

Μ Α Θ Η Μ Α Τ Ι Κ Α

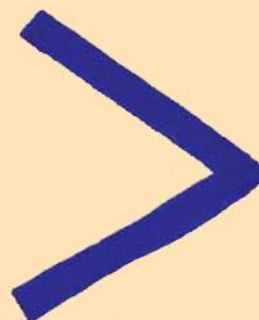
Β' Γ Υ Μ Ν Α Σ Ι Ο Υ

ΜΕΡΟΣ Α'

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο



ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ



ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ



Ερωτήσεις θεωρίας
Ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου
Ασκήσεις
Διαγωνίσματα



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

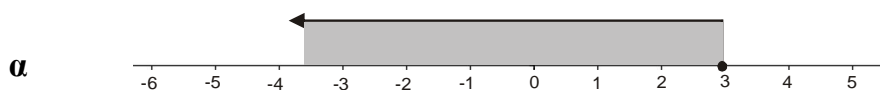
1. Δώστε ένα παράδειγμα σχετικό με την έννοια της μεταβλητής
2. Να αναφέρετε τα βήματα για τη λύση μιας εξίσωσης α' βαθμού
3. Να αναφέρετε τα βήματα για τη λύση μιας ανίσωσης α' βαθμού
4. Πότε μία εξίσωση 1ου βαθμού έχει άπειρες λύσεις και πότε είναι αδύνατη;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ

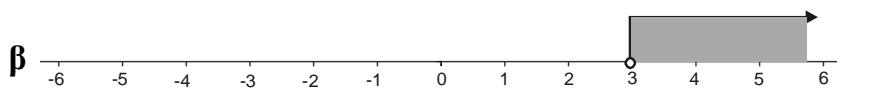
Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η εξίσωση $3x + x = x$ είναι ταυτότητα.
2. Αν μια εξίσωση είναι ταυτότητα, τότε κάθε αριθμός είναι λύση της.
3. Η εξίσωση $0 \cdot x = 0$ είναι αδύνατη .
4. Αν μια εξίσωση δεν είναι αδύνατη, θα είναι ταυτότητα.
5. Η εξίσωση $8 \cdot x = 0$ είναι αδύνατη.
6. Αν $-5\beta > 15$, τότε $\beta > -3$
7. Το γινόμενο δύο αρνητικών αριθμών είναι αρνητικός αριθμός.
8. Η λύση της εξίσωσης $2x = 2 - 2$ είναι $x = 1$.
9. Ισχύει $a(\beta + \gamma) = a\beta + a\gamma$, για όλους τους πραγματικούς αριθμούς a, β, γ
10. Κάθε εξίσωση α' βαθμού έχει τουλάχιστον μία λύση.

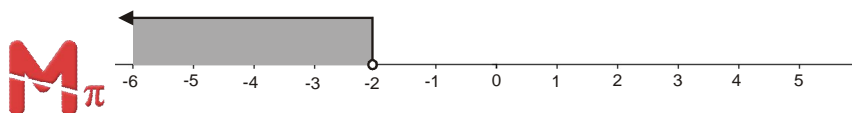
Να αντιστοιχίσετε τον αριθμό σε κάθε μία από τις επόμενες ανισωτικές σχέσεις (1-5) με το αντίστοιχο γράμμα της παράστασής της στον άξονα των πραγματικών αριθμών (α-ε), ώστε να προκύψει αληθής αντιστοιχία.



1. $x > 3$



2. $x \geq -2$



3. $0 \cdot x \geq -2$

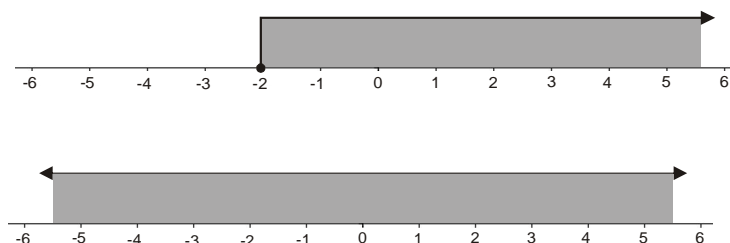
4. $3 \geq x$

5. $x < -2$

γ

δ

ε



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$2(x+3)=13 \text{ και } x - \frac{3(x+1)}{4} = \frac{2x-1}{3}$$

2.

