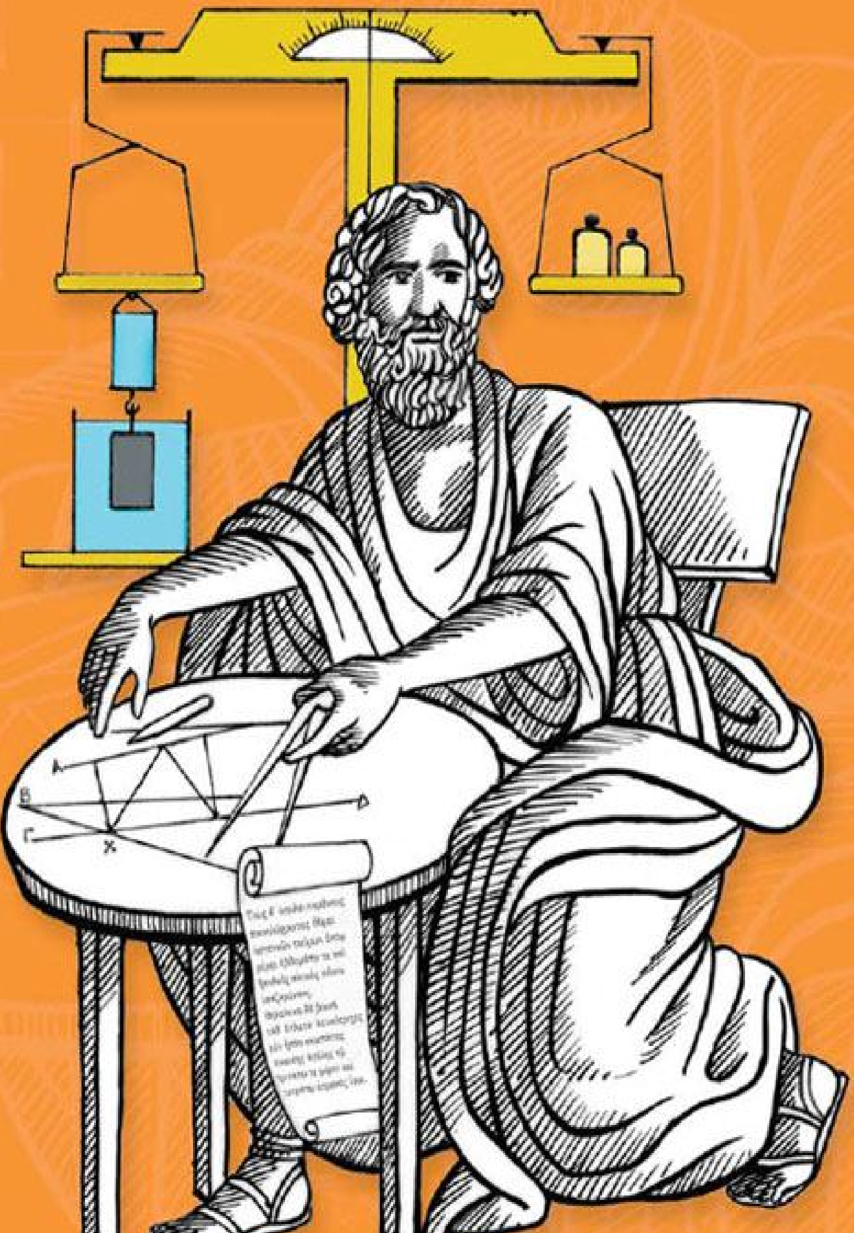
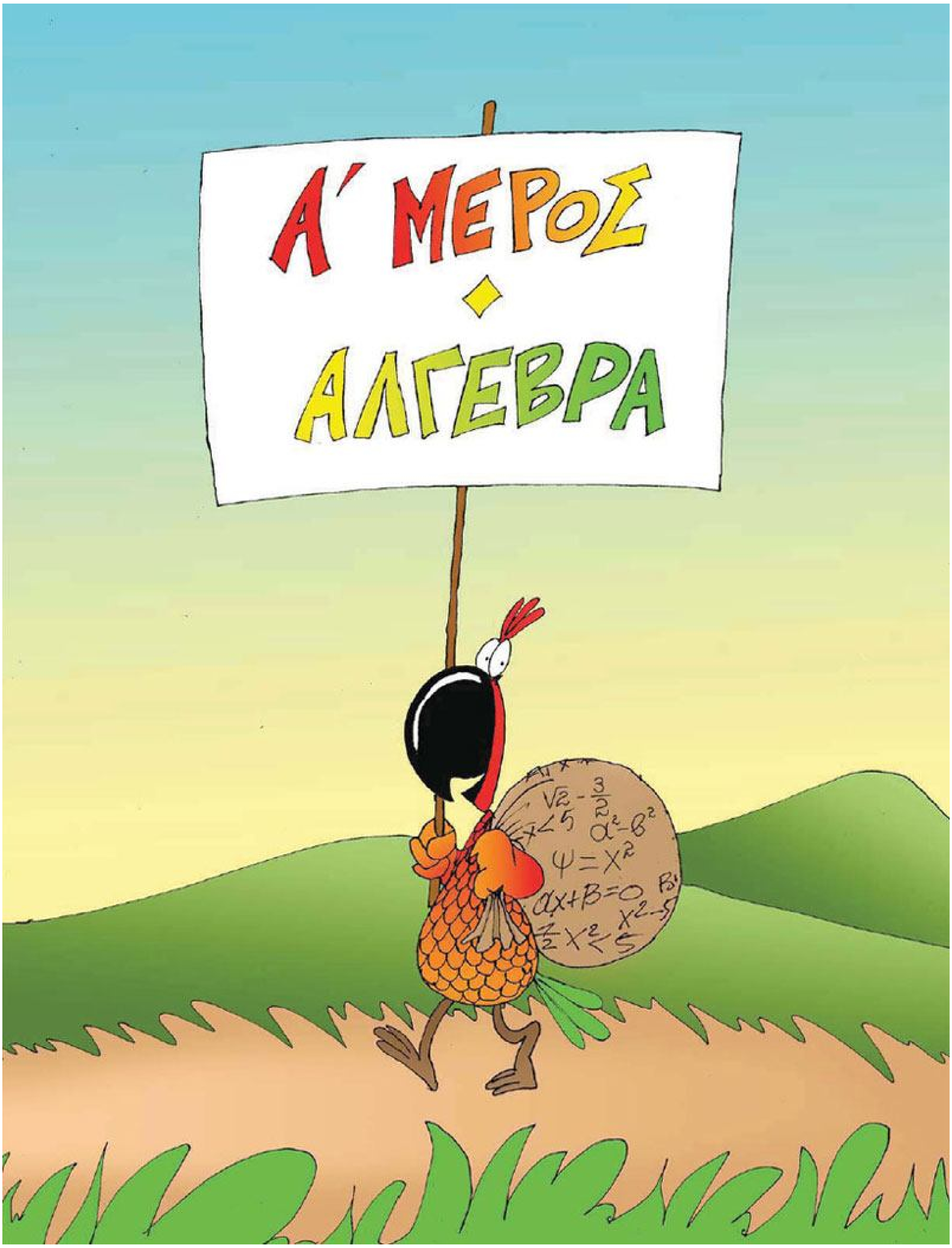
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

