι ασκήσεις της Β' Ομάδας.

3.6-3.7 Η διδασκαλία της παραγράφου 3.6 να περιορισθεί σε απλές εφαρμογές των τύπων μέσα από λίγες και απλές ασκήσεις Α ομάδας. Από την παράγραφο 3.7 να διδαχτούν μόνο οι τύποι (1), (2), (3) ως εφαρμογές της παραγράφου 3.6, και να μην γίνουν ασκήσεις. Να μη διδαχτούν οι τύποι (4), (5) και (6) (τύποι αποτετραγωνισμού).

### **Κεφάλαιο 4ο (Προτείνεται να διατεθούν 13 διδακτικές ώρες)**

4.1 Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις: Α) 1 και 2 (i, ii, iii) της Α' Ομάδας Β) 2 και 3 της Β' Ομάδας.

4.2 Προτείνεται: Α) Να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις 1 (i, iv), 2, 3 και 10 της Α' Ομάδας. Β) Να μη γίνουν οι ασκήσεις της Β' Ομάδας.

4.3 Στην ενότητα αυτή εισάγονται νέα εργαλεία για την παραγοντοποίηση πολυωνύμων μέσω της οποίας επιλύονται στη συνέχεια πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις βαθμού μεγαλύτερου από 2 Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα: Οι ασκήσεις 1, 4, 5, 6 και 8 της Α΄ Ομάδας και προβλήματα της Β΄ Ομάδας, τα οποία οδηγούν στην επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων.

4.4 Στην ενότητα αυτή επιλύονται εξισώσεις και ανισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές, όπως άρρητες και κλασματικές εξισώσεις και ανισώσεις. Α) Να δοθεί έμφαση στο γεγονός ότι η ύψωση των μελών μιας εξίσωσης στο τετράγωνο δεν οδηγεί πάντα σε ισοδύναμη εξίσωση. Αυτό μπορεί να γίνει και με τη βοήθεια των παρακάτω γραφικών παραστάσεων: Β) Προτείνεται να μη γίνουν οι ασκήσεις 3 και 4 της Β΄ Ομάδας.

#### **Κεφάλαιο 5ο (Προτείνεται να διατεθούν 9 διδακτικές ώρες)**

5.1 Προτείνεται να δοθεί έμφαση στα προβλήματα της Β΄ Ομάδας, με προτεραιότητα στις 6, 7 και 8. 5.2 Α) Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα: Οι ασκήσεις της Α΄ Ομάδας με έμφαση στα προβλήματα. Οι ασκήσεις 2, 3, 5 της Β΄ Ομάδας. Β)

Προτείνεται να μη γίνουν οι ασκήσεις 6, 7 και 8 της Β΄ Ομάδας.

5.3 Α) Προτείνεται να διδαχθούν μόνο οι συναρτήσεις  $f(x)=\log x$  και  $f(x)=\ln x$ . Β) Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις: 2, 5, 6, 7 και 8 της Α΄ Ομάδας και 1(i, iii), 3, 5, 7 και 8 της Β΄ Ομάδας. Γ) Ασκήσεις Γ΄ Ομάδας: Να μη διδάσκονται ασκήσεις Γ΄ Ομάδας.

### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ Τάξη Ημερήσιου ΕΠΑ.Λ.**

Ι. Διδακτέα ύλη Από το βιβλίο «Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ και Β΄ Ενιαίου Λυκείου» των Αργυρόπουλου Η, Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάκη Σ. και Σιδέρη Π.

Κεφ.5ο: Παραλληλόγραμμα - Τραπεζία

5.1 Εισαγωγή

5.2 Παραλληλόγραμμα (εκτός των αποδείξεων των προτάσεων της υποπαραγράφου «Κριτήρια για παραλληλόγραμμα» στη σελίδα 98).

5.3 Ορθογώνιο (εκτός των αποδείξεων των προτάσεων της υποπαραγράφου «Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο» στη σελίδα. 101)

5.4 Ρόμβος (εκτός των αποδείξεων των προτάσεων της υποπαραγράφου «Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ρόμβος» στη σελίδα 102.

