ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΗΜΑΘΙΑΣ

9^{ος} Ημαθιώτικος Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά

«Η ΥΠΑΤΙΑ»

Σάββατο 12 Νοεμβρίου 2016

<u>Α΄ Γυμνασίου</u>

<u>ΘΕΜΑ 1ο</u>

Δίνονται οι παραστάσεις $A=\dfrac{\left(\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{3}\right):\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)}{6\dfrac{2}{3}}$ και $B=\dfrac{\left(1^{2016}+2^2\right)^2-4^2}{3^2}+\dfrac{1}{10}-\dfrac{2}{5}$

α. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων **i)** A **(2μ)** και **ii)** B **(2μ)**

β. Αν $A=\dfrac{9}{20}$ και $B=\dfrac{7}{10}$ να συγκρίνετε τους αριθμούς $\dfrac{B}{A}$ και $2\cdot B$. **(1μ)**

<u>Απάντηση</u>

α.

i) $$A=\frac{\left(\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{3}\right):\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)}{6\dfrac{2}{3}}=\frac{\left(\dfrac{1}{6}+\dfrac{2}{6}\right):\left(\dfrac{3}{6}-\dfrac{2}{6}\right)}{\dfrac{20}{3}}=\frac{\dfrac{3}{6}:\dfrac{1}{6}}{\dfrac{20}{3}}=\frac{\dfrac{3}{6}\cdot\dfrac{6}{1}}{\dfrac{20}{3}}=\frac{3}{\dfrac{20}{3}}=\frac{9}{20}$$

ii) $$B=\frac{(1^{2016}+2^2)^2-4^2}{3^2}+\frac{1}{10}-\frac{2}{5}=\frac{(1+4)^2-4^2}{3^2}+\frac{1}{10}-\frac{2}{5}=\frac{5^2-4^2}{3^2}+\frac{1}{10}-\frac{2}{5}=\frac{25-16}{9}+\frac{1}{10}-\frac{2}{5}=1+\frac{1}{10}-\frac{2}{5}$$

$$=\frac{10}{10}+\frac{1}{10}-\frac{4}{10}=\frac{7}{10}$$

β. $\dfrac{B}{A}=\dfrac{\dfrac{7}{10}}{\dfrac{9}{20}}=\dfrac{140}{90}=\dfrac{14}{9}$ **και** $2\cdot B=2\cdot\dfrac{7}{10}=\dfrac{14}{10}$ **. Άρα** $\dfrac{B}{A}>2\cdot B$

<u>ΘΕΜΑ 2ο</u>

Η Λυδία έχει μία εργασία στην Άλγεβρα από όπου έχει λύσει τα $\dfrac{4}{9}$ των ασκήσεων και της μένουν 20 άλυτες ασκήσεις. Ο συμμαθητής της ο Αριστοτέλης έχει μία εργασία με 30 ασκήσεις στη Γεωμετρία.

α. Πόσες είναι οι ασκήσεις της Λυδίας; **(3μ)**

β. Τι μέρος των ασκήσεών του πρέπει να λύσει ο Αριστοτέλης ώστε να έχει τον ίδιο αριθμό λυμένων ασκήσεων με την Λυδία; **(2μ)**

Απαντήσεις

α. Τα $\frac{5}{9}$ των ασκήσεων είναι 20

Τα $\frac{1}{9}$ των ασκήσεων είναι 20:5=4

Τα $\frac{9}{9}$ των ασκήσεων είναι $4\cdot 9=36$

Η Λυδία έχει 36 ασκήσεις στην Άλγεβρα

β. Επειδή της έμειναν άλυτες 20 ασκήσεις η Λυδία έλυσε 36-20 = 16 ασκήσεις.

Ο Αριστοτέλης πρέπει να λύσει και αυτός 16 ασκήσεις δηλαδή τα $\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$ των ασκήσεων του.

ΘΕΜΑ 3^o

Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ στο παρακάτω σχήμα είναι ορθογώνιο με περίμετρο Π=32 m, ΑΒ=x m και ΒΓ=6 m.