Δημήτριος Αργυράκης • Παναγιώτης Βουργάνας • Κωνσταντίνος Μεντής
Σταματούλα Τσικοπούλου • Μιχαήλ Χρυσοβέργης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Γ΄ Γυμνασίου





Ερωτήσεις θεωρίας
Ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου
Ασκήσεις
Διαγωνίσματα

ΘΕΩΡΙΑ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Τι ονομάζουμε μονώνυμο;

2. Τι ονομάζουμε ρητή αλγεβρική παράσταση;

3. Ποιες τιμές δεν μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές μιας ρητής αλγεβρικής παράστασης;

4. Πότε και με ποιον τρόπο είναι δυνατό να απλοποιήσουμε μια ρητή αλγεβρική παράσταση;

5. Πότε μια ισότητα ονομάζεται ταυτότητα;

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Τα μονώνυμα $(\sqrt{3}-2)xy^2$ και $(2-\sqrt{3})xy^2$ είναι αντίθετα.

2. Η παράσταση $4x^2 + 9 + 12x$ είναι ανάπτυγμα τετραγώνου.

3. Το πολυώνυμο $4x^4y^2 + 5x^3y - 7xy^3$ είναι $3^{ου}$ βαθμού ως προς x και y.

4. Η παράσταση $3αx^{-2}$ είναι μονώνυμο.

5. Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι μονώνυμο όμοιο με αυτά.

6. Το πηλίκο μονωνύμων είναι πάντα μονώνυμο.

7. Ο αριθμός 5 είναι μονώνυμο.

8. Το γινόμενο μονωνύμων είναι μονώνυμο.

9. Κάθε μονώνυμο είναι πολυώνυμο.

10. Το άθροισμα μονωνύμων είναι μονώνυμο.

11. Τα αντίθετα μονώνυμα έχουν ίδιο κύριο μέρος.