5.5 Τετράγωνο

5.6 Εφαρμογές στα τρίγωνα (εκτός της απόδειξης των θεωρημάτων II και III )

5.7 Βαρύκεντρο τριγώνου (εκτός της απόδειξης τους θεωρήματος)

5.8 Το ορθόκεντρο τριγώνου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος και χωρίς το πόρισμα)

5.9 Μια ιδιότητα του ορθογώνιου τριγώνου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος II)

5.10 Τραπεζίο (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος και του πορίσματος ) 5.11

Ισοσκελές τραπέζιο

### **Κεφ.6ο: Εγγεγραμμένα σχήματα**

6.1 Εισαγωγικά – Ορισμοί

6.2 Σχέση εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος )

6.3 Γωνία χορδής και εφαπτομένης (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)

6.5 Το εγγεγραμμένο τετράπλευρο

6.6 Το εγγράψιμο τετράπλευρο (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)

### **Κεφ. 7ο: Αναλογίες**

7.1 Εισαγωγή

7.4 Ανάλογα ευθύγραμμα τμήματα – Αναλογίες

7.5 Μήκος ευθύγραμμου τμήματος

7.6 Διαίρεση τμημάτων εσωτερικά και εξωτερικά ως προς δοσμένο λόγο (μόνο οι ορισμοί της διαίρεσης ευθυγράμμου τμήματος AB από σημείο M εσωτερικά ή εξωτερικά )

7.7 Θεώρημα του Θαλή (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων και του Πορίσματος, χωρίς το πρόβλημα 2 και χωρίς τους ορισμούς «Συζυγή αρμονικά» και «Αρμονική τετράδα» )

7.8 Θεωρήματα των διχοτόμων τριγώνου ( χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων και χωρίς τον υπολογισμό των ευθυγράμμων τμημάτων στα οποία η διχοτόμος εσωτερική ή εξωτερική διαιρεί την απέναντι πλευρά)

### **Κεφ. 8ο: Ομοιότητα**

8.1 Όμοια ευθύγραμμα σχήματα

8.2 Κριτήρια ομοιότητας (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων I, II και III και τις εφαρμογές 1, 2 και 3)

## **Κεφ. 9ο: Μετρικές σχέσεις**

9.1 Ορθές προβολές

9.2 Το Πυθαγόρειο θεώρημα

9.3 Γεωμετρικές κατασκευές

9.4 Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος ( χωρίς την απόδειξη των θεωρημάτων και χωρίς την εφαρμογή II)

## **II. Διαχείριση διδακτέας ύλης**

### **Κεφ. 5ο : Παραλληλόγραμμα – Τραπεζίια. (Να διατεθούν 9 δ.ω.)**

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές διαπραγματεύονται τα διάφορα είδη παραλληλογράμμων και τραπεζίων και μελετούν τις χαρακτηριστικές τους ιδιότητες. Να επισημανθεί η διαφορά μεταξύ ιδιοτήτων και κριτηρίων των τετραπλεύρων και την εφαρμογή τους στις ασκήσεις. Να μη ζητηθούν ασκήσεις από τα σύνθετα θέματα.

### **Κεφ.6ο : Εγγεγραμμένα σχήματα. (Να διατεθούν 3 δ.ω.)**

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές μελετούν τις ιδιότητες των τετραπλεύρων που είναι εγγεγραμμένα σε κύκλο και διερευνούν τις ικανές ιδιότητες που επιτρέπουν ένα τετράπλευρο να εγγραφεί σε κύκλο. Προτείνεται να μη ζητηθούν οι «αποδεικτικές ασκήσεις» και τα «σύνθετα θέματα».