A. α. Να λύσετε την ανίσωση:

$$-2(y-3)+y \geq 3y+1$$

β. Ποιός είναι ο μεγαλύτερος ακέραιος αριθμός y που επαληθεύει την παραπάνω ανίσωση;

B. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3x+1}{5} - \frac{x-2}{3} = \frac{x}{5} + \frac{11}{15}$$

3.

A. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3-x}{5} + \frac{x-2}{2} = \frac{2x-3}{10}$$

B. Να λύσετε την ανίσωση:

$$3(x-1) > x-2$$

και να παραστήσετε τις λύσεις της στην ευθεία των πραγματικών αριθμών

4.

A. Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

$$-2 \cdot (x+1) + 7x - 3 = 3 \cdot (x-2) - 9 \text{ και } \frac{x-1}{2} + \frac{2-3 \cdot x}{6} = -\frac{1}{12}$$

B. Να λύσετε την επόμενη ανίσωση:

$$-3 - 4 \cdot (x-2) - 10 \cdot x > 2 \cdot (1-x) + 7$$

Ποια από τις λύσεις των εξισώσεων του ερωτήματος (A) αποτελεί και λύση της ανίσωσης του ερωτήματος (B); Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

5.

A. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3 \cdot x + 1}{2} - x = \frac{6 \cdot x - 4}{7}$$

B. Να λύσετε την ανίσωση:

$$\frac{4x+2}{5} \geq \frac{5x-4}{3}$$

6. Δίνονται η επόμενη ανίσωση (1) και η εξίσωση (2):

$$x + 2 - 3(x-2) \geq 2 + x \quad (1), \quad \frac{x+2}{3} + \frac{2x+1}{2} = \frac{2x+1}{6} \quad (2)$$

A. Να λύσετε την ανίσωση (1) .

B. Να λύσετε την εξίσωση (2) .

Γ. Να εξετάσετε εάν η λύση της εξίσωσης ανήκει στο σύνολο λύσεων της ανίσωσης.

7.

A. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{2x+1}{5} - x = \frac{4-3x}{2}$$

B. Να εξετάσετε αν η λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι και λύση της ανίσωσης:

$$2(x+1) - 4x > -1.$$

8.

A. Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις (1) και (2):

$$3(x+1) + 6x = 2(2x+3) + 12 \quad (1) \text{ και } 6 - (2x+1) = 5 - 2x \quad (2)$$

B. Να εξετάσετε αν οι εξισώσεις (1) και (2) έχουν κοινή λύση .

9.

A. Να λύσετε τις επόμενες ανισώσεις:

$$-5(4-3x)-x < -3(-1-x)+13x-5 \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{-3+5x}{6}-1 \leq -\frac{1-2x}{4}+\frac{x}{8} \quad (2)$$

B. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2)

10.

A. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισοτήτων:

$$3(x+1)+2x > 10+(5-x) \quad \text{και} \quad \frac{x+8}{3}-x > 0$$

B. Να κάνετε και παράσταση της λύσης στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

11.

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$2(x-3)-4(x-2) > 8(x-1) \quad \text{και} \quad \frac{2x}{3} - \frac{2x-3}{4} > \frac{5}{12}$$

12.

A. Να λύσετε την ανίσωση $8 \cdot 2 \cdot (3x-1) > 4 \cdot (x-5)$

B. Να λύσετε την ανίσωση $x - \frac{3 \cdot (x+1)}{4} \leq \frac{2x-1}{3}$

Γ. Ποιοι από τους αριθμούς $-2, -1, 2, 3$, είναι κοινή λύση των παραπάνω ανισώσεων. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΘΕΜΑ 1^ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η εξίσωση $5x - x = x$ είναι ταυτότητα.
2. Η εξίσωση $0 \cdot x = 2$ είναι αδύνατη .
3. Η εξίσωση $8 \cdot x = 0$ είναι αδύνατη.
4. Αν $-3\beta > 12$, τότε $\beta < -4$
5. Η λύση της εξίσωσης $2x = 2 - 2$ είναι $x = 1$.