12. $(4^2 - 3\cdot 5)^{100} = 1$

13. $\sqrt{(\frac{1}{2}-1)^2} = \frac{1}{2}-1$

14. $4a^2 - 1 = (4a-1)\cdot(4a+1)$

15. Ισχύει $\frac{α^2-β^2}{α-β} = α+β$

16. $(\kappa+\lambda)^2 = \kappa^2+\lambda^2$ για όλα τα $\kappa,\lambda \in \mathbb{R}$

17. $(\alpha-\beta)^2 = (\beta-\alpha)^2$ για όλα τα $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$

18. $(x-1)^2 = x^2 - 1$, για όλα τα $x \in \mathbb{R}$

19. $(x-y)^3 = (y-x)^3$, για όλα τα $x, y \in \mathbb{R}$

20. $(\alpha+2\beta)^2=(\beta+2\alpha)^2$, για όλα τα $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$

21. Να αποδείξετε τις επόμενες ταυτότητες:

$$(\alpha+\beta)^2=a^2+2a\beta+\beta^2$$
$$(\alpha+\beta)\cdot(\alpha-\beta)=\alpha^2-\beta^2$$
$$(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$$

Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις και να συμπληρώσετε τα κενά ,ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :

1. Το άθροισμα δύο τουλάχιστον μονωνύμων που δεν είναι όμοια λέγεται ……………Κάθε ………… που περιέχεται σε ένα πολυώνυμο λέγεται όρος του πολυωνύμου.

2. Βαθμός ενός πολυωνύμου ως προς μία ή περισσότερες μεταβλητές του είναι ο ………….. από τους βαθμούς των ……… του.

Να συμπληρώσετε τις επόμενες ταυτότητες:

α. $(\alpha+\beta)^2=$ ....

β. $(\alpha-\beta)^2=$ ....

γ. $(\alpha+\beta)\cdot(\alpha-\beta)=$ ....

Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της στήλης Α με ένα μόνο αριθμό της στήλης Β, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. $(a-\beta)\cdot(\alpha+\beta)$	**1.** $\alpha^2+\beta^2$
β. $(\alpha-\beta)^3$	**2.** $-(a-\beta)^2$
γ. $-(-a+\beta)\cdot(-\alpha+\beta)$	**3.** $\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$
	4. $a^2-\beta^2$
	5. $\alpha^3-\beta^3$

Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β, ώστε να προκύψουν αληθείς ισότητες.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $\alpha^\mu\cdot\alpha^\nu$	**α.** $\dfrac{\alpha^\nu}{\beta^\nu}$
2. $(\alpha\cdot\beta)^\nu$	**β.** $\alpha^\nu\cdot\beta^\nu$
3. $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^\nu$	**γ.** $\alpha^{\mu+\nu}$
4. $(\alpha^\mu)^\nu$	**δ.** $\alpha^{\mu\nu}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Α. Να αποδείξετε την ισότητα:

$$(\alpha+2)^2+(\alpha-4)\cdot(\alpha+4)=2\alpha^2+4\alpha-12$$

Β. Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$3\alpha x-6\alpha^2 x+9\alpha x^2$$

2. Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$A(x)=x^2+2x \quad \text{και} \quad B(x)=2x+4 \quad .$$

Α. Να βρείτε το πολυώνυμο:

$$P(x)=[A(x)-B(x)]\cdot B(x) \quad .$$

Β. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$K=\frac{\sqrt{P(2)}}{3}+2014$$

3. Δίνονται οι παραστάσεις :

$$\alpha=\mathrm{x}+3+3\mathrm{x}^2-2\mathrm{x}-2\mathrm{x}^2-2$$
$$\beta=(\mathrm{x}-4)\cdot(\mathrm{x}+4)-\mathrm{x}\cdot(\mathrm{x}-6)$$
$$\gamma=(\mathrm{x}-1)^2-1 \ .$$

Α. Να κάνετε τις πράξεις και τις αναγωγές ομοίων όρων στις παραστάσεις α και β.

Β. Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση γ.

4. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\mathrm{A}=\frac{x^3+3x^2+4x}{x^3-16x}$$

Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις :

$$\mathrm{A} = \mathrm{x}^2-36 \quad , \quad \mathrm{B} = \mathrm{x}^2-12\mathrm{x}+36 \quad \text{και} \quad \Gamma = 2\mathrm{x}-12$$

5.