### **Κεφάλαιο 7ο (Να διατεθούν 3 δ.ω.)**

7.1-7.6 Στις παραγράφους αυτές γίνεται πρώτη φορά λόγος για σύμμετρα και ασύμμετρα ευθύγραμμα τμήματα. Η έννοια της ασυμμετρίας μπορεί να βοηθήσει σημαντικά τους μαθητές να ξεκαθαρίσουν την έννοια του αρρήτου αριθμού. Η ανάπτυξη της ύλης στο σχολικό βιβλίο (θεωρία, παρατηρήσεις, σημειώσεις) είναι πλήρης και αν διδαχθεί προσεκτικά θα βοηθήσει τους μαθητές σε σημαντικές περιοχές της Γεωμετρίας που ακολουθεί (Θεώρημα Θαλή, όμοια τρίγωνα) και της Άλγεβρας (η έννοια του πραγματικού αριθμού). Προτείνεται να δοθεί έμφαση στις ερωτήσεις κατανόησης. Επίσης, οι τύποι της παραγράφου 7.6 να μην απομνημονευθούν.

7.7 Προτείνεται να γίνουν τα δύο προβλήματα της σελίδας 154 και να δοθεί έμφαση στις ερωτήσεις κατανόησης 1-3 και στις ασκήσεις εμπέδωσης 3-7.

**Στο Κεφάλαιο 7 δεν θα γίνουν αποδεικτικές ασκήσεις , σύνθετα θέματα καθώς και οι γενικές ασκήσεις του κεφαλαίου αυτού.**

### **Κεφάλαιο 8ο (Να διατεθούν 3 δ.ω.) 8.1-8.2 Α)**

Ίσως χρειασθεί, κατά την κρίση του διδάσκοντος, να γίνει μία γρήγορη επανάληψη στις αναλογίες και το Θεώρημα του Θαλή που διδαχθήκαν στην Α΄ Λυκείου.



B) Το Κεφάλαιο προσφέρεται για τη συζήτηση εφαρμογών που ήδη θίγονται στο σχολικό βιβλίο (μέτρηση ύψους απρόσιτων σημείων, χρήση εξάντα).

**Στο Κεφάλαιο 8** δεν θα γίνουν αποδεικτικές ασκήσεις , σύνθετα θέματα καθώς και οι γενικές ασκήσεις του κεφαλαίου αυτού.

**Κεφάλαιο 9ο (Να διατεθούν 7 δ.ω.)**

9.1-9.2 Α) Στις παραγράφους αυτές η άσκοπη ασκησιολογία αλγεβρικού χαρακτήρα δε συνεισφέρει στην κατανόηση της Γεωμετρίας.

B) Προτείνεται να γίνει το σχόλιο της εφαρμογής ως σύνδεση με την επόμενη παράγραφο.

9.3 Στην παράγραφο αυτή είναι σκόπιμο να διατεθεί χρόνος ώστε να σχολιαστεί το ιστορικό σημείωμα για την ανακάλυψη των ασύμμετρων μεγεθών και να γίνουν και οι 3 κατασκευές (υποτείνουσα και κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου, μέση ανάλογος, άρρητα πολλαπλάσια ευθύγραμμου τμήματος που δίνουν και τον τρόπο κατασκευής ευθυγράμμων τμημάτων με μήκος τετραγωνική ρίζα φυσικού – αφορμή για μία σύντομη συζήτηση για τη δυνατότητα κατασκευής ή μη των αρρήτων). Επίσης μπορεί να γίνει αναφορά στην 7.3 στην οποία γίνεται λόγος για την κατασκευή αρρήτων μεγεθών.

9.4 Στην παράγραφο 9.4 προτείνεται να μην αναλωθεί επιπλέον διδακτικός χρόνος για άσκοπη ασκησιολογία αλγεβρικού τύπου.