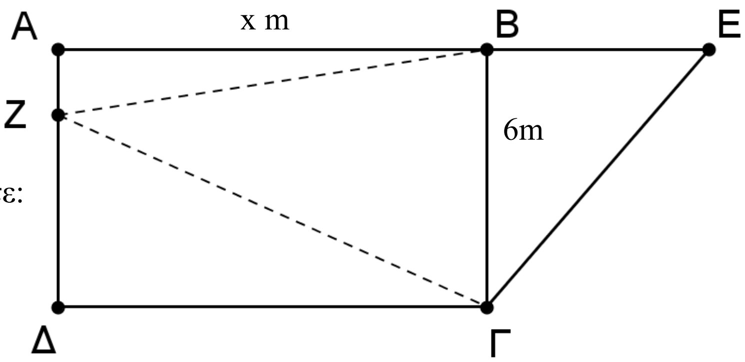
α. Να αποδείξετε ότι x=10 m. **(1μ)**

β. Να βρείτε το εμβαδό του ΒΖΓ **(1μ)**

γ. Αν το ΒΕ είναι στην προέκταση του ΑΒ και ίσο με το μισό του ΑΒ και ΑΖ= $\frac{1}{5}$ ΒΕ τότε:

$γ_1$) Να βρείτε το εμβαδό του ΑΕΓΔ **(2μ)**

$γ_2$) Να βρείτε το εμβαδό του ΔΖΓ **(1μ)**



Να μεταφέρετε το σχήμα στο φύλλο απαντήσεων.

Απαντήσεις

α. **x+6+x+6=32**

2x+12=32

2x=20

x=10 m

β. (ΒΖΓ)= $\frac{6\cdot 10}{2}=30m^2$

γ. ΒΕ=5m

ΑΖ= $\frac{1}{5}$ **ΒΕ=1m**

ΔΖ=6-1=5m

γ1) (ΑΕΓΔ)=(ΑΒΓΔ)+(ΒΕΓ)

$=10\cdot 6+\frac{5\cdot 6}{2}$

= 60 +15

= 75 m^2

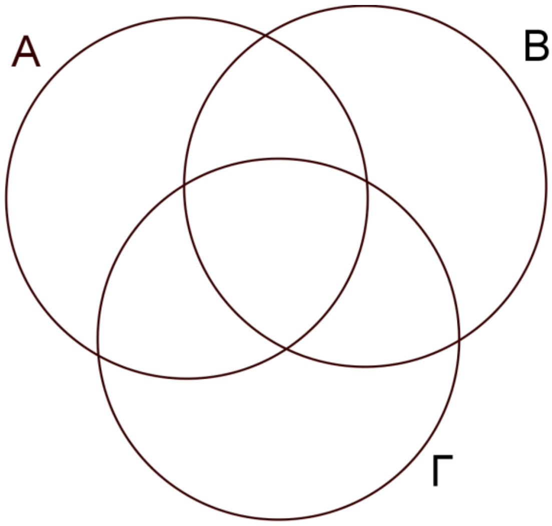
γ2) (ΔΖΓ)= $\frac{5\cdot 10}{2}=25m^2$

<u>ΘΕΜΑ 4ο</u>

Δίνονται οι αριθμοί

130 , 162 , 200 , 351 , 360 , 445 , 513 , 735 , 842 , 999

α. Να τοποθετήσετε τους παραπάνω αριθμούς στους κύκλους **Α , Β , Γ** που σας δίνονται στο σχήμα που ακολουθεί, έτσι ώστε οι αριθμοί στον κύκλο **Α** να διαιρούνται με το **2**, οι αριθμοί στον κύκλο **Β** να διαιρούνται με το **3** και οι αριθμοί στον κύκλο **Γ** να διαιρούνται με το **5.**



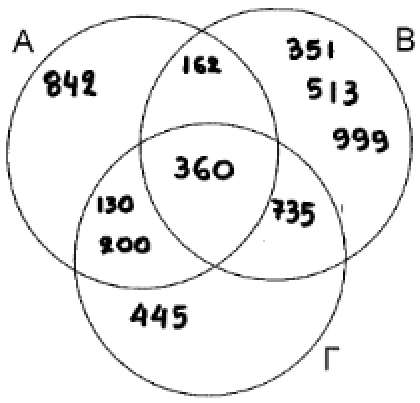
Να μεταφέρετε το σχήμα στο φύλλο απαντήσεων. **(2μ)**

β. Αν **α** είναι ένας από τους παραπάνω αριθμούς που διαιρείται συγχρόνως και με το **2** και με το **3** και με το **5**, να τον αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. **(1μ)**

γ. Να βρείτε τον μικρότερο φυσικό αριθμό **β** ώστε αν πολλαπλασιαστεί με τον **α** να προκύψει ο κύβος ενός φυσικού αριθμού **γ** , δηλαδή $\gamma^3 = \alpha \cdot \beta$. **(2μ)**

<u>**Απαντήσεις**</u>

α.



β. Ο αριθμός α που διαιρείται συγχρόνως και με το 2 και με το 3 και με το 5 είναι ο 360.

Άρα $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

γ. Επειδή $\gamma^3 = \alpha \cdot \beta = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ **πρέπει** $\beta = 3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$

ώστε $\gamma^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \cdot 30 \cdot 30 = 30^3$