Α. Να βρείτε την αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης $\dfrac{\mathrm{B}-\Gamma}{2}$, για x = – 2

Β. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις Α , Β και Γ

Γ. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα $\frac{\text{Α}}{\text{Γ}}$ και $\frac{\text{Β}}{\text{Α}}$

6. Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = (3-2x)^2 + (3-x)(3+x) - 2x(x-1) + 6$$

Κάνοντας όλες τις πράξεις και τις αναγωγές ομοίων όρων να δείξετε ότι :

$$P(x) = x^2 - 10x + 24$$

7. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = x^4 - 3x^3 + x^2 - 9$$
$$B = x^2 - 2x - 3$$

i) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις Α και Β.

ii) Για ποιες τιμές του x ορίζεται το κλάσμα $\frac{A}{B}$;

iii) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{A}{B}$

8. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = x^3 - x^2(1-3a) - 9a^2 \text{ και } B = x^2 - 2ax - 3a^2$$

i) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση Α
ii) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση Β
iii) Να βρείτε το ανάπτυγμα $\left(\frac{B}{x+a}\right)^3$ κάνοντας όλες τις δυνατές πράξεις.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1-ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^{ο}

ΘΕΜΑ 1^{ο}

Να συμπληρώσετε τις επόμενες ταυτότητες:

α. $(\alpha+\beta)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

β. $(\alpha-\beta)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

γ. $(\alpha+\beta)\cdot(\alpha-\beta) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

και να αποδείξετε την (γ).

(Μονάδες 30)

ΘΕΜΑ 2^{ο}

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\mathrm{A} = x^2 - 6x + 9$$
$$B = 4 - x^2$$
$$\Gamma = x^2 - 9$$

i) Να αποδείξετε ότι η παράσταση $A + 2B + \Gamma$ είναι πολυώνυμο 1^{ου} βαθμού

ii) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\frac{\mathrm{A}}{2\Gamma}, \quad \frac{x^2+2x}{x\cdot B}$$

(Μονάδες 40)

ΘΕΜΑ 3^{ο}

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\mathrm{A} = 25x^2 - 100x + 100$$
$$B = (x+2)^3 + 6x(x+2) - x(x^2+1) - 8$$
$$\Gamma = x^3 - 2x$$

i) Να αποδείξετε ότι $\mathrm{B} = -x$.

ii) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις Α και Γ.

iii) Να απλοποιήσετε τις επόμενες παραστάσεις:

$$\frac{\Gamma}{\mathrm{A}}, \quad \frac{\mathrm{B}\cdot\mathrm{A}}{\Gamma}$$

(Μονάδες 30)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2-ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

ΘΕΜΑ 1ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Τα μονώνυμα $(\sqrt{3}-2)xy^2$ και $(2-\sqrt{3})xy^2$ είναι αντίθετα.

2. Η παράσταση $5ax^{-1}$ είναι μονώνυμο.

3. Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι μονώνυμο όμοιο με αυτά.

4. $(a+\beta)^2=\alpha^2+\beta^2$ για όλα τα $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$

5. $(x-y)^3=(y-x)^3$, για όλα τα $x,y\in\mathbb{R}$

(Μονάδες 30)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A=x^4-3x^3+x^2-9$$
$$B=x^2-2x-3$$

i) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις Α και Β.

ii) Για ποιες τιμές του x ορίζεται το κλάσμα $\frac{A}{B}$;

iii) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{A}{B}$.

(Μονάδες 30)

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A=x^3-x^2(1-3a)-9a^2 \text{ και } B=x^2-2ax-3a^2$$

i) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση Α

ii) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση Β

iii) Να βρείτε το ανάπτυγμα $\left(\frac{B}{x+a}\right)^3$ κάνοντας όλες τις δυνατές πράξεις.

(Μονάδες 40)

Ερωτήσεις θεωρίας
Ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου
Ασκήσεις
Διαγωνίσματα

ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ-ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Να απαντήσετε στις επόμενες ερωτήσεις:

1. Ποια τα είδη τριγώνων ανάλογα με το είδος των γωνιών τους και ποια τα είδη τριγώνων ανάλογα με το είδος των πλευρών τους (να γίνει ένα σχήμα για κάθε είδος)

2. Να αναφέρετε αναλυτικά τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων (να γίνει το αντίστοιχο σχήμα για κάθε κριτήριο).

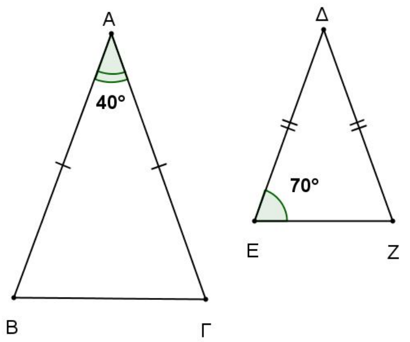
3. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.