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ τάξη Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.**

**I. Διδακτέα ύλη**

Από το βιβλίο «Άλγεβρα Β΄ Γενικού Λυκείου»

Κεφ. 1ο: Γραμμικά Συστήματα

1.1 Γραμμικά Συστήματα (χωρίς τις αποδείξεις των συμπερασμάτων της υποπαραγράφου «Λύση-Διερεύνηση γραμμικού συστήματος 2χ2

1.2 Μη Γραμμικά Συστήματα

**Κεφ.2ο: Ιδιότητες Συναρτήσεων**

2.1 Μονοτονία-Ακρότατα-Συμμετρίες Συνάρτησης 2.2 Κατακόρυφη-Οριζόντια Μετατόπιση Καμπύλης

**Κεφ. 3ο: Τριγωνομετρία**

3.1. Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας

3.2. Βασικές Τριγωνομετρικές Ταυτότητες (χωρίς την απόδειξη της ταυτότητας 4 της σελίδας 61)

3.3. Αναγωγή στο 1ο Τεταρτημόριο

3.4 Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις

3.5 Βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις

3.6 Τριγωνομετρικοί αριθμοί αθροίσματος γωνιών.(χωρίς τις αποδείξεις των τύπων )

3.7 Τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας  $2\alpha$  . ( χωρίς τις αποδείξεις των τύπων )

**II. Διαχείριση διδακτέας ύλης**

Πριν την έναρξη της διδασκαλίας της ύλης της Β Τάξης ΕΠΑΛ, προτείνεται να διατεθούν έως 4 διδακτικές ώρες για επανάληψη –ολοκλήρωση της διδακτέας ύλης της Α΄ ΕΠΑΛ από το βιβλίο «Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων Α΄ Γενικού Λυκείου»

Στη συνέχεια θα ακολουθήσει η διδασκαλία της ύλης της Β Λυκείου

### **Κεφάλαιο 1ο (Προτείνεται να διατεθούν 12 δ. ώ.)**

1.1 Γίνεται επανάληψη των γνωστών από το Γυμνάσιο μεθόδων επίλυσης γραμμικών συστημάτων  $2 \times 2$ . Εισάγεται η έννοια της ορίζουσας, η επίλυση συστημάτων με χρήση ορίζουσών. Δεν θα διδαχθεί η Εφαρμογή της σελίδας 18. Γίνεται επίλυση απλών συστημάτων  $3 \times 3$ .

1.2 Προτείνεται η επίλυση απλών μη γραμμικών συστημάτων με 2 αγνώστους. Να μη διδαχθούν οι ασκήσεις 4,5 της Β΄ Ομάδας.

### **Κεφάλαιο 2ο (Προτείνεται να διατεθούν 12 δ. ώ.)**

Στην Α΄ Λυκείου οι μαθητές μελέτησαν την  $f(x)=ax^2+bx+\gamma$ , μέσω μετατοπίσεων της  $g(x)=ax^2$  και εξέτασαν τη μονοτονία και τα ακρότατα αυτής. Στο κεφάλαιο αυτό διατυπώνονται οι γενικοί ορισμοί των παραπάνω εννοιών και εξετάζονται αυτές και για άλλες συναρτήσεις μέσω των γραφικών παραστάσεών τους.

### **Κεφάλαιο 3ο (Προτείνεται να διατεθούν 20 δ. ώ.)**

3.1 Να δοθεί έμφαση στην έννοια του ακτινίου, στη σύνδεσή του με τις μοίρες και την αναπαράστασή του στον τριγωνομετρικό κύκλο.

3.2 Α) Προτείνεται να μη διδαχθούν οι ταυτότητες 4. Β) Να γίνει επιλογή από τις ασκήσεις 1-6 και από τις 10-13 της Α΄ Ομάδας.

3.3 Προτείνεται να μη δοθούν προς λύση οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας.

3.4 Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις: 1, 3, 4, 5, 6 και 7(i, ii) της Α΄ Ομάδας Β) 1, 2 και 3 της Β΄ Ομάδας.

3.5 Προτείνεται να μη γίνουν: Α) Η άσκηση 11(ii) της Α΄ Ομάδας. Β) Όλες οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας.

3.6- 3.7 Η διδασκαλία της παραγράφου 3.6 να περιορισθεί σε απλές εφαρμογές των τύπων μέσα από λίγες και απλές ασκήσεις Α ομάδας. Από την παράγραφο 3.7 να διδαχτούν μόνο οι τύποι (1), (2), (3) ως εφαρμογές της παραγράφου 3.6, και να μην γίνουν ασκήσεις. Να μη διδαχτούν οι τύποι (4), (5) και (6) (τύποι αποτετραγωνισμού).

