**Επιπλέον λύσεις στο προσομοιωμένο διαγώνισμα μαθηματικών  προσανατολισμού**

**11-3-17**

Γ4.

- θεωρώ  $\varphi(\chi)=f(\chi+1)-f(\chi),\chi\in\mathbb{R}$

$\varphi'(\chi)=f'(\chi+1)-f'(\chi)=e^{\chi+1}+2(\chi+1)+1-(e^{\chi}+2\chi+1)=e^{\chi+1}+2\chi+2+1-e^{\chi}-2\chi-1=e^{\chi+1}-e^{\chi}+2=e^{\chi}(e-1)+2>0$ άρα φ είναι γνησίως αύξουσα.

- $f(\chi^2+1)+f(\chi^2+2)<f(\chi^2)+f(\chi^2+3)\Leftrightarrow f(\chi^2+1)-f(\chi^2)<f(\chi^2+3)-f(\chi^2+2)\Leftrightarrow$

  $\varphi(\chi^2)<\varphi(\chi^2+2)\Leftrightarrow\chi^2<\chi^2+2\Leftrightarrow 0<2$ που ισχύει για κάθε $\chi\in\mathbb{R}$ άρα και για θετικά

Δ2.  $g(\chi)=|\chi\varepsilon\varphi\chi-\chi^2|,\chi\in(-\pi/2,\pi/2)$

- Για κάθε $\chi\in(-\pi/2,\pi/2)$  και $-\chi\in(-\pi/2,\pi/2)$

- $g(-\chi)=|-\chi\varepsilon\varphi(-\chi)-(-\chi)^2|=|\chi\varepsilon\varphi\chi-\chi^2|=g(\chi)$

κατά συνέπεια των προηγουμένων  η g είναι άρτια οπότε αρκεί να την μελετήσω στο $[0,\pi/2)$

Επιπλέον:  $\chi\varepsilon\varphi\chi-\chi^2=\chi\dfrac{\eta\mu\chi}{\sigma\upsilon\nu\chi}-\chi^2=\dfrac{\chi(\eta\mu\chi-\chi\sigma\upsilon\nu\chi)}{\sigma\upsilon\nu\chi}$ το οποίο είναι θετικό αν

$\chi\in[0,\pi/2)$   διότι

$\chi>0$ ,ημχ-χσυνχ>0 (από Δ1(ii)) και συνχ>0( στο $1^o$ τεταρτημόριο).

Άρα g(χ)=χεφχ-

$\chi^2=\chi(\eta\mu\chi/\sigma\upsilon\nu\chi-\chi)=\chi\,(\eta\mu\chi-\chi\sigma\upsilon\nu\chi)/\sigma\upsilon\nu\chi=(\chi f(\chi))/\sigma\upsilon\nu\chi$ ,$\chi\in[0,\pi/2)$

$$g'(\chi)\;\frac{\left[f(\chi)+\chi f'(\chi)\right]\sigma\upsilon\nu\chi-\chi f(\chi)(-\eta\mu\chi)}{\sigma\upsilon\nu^2\chi}=\frac{\left[f(\chi)+\chi f'(\chi)\right]\sigma\upsilon\nu\chi+\chi f(\chi)\eta\mu\chi}{\sigma\upsilon\nu^2\chi}$$

$\geq 0$ και μηδενίζεται μόνο για χ=0 οπότε η g είναι γνησίως αύξουσα στο $[0,\pi/2)$ λόγο

συμμετρίας με ψ΄ψ η g είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\pi/2.0]$ ,

Η g στο $\chi_0=0$ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο με g(0)=0

Δ3.(i) Επιπλέον έχει 2 ρίζες για κάθε α>0 διότι

- αν $\chi\in[0,\pi/2)$ η g είναι γνησίως αύξουσα και συνεχής σε αυτό οπότε

  $g([0,\pi/2)=[g(0),\lim_{(\chi\to\pi/2)^-}(g(\chi))=[0,+\infty)$ άρα για α>0 υπάρχει τιμή που να επαληθεύει την εξίσωση(μοναδικό στο $[0,\frac{\pi}{2}$ )) .
- η g επειδή είναι άρτια αν έχει ρίζα το χ θα έχει ρίζα και το –χ

  οπότε το άθροισμα των ριζών θα κάνει 0.