4. Πότε δύο πολύγωνα λέγονται όμοια;

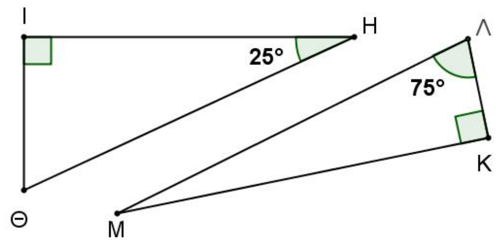
5. Ποια είναι η σχέση των εμβαδών δύο ομοίων τριγώνων;

6. Να αναφέρετε σε ποια από τα παρακάτω ζεύγη έχουμε όμοια τρίγωνα:

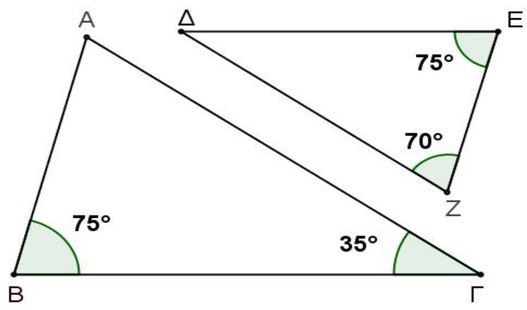
1.



2.



3.



*Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

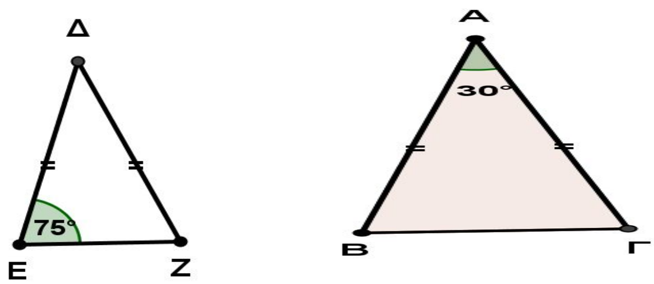
1. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μια προς μια, τότε είναι όμοια.

2. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μια προς μια, τότε θα έχουν και τις τρίτες τους πλευρές ίσες.

3. Αν δύο τρίγωνα έχουν δυο γωνίες και μια πλευρά αντίστοιχα ίσες, τότε θα είναι ίσα.

4. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία.

5. Τα τρίγωνα του επόμενου σχήματος είναι όμοια.



6. Δύο τρίγωνα που έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.

7. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους μία προς μία ίσες τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.

8. Δύο κανονικά πεντάγωνα είναι πάντα όμοια μεταξύ τους.

9. Ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων πολυγώνων ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας.

10. Δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα είναι όμοια.

11. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία τότε θα έχουν και την τρίτη τους πλευρά ίση.

12. Δύο όμοια τρίγωνα είναι πάντα ίσα.

13. Δύο ορθογώνια τρίγωνα με δύο πλευρές ίσες είναι πάντα ίσα.

14. Δύο τρίγωνα με δύο πλευρές και μια γωνία ίσες είναι πάντα ίσα.

15. Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα, τότε θα είναι και όμοια.

16. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντα όμοια.

17. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία οξεία γωνία τους ίση, τότε είναι όμοια.

18. Αν δύο ισοσκελή τρίγωνα έχουν από μία γωνία $50°$, τότε είναι όμοια.

19. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μια προς μία, τότε είναι όμοια.

20. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μια, τότε είναι ίσα.

21. Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.

22. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μια προς μια και μια γωνία ίση, τότε είναι ίσα.

23. Σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.

24. Κάθε ύψος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και διάμεσός του.

25. Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.

26.Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία τότε θα έχουν και τις γωνίες τους ίσες μία προς μία.

27. Κάθε διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου είναι διχοτόμος και ύψος.

28. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν ίσες υποτείνουσες και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση,

είναι ίσα.

29. Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν δύο γωνίες του ενός είναι ίσες με δύο γωνίες του άλλου μία προς μία και μία πλευρά του ενός ίση με μία πλευρά του άλλου.

30. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες.

Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά , ώστε να προκύψουν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

Αν δύο τρίγωνα έχουν:

α. Δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την ……… γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

β. Μία πλευρά ίση και τις ……… στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

γ. Τις ……… μία προς μία ίσες, τότε είναι ίσα.

Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :

α. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ………………

β. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ………………

γ. Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος ………. από τα άκρα του.

δ. Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας …….. από τις πλευρές της γωνίας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ να φέρετε τη διάμεσο ΑΜ. Να αποδείξετε ότι η ΑΜ είναι:

Α. Διχοτόμος της γωνίας $\hat{Α}$

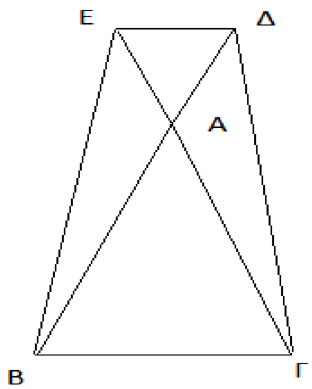
Β. Ύψος του τριγώνου.

2. Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) του παρακάτω σχήματος. Στις προεκτάσεις των ΑΒ και ΑΓ προς το Α παίρνουμε τμήματα ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα έτσι ώστε ΑΔ=ΑΕ. Να αποδείξετε ότι:

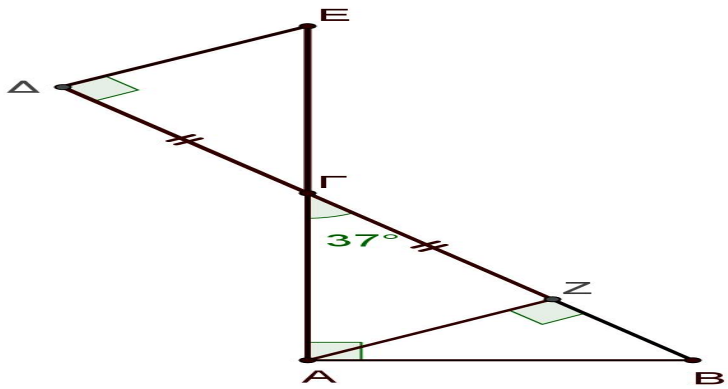
Α. ΕΒ=ΔΓ

Β. $Ε\hat{Β}Γ = Β\hat{Γ}Δ$

Γ. $\hat{Ε}Δ = Β\hat{Δ}Γ$



3.



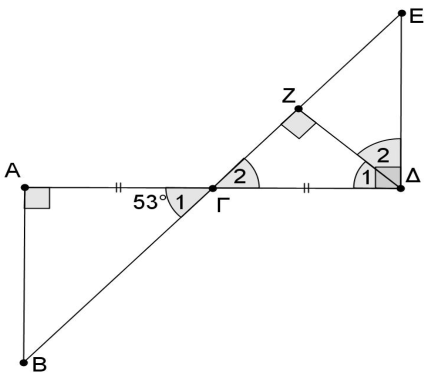
Στο παραπάνω σχήμα τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΓ είναι ορθογώνια με $\hat{Α} = 90^o$ και $Δ=90^0$ αντίστοιχα, $Α\hat{Γ}Β = 37^o$ $ΑΖ \perp ΒΓ$ και ΔΓ=ΓΖ.

Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΖΓ και ΕΔΓ είναι ίσα και στη συνέχεια να συμπληρώσετε τις ισότητες : ΔΕ=……… και ΕΓ=………

Β. Αφού υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{E}$ και $\hat{B}$, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΖΒ και ΓΔΕ είναι όμοια.

Γ. Αν ΑΖ=6cm και ΔΓ=8cm, να συμπληρώσετε τους λόγους $\frac{AZ}{....}=\frac{BZ}{....}=\frac{AB}{....}$ και να υπολογίσετε το μήκος του ΒΖ.

3. Στο παρακάτω σχήμα τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΓΔΕ είναι ορθογώνια με $\hat{A}=90^o$ και $\hat{\Delta}=90^o$, ΑΓ=ΓΔ=3, ΔΕ=4, $\Delta Z \perp \Gamma E$ και $\hat{\Gamma}_1=53^o$.



Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΓΔΕ είναι ίσα και να συμπληρώσετε τις ισότητες ΑΒ=….. και ΒΓ=……..

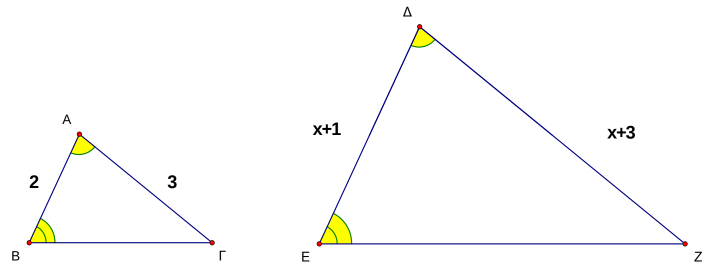
Β. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΔΕ είναι όμοια και να συμπληρώσετε τους λόγους $\frac{\cdots}{\Delta E}=\frac{\cdots}{Z\Delta}=\frac{\cdots}{ZE}$.

Γ. Να υπολογίσετε το μήκος του ΖΔ και να βρείτε το λόγο $\frac{E_{AB\Gamma}}{E_{Z\Delta E}}$ των εμβαδών των τριγώνων ΑΒΓ και ΖΔΕ. Να χρησιμοποιήσετε τις απαντήσεις των ερωτημάτων (Α) και (Β).