## **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Β΄ τάξη Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.**

Ι. Διδακτέα ύλη Από το βιβλίο «Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ και Β΄ Ενιαίου Λυκείου» των Αργυρόπουλου Η, Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάκη Σ. και Σιδέρη Π.

### **Κεφ.5ο: Παραλληλόγραμμα – Τραπεζία**

5.1 Εισαγωγή

5.2 Παραλληλόγραμμα (εκτός των αποδείξεων των προτάσεων της υποπαραγράφου «Κριτήρια για παραλληλόγραμμα» στη σελίδα 98).

5.3 Ορθογώνιο (εκτός των αποδείξεων των προτάσεων της υποπαραγράφου «Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο» στη σελίδα. 101)

5.4 Ρόμβος (εκτός των αποδείξεων των προτάσεων της υποπαραγράφου «Κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ρόμβος » στη σελίδα 102.

5.5 Τετράγωνο

5.6 Εφαρμογές στα τρίγωνα (εκτός της απόδειξης των θεωρημάτων II και III )

5.7 Βαρύκεντρο τριγώνου (εκτός της απόδειξης τους θεωρήματος)

5.8 Το ορθόκεντρο τριγώνου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος και χωρίς το πόρισμα)

5.9 Μια ιδιότητα του ορθογώνιου τριγώνου (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος II)

5.10 Τραπεζίο (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος και του πορίσματος ) 5.11  
Ισοσκελές τραπέζιο

#### **Κεφ.6ο: Εγγεγραμμένα σχήματα**

6.1 Εισαγωγικά – Ορισμοί

6.2 Σχέση εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος )

6.3 Γωνία χορδής και εφαπτομένης (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)

6.5 Το εγγεγραμμένο τετράπλευρο

6.6 Το εγγράψιμο τετράπλευρο (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος)

#### **Διαχείριση διδακτέας ύλης**

#### **Κεφ. 5ο : Παραλληλόγραμμα – Τραπεζίια. (Να διατεθούν 18 δ.ω.)**

Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές διαπραγματεύονται τα διάφορα είδη παραλληλογράμμων και τραπεζίων και μελετούν τις χαρακτηριστικές τους ιδιότητες. Να επισημανθεί η διαφορά μεταξύ ιδιοτήτων και κριτηρίων των τετραπλεύρων και την εφαρμογή τους στις ασκήσεις. Να μη ζητηθούν ασκήσεις από τα σύνθετα θέματα.

#### **Κεφ.6ο : Εγγεγραμμένα σχήματα. (Να διατεθούν 7 δ.ω.) Σ**

το κεφάλαιο αυτό οι μαθητές μελετούν τις ιδιότητες των τετραπλεύρων που είναι εγγεγραμμένα σε κύκλο και διερευνούν τις ικανές ιδιότητες που επιτρέπουν ένα

τετράπλευρο να εγγραφεί σε κύκλο. Προτείνεται να μη ζητηθούν οι «αποδεικτικές ασκήσεις» και τα «σύνθετα θέματα».

## Γ΄ ΤΑΞΗ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΠΑ.Λ.

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Γ΄ τάξη Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.

#### I. Διδακτέα ύλη Από το βιβλίο «Άλγεβρα Β΄ Γενικού Λυκείου»

##### Κεφ. 4ο: Πολυώνυμα - Πολυωνυμικές εξισώσεις

- 4.1. Πολυώνυμα
- 4.2. Διαίρεση πολυωνύμων
- 4.3. Πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις ( χωρίς την υποπαράγραφο «Προσδιορισμός ρίζας με προσέγγιση» ).
- 4.4. Εξισώσεις και ανισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές.

