



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

7^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο 12 Νοεμβρίου 2016

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω παραστάσεων Κ και Λ

$$Κ = 2^2 \cdot (2^2 + 2^2) \cdot (2^3 + 1^2) \cdot (2^2 + 2^1 + 1)$$

$$Λ = (1^{2016} + 2^1) \cdot (2^2 + 2^3) - 2^5 + 2 \cdot (2^3 - 2^2)$$

β) Να απλοποιήσετε μέχρι να γίνει ανάγωγο το κλάσμα $\frac{Κ}{Λ + 51}$, όπου Κ και Λ οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο

Ένα σχολείο έχει συνολικά 357 μαθητές και τα $\frac{4}{7}$ από αυτούς είναι κορίτσια.

Τα $\frac{5}{9}$ των αγοριών και το $\frac{1}{6}$ των κοριτσιών παίζουν βόλεϊ.

α) Πόσα είναι τα κορίτσια και πόσα τα αγόρια του σχολείου αυτού;

β) Πόσα παιδιά του σχολείου παίζουν βόλεϊ συνολικά;

γ) Στο σχολείο αυτό ήρθαν με μετεγγραφή δύο κορίτσια και τρία αγόρια ακόμη. Ποιο κλάσμα του συνόλου των μαθητών του σχολείου αποτελούν τώρα όλα τα κορίτσια και ποιο κλάσμα όλα τα αγόρια;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Αν γράψουμε στη σειρά τους αριθμούς 2000, 2001, 2002, 2003, ..., 2016, 2017 προκύπτει ο αριθμός $A = 2000200120022003\dots20162017$.

- α) Πόσα ψηφία έχει ο αριθμός A;
- β) Πόσες φορές εμφανίζεται κάθε ψηφίο στον αριθμό A;
- γ) Να εξετάσετε αν ο αριθμός A είναι πρώτος ή σύνθετος.

Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε ημιευθεία Ax με αρχή το σημείο A, τοποθετούμε κατάλληλα διαδοχικά σημεία B, Γ, Δ, Ε, ... κτλ και δημιουργούνται διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα με μήκη $AB = 4$, $BΓ = 6$, $ΓΔ = 8$, $ΔΕ = 10$, ...κτλ ώστε κάθε επόμενο ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος κατά δύο μονάδες μήκους μεγαλύτερο από το προηγούμενο ευθύγραμμο τμήμα.

- α) Αν το πρώτο σημείο είναι το A, ποια είναι η απόσταση του έβδομου κατά σειρά σημείου από το A;
- β) Πόσα το πολύ σημεία μπορούν να τοποθετηθούν στη σειρά ώστε το τελευταίο να απέχει από το A απόσταση μικρότερη από 110 μονάδες μήκους;
- γ) Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός σημείων που πρέπει να τοποθετήσουμε στην ημιευθεία αυτή ώστε ένα από αυτά να είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος με άκρα το A και το τελευταίο σημείο και ποιο κατά σειρά σημείο είναι αυτό το μέσο;

Μονάδες 5

Σας ευχόμαστε επιτυχία

- ❖ Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα
- ❖ Ελάχιστος χρόνος παραμονής 1 ώρα
- ❖ Σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι
- ❖ Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας

Ενδεικτικές απαντήσεις για «7^ο Εύδημο – 2016»

ΘΕΜΑ 1^ο

α) $K = 4 \cdot (4+4) \cdot (8+1) \cdot (4+2+1) = 4 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 7 = 2016$

$$\Lambda = (1+2) \cdot (4+8) - 32 + 2 \cdot (8 - 4) = 3 \cdot 12 - 32 + 2 \cdot 4 = 36 - 32 + 8 = 4 + 8 = 12$$

β) $\frac{2016}{12+51} = \frac{2016}{63} = \frac{2016:9}{63:9} = \frac{224}{7} = 32$

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Τα κορίτσια είναι $\frac{4}{7} \cdot 357 = 204$, οπότε τα αγόρια είναι $357 - 204 = 153$.

β) Βόλεϊ παίζουν $\frac{5}{9} \cdot 153 = 85$ αγόρια και $\frac{1}{6} \cdot 204 = 34$ κορίτσια, οπότε συνολικά $85 + 34 = 119$ παιδιά.

γ) Τα κορίτσια είναι τα $\frac{204+2}{357+2+3} = \frac{206}{362} = \frac{103}{181}$ και τα αγόρια τα $\frac{153+3}{357+2+3} = \frac{156}{362} = \frac{78}{181}$ επί του συνόλου του σχολείου.

ΘΕΜΑ 3^ο

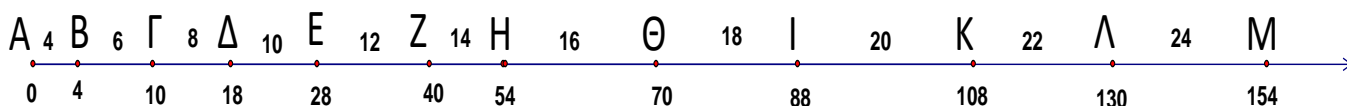
$$A = 2000200120022003 \dots 20162017$$

α) Ο αριθμός A έχει $4 \cdot 18 = 72$ ψηφία

β) Το 0 εμφανίζεται 30 φορές, το 1 εμφανίζεται 10 φορές, το 2 εμφανίζεται 20 φορές, τα 3, 4, 5, 6, 7 από 2 φορές και τα 8 και 9 από 1 φορά.

γ) Το άθροισμα των ψηφίων του είναι 117 που είναι πολλαπλάσιο και του 3 και του 9, αφού $1 + 1 + 7 = 9$, οπότε ο αριθμός A είναι σύνθετος γιατί διαιρείται με το 3 και το 9 εκτός από το 1 και τον εαυτό του.

ΘΕΜΑ 4^ο



Με βάση το παραπάνω σχήμα έχουμε:

α) $AH = 54$ μονάδες μήκους

β) Έως το Κ τοποθετήσαμε 10 σημεία (το Λ απέχει 130 μονάδες από το Α)

γ) Το Η είναι το μέσο του ΑΚ, οπότε μέχρι το Κ υπάρχουν 10 σημεία.

$$(AH = 54 \text{ και } AK = 108, \text{ οπότε } HK = 54)$$