Στα επόμενα τρίγωνα είναι:

$$\hat{A}=\hat{\Delta}\ ,\ \hat{B}=\hat{E}\ ,\ AB=2\ ,\ A\Gamma=3\ ,\ \Delta E=x+1\ \text{ και }\ \Delta Z=x+3$$

4. Δίνονται τα τρίγωνα του επόμενου σχήματος:



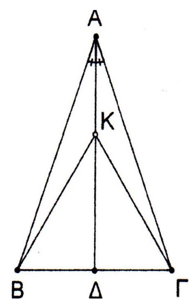
Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια.

Β. Να γράψετε τους ίσους λόγους των πλευρών που προκύπτουν από την ομοιότητα των δύο τριγώνων και να υπολογίσετε το x .

Γ. Να αποδείξετε ότι ο λόγος ομοιότητας λ του τριγώνου ΑΒΓ ως προς το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ίσος με $\frac{1}{2}$.

Δ. Αν $(\text{ΑΒΓ}) = 5\ cm^2$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ .

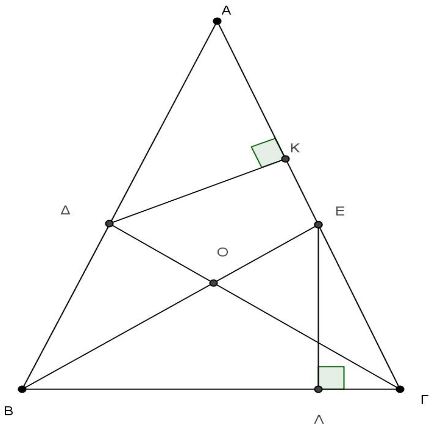
5. Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ=ΑΓ και ΑΔ διχοτόμος της γωνίας Α. Αν Κ τυχαίο σημείο πάνω στην ΑΔ.



Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΚΒ και ΑΚΓ είναι ίσα.

Β. Να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΒΚΓ είναι ισοσκελές.

6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ και διχοτόμους τις ΒΕ και ΓΔ, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.



Φέρνουμε την ΕΛ κάθετη στην ΒΓ και την ΔΚ κάθετη στην ΑΓ. Να αποδείξετε ότι:

Α. Τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΒΔΓ είναι ίσα.

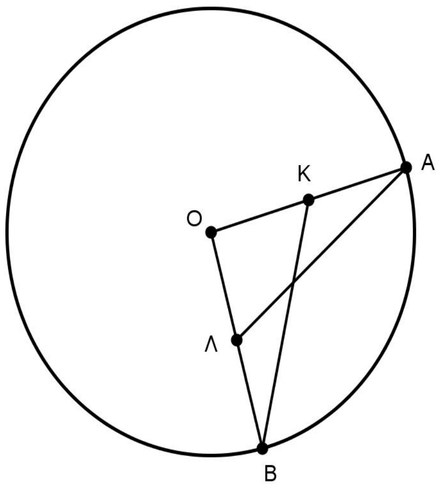
Β. Τα τρίγωνα ΒΕΛ και ΓΔΚ είναι ίσα.

Γ. Τα τρίγωνα ΔΟΒ και ΔΒΓ είναι όμοια.

7. Στο επόμενο σχήμα φαίνεται ένας κύκλος κέντρου Ο και οι ακτίνες του ΟΑ και ΟΒ. Ονομάζουμε Κ το μέσο της ΟΑ και Λ το μέσο της ΟΒ.

Α. Να αποδείξετε ότι ΑΛ = ΒΚ.

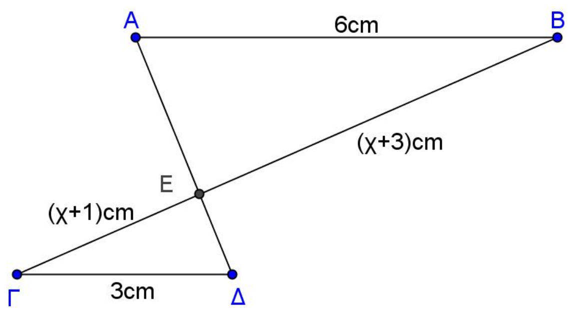
Β. Να αποδείξετε ότι οι γωνίες ΑΚΒ και ΑΛΒ είναι ίσες.



8. Στο διπλανό σχήμα είναι ΑΒ // ΓΔ, ΓΔ = 3cm και ΑΒ = 6cm.

Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΓΔΕ είναι όμοια .

Β. Να γράψετε τους ίσους λόγους των πλευρών και να βρεθεί ο λόγος ομοιότητας των δύο



τριγώνων.