##### Κεφ. 5ο: Εκθετική και Λογαριθμική συνάρτηση

- 5.1. Εκθετική συνάρτηση
- 5.2. Λογάριθμοι (χωρίς την απόδειξη της αλλαγής βάσης)
- 5.3. Λογαριθμική συνάρτηση (να διδαχθούν μόνο οι λογαριθμικές συναρτήσεις με βάση το 10 και το e).

#### II. Διαχείριση διδακτέας ύλης

Κεφάλαιο 4ο (Προτείνεται να διατεθούν 15 δ. ώ.)

4.1 Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις: Α) 1 και 2 (i, ii, iii) της Α΄ Ομάδας Β) 2 και 3 της Β΄ Ομάδας.

4.2 Προτείνεται: Α) Να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις 1 (i, iv), 2, 3 και 10 της Α΄ Ομάδας. Β) Να μη γίνουν οι ασκήσεις της Β΄ Ομάδας.

4.3 Στην ενότητα αυτή εισάγονται νέα εργαλεία για την παραγοντοποίηση πολυωνύμων μέσω της οποίας επιλύονται στη συνέχεια πολυωνυμικές εξισώσεις και ανισώσεις βαθμού μεγαλύτερου από 2

Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα: Οι ασκήσεις 1, 4, 5, 6 και 8 της Α΄ Ομάδας και προβλήματα της Β΄ Ομάδας, τα οποία οδηγούν στην επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων.

4.4 Στην ενότητα αυτή επιλύονται εξισώσεις και ανισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές, όπως άρρητες και κλασματικές εξισώσεις και ανισώσεις. Α) Να δοθεί

έμφαση στο γεγονός ότι η ύψωση των μελών μιας εξίσωσης στο τετράγωνο δεν οδηγεί πάντα σε ισοδύναμη εξίσωση. Αυτό μπορεί να γίνει και με τη βοήθεια των παρακάτω γραφικών παραστάσεων Β) Προτείνεται να μη γίνουν οι ασκήσεις 3 και 4 της Β΄ Ομάδας.

### **Κεφάλαιο 5ο (Προτείνεται να διατεθούν 10 διδακτικές ώρες)**

5.1 Προτείνεται να δοθεί έμφαση στα προβλήματα της Β΄ Ομάδας, με προτεραιότητα στις 6, 7 και 8.

5.2 Α) Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα: Οι ασκήσεις της Α΄ Ομάδας με έμφαση στα προβλήματα. Οι ασκήσεις 2, 3, 5 της Β΄ Ομάδας. Β) Προτείνεται να μη γίνουν οι ασκήσεις 6, 7 και 8 της Β΄ Ομάδας.

5.3 Α) Προτείνεται να διδαχθούν μόνο οι συναρτήσεις  $f(x)=\log x$  και  $f(x)=\ln x$ . Β) Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα οι ασκήσεις: 2, 5, 6, 7 και 8 της Α΄ Ομάδας και 1(i, iii), 3, 5, 7 και 8 της Β΄ Ομάδας. Ασκήσεις Γ΄ Ομάδας: Να μη διδάσκονται ασκήσεις Γ΄ Ομάδας.

## **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Γ΄ τάξη Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.**

### **I. Διδακτέα ύλη**

Από το βιβλίο «Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ και Β΄ Ενιαίου Λυκείου» των Αργυρόπουλου Η, Βλάμου Π., Κατσούλη Γ., Μαρκάκη Σ. και Σιδέρη Π.

#### **Κεφ. 7ο: Αναλογίες**

7.1 Εισαγωγή

7.4 Ανάλογα ευθύγραμμα τμήματα – Αναλογίες

7.5 Μήκος ευθύγραμμου τμήματος

7.6 Διαίρεση τμημάτων εσωτερικά και εξωτερικά ως προς δοσμένο λόγο (μόνο οι ορισμοί της διαίρεσης ευθυγράμμου τμήματος AB από σημείο M εσωτερικά ή εξωτερικά)

7.7 Θεώρημα του Θαλή (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων και του Πορίσματος, χωρίς το πρόβλημα 2 και χωρίς τους ορισμούς «Συζυγή αρμονικά» και «Αρμονική τετράδα»)