ΘΕΜΑ 2^ο

Να λύσετε την ανίσωση:

$$\frac{3x}{4} - \frac{2x-5}{3} \leq x - \frac{1}{6}$$

και να παραστήσετε τις λύσεις της στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Να λύσετε τις επόμενες ανισώσεις:

$$4(3x-1) - (5-2x) \geq -2 \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{3(x+2)}{5} - x \geq -\frac{2x+9}{10} + \frac{x}{2} \quad (2)$$

B. Να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις των παραπάνω ανισώσεων (1) και (2).

Γ. Αν α, β, γ με $\alpha < \beta < \gamma$ είναι οι τρεις ακέραιες λύσεις, να υπολογίσετε την τιμή της παρακάτω παράστασης:

$$A = 2(\alpha - \beta) - 3(\gamma - \alpha) - (-\beta - 8\gamma)$$

αφού πρώτα την απλοποιήσετε.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΘΕΜΑ 1^ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η εξίσωση $5x - x = 4x$ είναι αδύνατη.
2. Η εξίσωση $0 \cdot x = 0$ είναι αόριστη .
3. Η εξίσωση $8 \cdot x = 8$ είναι λύση τον αριθμό 1.
4. Αν $3\beta > -12$, τότε $\beta < -4$
5. Η λύση της εξίσωσης $2x=0$ είναι 0.

ΘΕΜΑ 2^ο

Να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων

$$x - (4 - 3x) + 2 - (x - 1) \leq 2(x + 1) \quad \text{και} \quad \frac{2x - 4}{6} - \frac{3x - 1}{3} \geq -\frac{4x - 1}{3}$$

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Δίνεται η παράσταση:

$$K = 3 \cdot (2x) - 2(x + 3) + 1$$

- α. Να αποδείξετε ότι $K = 4x - 5$
- β. Να βρείτε την τιμή της K για $x = 1$

B. α. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x - 10}{2} - \frac{x}{3} = 0$$

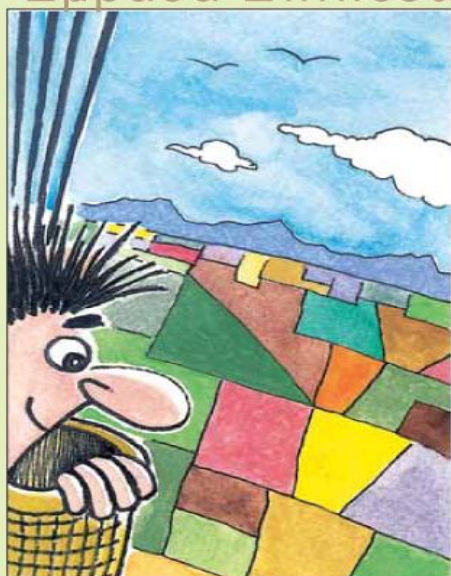
- β. Να επαληθεύσετε τη λύση της εξίσωσης που βρήκατε στο ερώτημα (Bα).

ΜΕΡΟΣ Β'

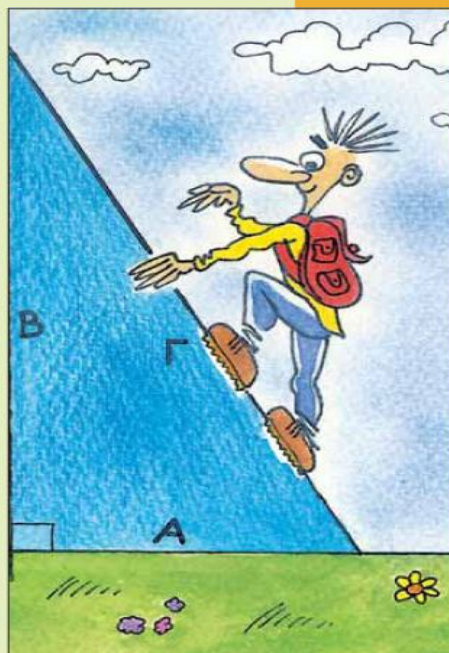
ΚΕΦΑΛΑΙΟ

1ο

Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων



Πυθαγόρειο
Θεώρημα



Ερωτήσεις θεωρίας
Ερωτήσεις αντικειμενικού τύπου
Ασκήσεις
Διαγωνίσματα



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

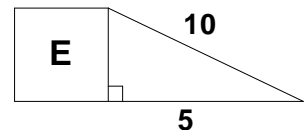
1. Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα και να σχεδιάσετε ένα σχετικό σχήμα γράφοντας την αντίστοιχη σχέση.
2. Ποιόν τύπο για το εμβαδό τριγώνου γνωρίζετε; Να σχεδιάσετε ένα σχετικό σχήμα και να γράψετε την αντίστοιχη σχέση.
3. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ με $a=8$, $b=13$, $\gamma=9$ είναι ορθογώνιο.
4. Να γράψετε τους τύπους που δίνουν τα εμβαδά του τριγώνου, τετραγώνου, ορθογωνίου παραλληλογράμμου και τραπεζίου.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ

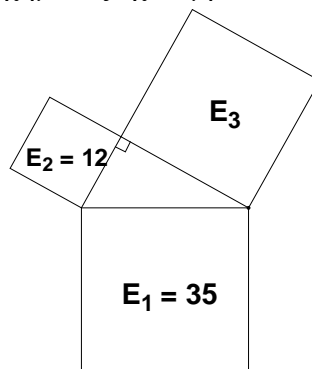
Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το πυθαγόρειο θεώρημα εφαρμόζεται μόνο στα ορθογώνια τρίγωνα.
2. Το τρίγωνο ΗΘΜ με πλευρές $H\Theta=\sqrt{5}$, $HM=\sqrt{8}$ και $\Theta M=\sqrt{3}$ είναι ορθογώνιο.
3. Το ορθογώνιο τρίγωνο ΔΕΖ με κάθετες πλευρές $\Delta E=8$ και $\Delta Z=15$ έχει υποτείνουσα $EZ=17$.

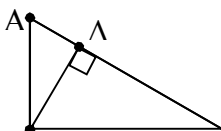
4. Το τετράγωνο του διπλανού σχήματος έχει εμβαδόν $E=50$



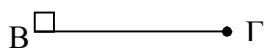
5. Στο διπλανό σχήμα, το εμβαδόν $E_3 = 23$



6. Στο παρακάτω τρίγωνο να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.



- α. $(AB)^2 = (AG)^2 + (BG)^2$
- β. $(AB)^2 = (AG)^2 - (AD)^2$
- γ. $(AB)^2 = (AD)^2 + (BD)^2$

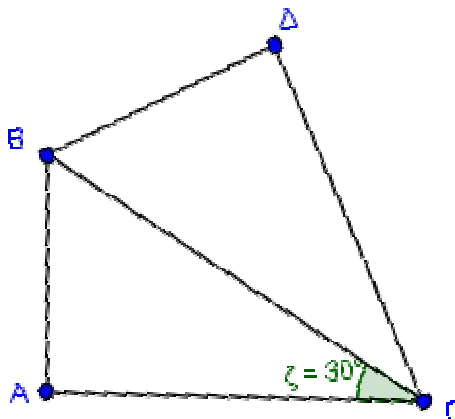


$$\delta. (B\Delta)^2 = (B\Gamma)^2 - (\Gamma\Delta)^2$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Στο επόμενο σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{A}\hat{\Gamma}B = 30^\circ$ και $A\Gamma = 2\sqrt{3}$. Στο τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι $B\Delta = \sqrt{5}$ και $\Delta\Gamma = 11$ (όλα με μονάδα μέτρησης cm)



A. Να αποδείξετε ότι $AB = 2$ και $B\Gamma = 4$

B. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

Ποιά είναι η ορθή γωνία του; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

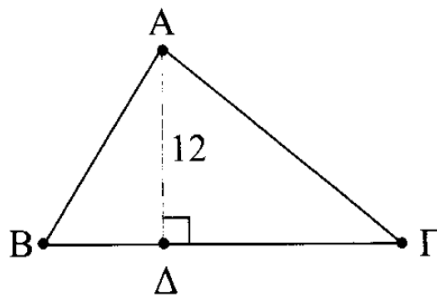
Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ καθώς και το ύψος AE του τριγώνου $AB\Gamma$.

2.

Στο επόμενο τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $AB=10cm$, $A\Gamma=17cm$ και $\Delta\Gamma=15cm$. Να υπολογίσετε

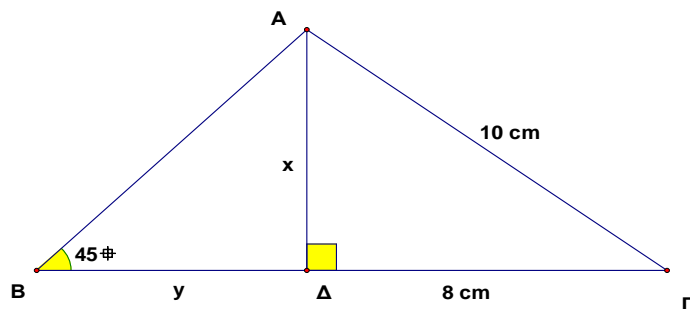
A. Το ύψος $A\Delta$ και την πλευρά $B\Delta$.

B. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



3.

Στο επόμενο τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται $ΑΓ = 10\text{cm}$, $ΔΓ = 8\text{cm}$ και $Β = 45^\circ$.



A. Να υπολογίσετε το ύψος $ΑΔ = x$ του τριγώνου.

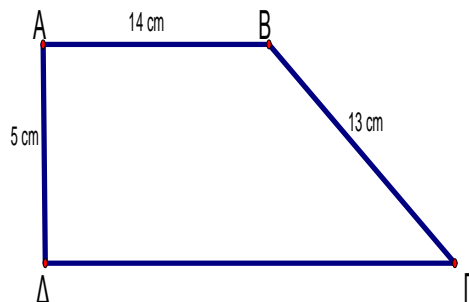
B. Να υπολογίσετε το μήκος $ΒΔ = y$ στο τρίγωνο.

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

4.

Στο τραπέζιο που δίνεται στο επόμενο σχήμα οι γωνίες \hat{A} , $\hat{\Delta}$ είναι ορθές και επίσης $ΑΒ=14$, $ΒΓ=13$, $ΑΔ=5$.

Να υπολογίσετε:



A. Το μήκος της $ΔΓ$

B. Το εμβαδό του τραπέζιου

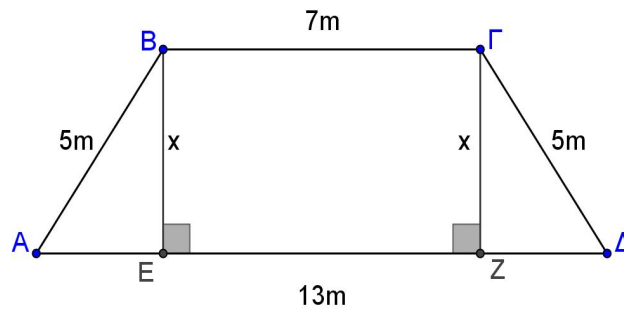
Γ. Η πλευρά ενός τετραγώνου που έχει ίδιο εμβαδό με το τραπέζιο.

5.

Δίνεται το παρακάτω ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με πλευρές: $ΓΔ=ΑΒ=5\text{m}$, $ΒΓ=7\text{m}$ και $ΑΔ=13\text{m}$.

A. Να υπολογίσετε το ύψος x του τραπεζίου.

B. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

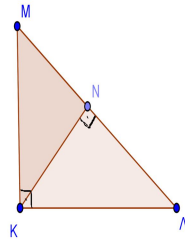


ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΘΕΜΑ 1^ο

Β. Το διπλανό τρίγωνο ΚΛΜ είναι ορθογώνιο με γωνία $K=90^0$ και ΚΝ το ύψος του.



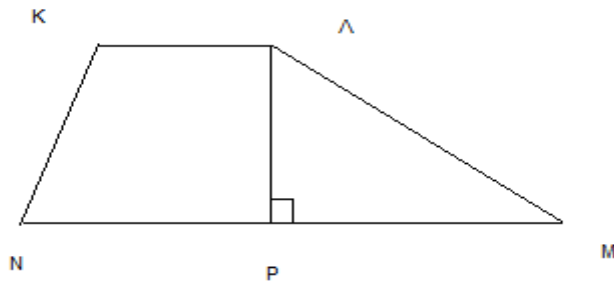
Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες, ώστε να είναι αληθείς:

α. $ΜΛ^2 = \dots + \dots$ β. $ΜΚ^2 = \dots - \dots$ γ. $ΝΛ^2 = \dots - \dots$

ΘΕΜΑ 2^ο

Α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $ΑΒ=x+2$, $ΒΓ=3x-2$ και $ΑΓ=2x$ είναι ορθογώνιο, αφού αντικαταστήσετε το x με $x=4$.

Β. Στο επόμενο τραπέζιο ΚΛΜΝ(ΚΛ//ΝΜ) ,



να βρείτε το ύψος ΛΡ όπου $ΚΛ=6$, $ΝΜ=10$ και το εμβαδόν του ισούται με το διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ του προηγούμενου ερωτήματος.

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται το παρακάτω ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με πλευρές: $ΓΔ=ΑΒ=5m$, $ΒΓ=7m$ και $ΑΔ=13m$.

Α. Να υπολογίσετε το ύψος x του τραpezίου.

Β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραpezίου ΑΒΓΔ.