Γ. Να υπολογισθεί το x αν $\Gamma E = (x+1)\ cm$ και

$EB = (x+3)\ cm$

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΘΕΜΑ 1ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Δύο όμοια τρίγωνα είναι πάντα ίσα.

2. Δύο τρίγωνα με δύο πλευρές και μια γωνία ίσες είναι πάντα ίσα.

3. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντα όμοια.

4. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία οξεία γωνία τους ίση, τότε είναι όμοια.

5. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μια προς μία, τότε είναι όμοια.

(Μονάδες 30)

ΘΕΜΑ 2ο

Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ να φέρετε τη διχοτόμο ΑΔ. Να αποδείξετε ότι η ΑΔ είναι:

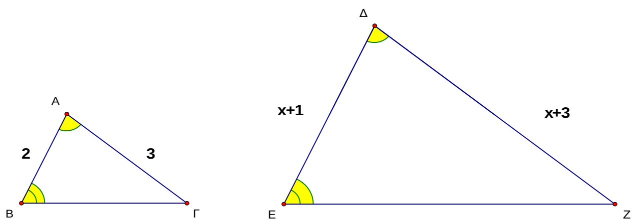
Α. Διάμεσος στη πλευρά ΒΓ.

Β. Ύψος του τριγώνου.

(Μονάδες 40)

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται τα τρίγωνα του επόμενου σχήματος:



Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια.

Β. Να γράψετε τους ίσους λόγους των πλευρών που προκύπτουν από την ομοιότητα των δύο τριγώνων και να υπολογίσετε το x .

Γ. Να αποδείξετε ότι ο λόγος ομοιότητας λ του τριγώνου ΑΒΓ ως προς το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ίσος με $\frac{1}{2}$.

Δ. Αν $(\text{ΑΒΓ}) = 5\ cm^2$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ .

(Μονάδες 30)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αναφέρετε αναλυτικά τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων (να γίνει το αντίστοιχο σχήμα για κάθε κριτήριο).

(Μονάδες 10)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Κάθε ύψος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και διάμεσός του.

2. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία τότε θα έχουν και τις γωνίες τους ίσες μία προς μία.

3. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν ίσες υποτείνουσες και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση, είναι ίσα.

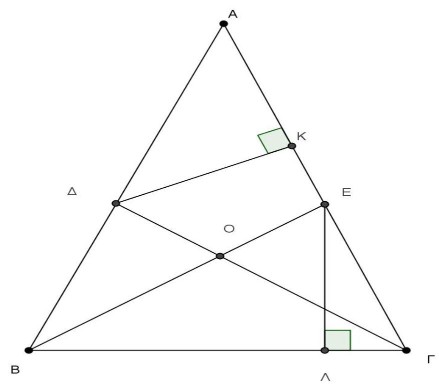
4. Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν δύο γωνίες του ενός είναι ίσες με δύο γωνίες του άλλου μία προς μία και μία πλευρά του ενός ίση με μία πλευρά του άλλου.

5. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες.

(Μονάδες 20)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ και διχοτόμους τις ΒΕ και ΓΔ, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.



Φέρνουμε την ΕΛ κάθετη στην ΒΓ και την ΔΚ κάθετη στην ΑΓ. Να αποδείξετε ότι:

Α. Τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΒΔΓ είναι ίσα.

Β. Τα τρίγωνα ΒΕΛ και ΓΔΚ είναι ίσα.

Γ. Τα τρίγωνα ΔΟΒ και ΔΒΓ είναι όμοια.

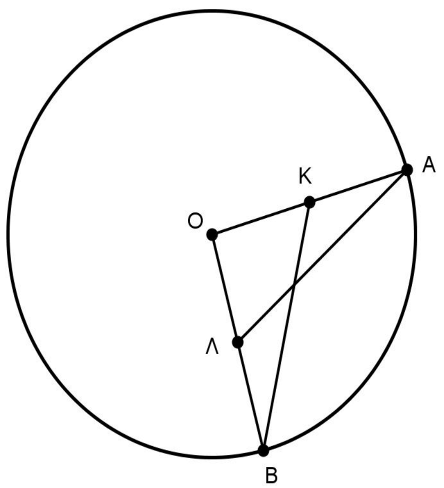
(Μονάδες 30)

ΘΕΜΑ 3^o

Στο επόμενο σχήμα φαίνεται ένας κύκλος κέντρου Ο και οι ακτίνες του ΟΑ και ΟΒ. Ονομάζουμε Κ το μέσο της ΟΑ και Λ το μέσο της ΟΒ.

Α. Να αποδείξετε ότι ΑΛ = ΒΚ.

Β. Να αποδείξετε ότι οι γωνίες ΑΚΒ και ΑΛΒ είναι ίσες.



(Μονάδες 40)