7.8 Θεωρήματα των διχοτόμων τριγώνου (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων και χωρίς τον υπολογισμό των ευθυγράμμων τμημάτων στα οποία η διχοτόμος εσωτερική ή εξωτερική διαιρεί την απέναντι πλευρά)

#### **Κεφ. 8ο: Ομοιότητα**

8.1 Όμοια ευθύγραμμα σχήματα

8.2 Κριτήρια ομοιότητας (χωρίς τις αποδείξεις των θεωρημάτων I, II και III και τις εφαρμογές 1, 2 και 3)

### **Κεφ. 9ο: Μετρικές σχέσεις**

9.1 Ορθές προβολές

9.2 Το Πυθαγόρειο θεώρημα

9.3 Γεωμετρικές κατασκευές

9.4 Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος (χωρίς την απόδειξη των θεωρημάτων και χωρίς την εφαρμογή II)

## **II. Διαχείριση διδακτέας ύλης**

### **Κεφάλαιο 7ο (Προτείνεται να διατεθούν 6 δ. ώ.).**

7.1-7.6 Στις παραγράφους αυτές γίνεται πρώτη φορά λόγος για σύμμετρα και ασύμμετρα ευθύγραμμα τμήματα. Η έννοια της ασυμμετρίας μπορεί να βοηθήσει σημαντικά τους μαθητές να ξεκαθαρίσουν την έννοια του αρρήτου αριθμού. Η ανάπτυξη της ύλης στο σχολικό βιβλίο (θεωρία, παρατηρήσεις, σημειώσεις) είναι πλήρης και αν διδαχθεί προσεκτικά θα βοηθήσει τους μαθητές σε σημαντικές περιοχές της Γεωμετρίας που ακολουθεί (Θεώρημα Θαλή, όμοια τρίγωνα) και της Άλγεβρας (η έννοια του πραγματικού αριθμού). Προτείνεται να δοθεί έμφαση στις ερωτήσεις κατανόησης. Επίσης, οι τύποι της παραγράφου 7.6 να μην απομνημονευθούν.

7.7 Προτείνεται να γίνουν τα δύο προβλήματα της σελίδας 154 και να δοθεί έμφαση στις ερωτήσεις κατανόησης 1-3 και στις ασκήσεις εμπέδωσης 3-7. Στο Κεφάλαιο 7 δεν θα γίνουν αποδεικτικές ασκήσεις, σύνθετα θέματα καθώς και οι γενικές ασκήσεις του κεφαλαίου αυτού.

### **Κεφάλαιο 8ο (Προτείνεται να διατεθούν 6 δ. ώ.).**

8.1-8.2 Α) Ίσως χρειαστεί, κατά την κρίση του διδάσκοντος, να γίνει μία γρήγορη επανάληψη στις αναλογίες και το Θεώρημα του Θαλή που διδαχθήκαν στην Α΄ Λυκείου. Β) Το Κεφάλαιο προσφέρεται για τη συζήτηση εφαρμογών που ήδη θίγονται στο σχολικό βιβλίο (μέτρηση ύψους απρόσιτων σημείων, χρήση εξάντα). Στο Κεφάλαιο 8 δεν θα γίνουν αποδεικτικές ασκήσεις, σύνθετα θέματα καθώς και οι γενικές ασκήσεις του κεφαλαίου αυτού.

### **Κεφάλαιο 9ο (Προτείνεται να διατεθούν 3 δ. ώ.).**

9.1-9.2 Α) Στις παραγράφους αυτές η άσκοπη ασκησιολογία αλγεβρικού χαρακτήρα δε συνεισφέρει στην κατανόηση της Γεωμετρίας. Β) Προτείνεται να γίνει το σχόλιο της εφαρμογής ως σύνδεση με την επόμενη παράγραφο.

9.3 Στην παράγραφο αυτή είναι σκόπιμο να διατεθεί χρόνος ώστε να σχολιαστεί το ιστορικό σημείωμα για την ανακάλυψη των ασύμμετρων μεγεθών και να γίνουν και οι 3 κατασκευές (υποτείνουσα και κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου, μέση ανάλογος, άρρητα πολλαπλάσια ευθύγραμμου τμήματος που δίνουν και τον τρόπο κατασκευής ευθυγράμμων τμημάτων με μήκος τετραγωνική ρίζα φυσικού – αφορμή για μία σύντομη συζήτηση για τη δυνατότητα κατασκευής ή μη των αρρήτων). Επίσης μπορεί να γίνει αναφορά στην 7.3 στην οποία γίνεται λόγος για την κατασκευή αρρήτων μεγεθών. 9.4 Στην παράγραφο

9.4 προτείνεται να μην αναλωθεί επιπλέον διδακτικός χρόνος για άσκοπη ασκησιολογία αλγεβρικού τύπου.

#### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ Δ΄ τάξη Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.**

Η διδακτέα-εξεταστέα ύλη του Πανελλαδικώς εξεταζόμενου μαθήματος «Μαθηματικά-ΑΛΓΕΒΡΑ» θα ορισθεί με την Υπουργική Απόφαση, με την οποία θα καθορισθεί η διδακτέα-εξεταστέα ύλη των Πανελλαδικώς εξεταζόμενων μαθημάτων Γ΄ τάξης Ημερήσιων και Δ΄ τάξης Εσπερινών ΕΠΑ.Λ. για το σχ. έτος 2017-18.

#### **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Δ΄ τάξη Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.**

Ισχύει ό,τι προβλέπεται για το μάθημα «Γεωμετρία» της Γ΄ τάξης Ημερήσιου ΕΠΑ.Λ. και αναφέρθηκε ανωτέρω στην παρούσα εγκύκλιο.



## Γ΄ ΤΑΞΗ

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)-ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΑ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ

ΔΙΔΑΚΤΕΑ-ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ Από το βιβλίο «Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής» της Γ΄ τάξης Γενικού Λυκείου των Λ. Αδαμόπουλου, Χ. Δαμιανού και Α. Σβέρκου:

#### **Κεφάλαιο 1: Διαφορικός Λογισμός**

Παρ. 1.1: Συναρτήσεις.

Παρ. 1.2: Η έννοια της παραγώγου.

Παρ. 1.3: Παράγωγος συνάρτησης

Παρ. 1.4: Εφαρμογές των Παραγώγων, χωρίς το κριτήριο της 2ης παραγώγου.

#### **Κεφάλαιο 2: Στατιστική**

Παρ. 2.1: Βασικές έννοιες

Παρ. 2.2: Παρουσίαση Στατιστικών Δεδομένων, χωρίς την υποπαράγραφο "Κλάσεις άνισου πλάτους".

Παρ. 2.3: Μέτρα Θέσης και Διασποράς, χωρίς τις υποπαραγράφους:

"Εκατοστημόρια", "Επικρατούσα τιμή" και "Ενδοτεταρτημοριακό εύρος".

**Παρατηρήσεις:** Τα θεωρήματα, οι προτάσεις, οι αποδείξεις και οι ασκήσεις που φέρουν αστερίσκο δε διδάσκονται και δεν εξετάζονται. Οι εφαρμογές και τα παραδείγματα των βιβλίων δεν εξετάζονται ούτε ως θεωρία ούτε ως ασκήσεις, μπορούν, όμως, να χρησιμοποιηθούν ως προτάσεις για τη λύση ασκήσεων, ή την απόδειξη άλλων προτάσεων. Δεν αποτελούν εξεταστέα-διδακτέα ύλη όσα θέματα αναφέρονται στην εκθετική και λογαριθμική συνάρτηση.

Οι τύποι 2 και 4 των σελίδων 93 και 94 του βιβλίου «Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής» θα δίνονται στους μαθητές και μαθήτριες τόσο κατά τη διδασκαλία όσο και κατά την εξέταση θεμάτων, των οποίων η αντιμετώπιση απαιτεί τη χρήση του.