

ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2015-2016

ΤΑΞΗ: Β' ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A.

α. Σωστό.

β. Σωστό

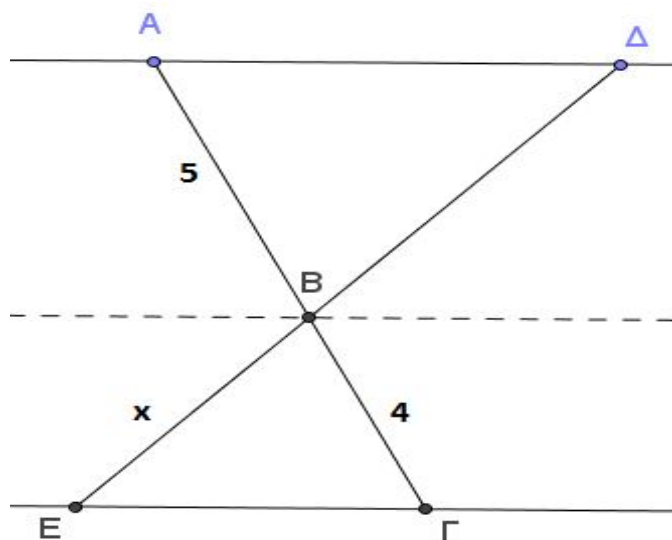
γ. Λάθος.

δ. Σωστό

ε. Λάθος.

B.

ΘΕΜΑ 2^ο



A. Είναι $\frac{AB}{BG} = \frac{5}{4}$. Από το Θεώρημα του Θαλή έχουμε $\frac{AB}{BG} = \frac{\Delta B}{BE} = \frac{5}{4}$

B. Αφού $\Delta B = 6$ και $BE = x$ θα έχουμε:

$$\frac{\Delta B}{BE} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \frac{6}{x} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow 5x = 24 \Leftrightarrow x = \frac{24}{5}$$

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Έχουμε:

$$\alpha^2 = 64$$

$$\beta^2 = 112$$

$$\gamma^2 = 16$$

Είναι $\beta^2 > \alpha^2 + \gamma^2$ και άρα $\hat{B} > 90^\circ$. Επομένως, το τρίγωνο ABΓ με μήκη πλευρών $\alpha = 8$, $\beta = 4\sqrt{7}$ και $\gamma = 4$ είναι αμβλυγώνιο με αμβλεία τη γωνία \hat{B} .

B. Από το Νόμο των συνημιτόνων στο τρίγωνο ABΓ για τη γωνία \hat{B} έχουμε διαδοχικά:

$$\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - 2\alpha\gamma\cos\hat{B} \Leftrightarrow \cos\hat{B} = \frac{\alpha^2 + \gamma^2 - \beta^2}{2\alpha\gamma} \Leftrightarrow$$

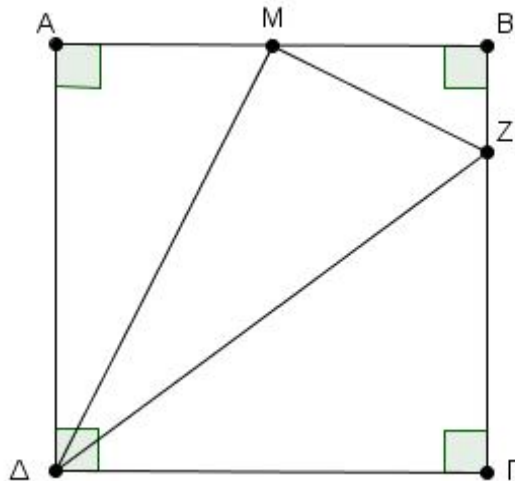
$$\Leftrightarrow \cos\hat{B} = \frac{64 + 16 - 112}{2 \cdot 8 \cdot 4} \Leftrightarrow \cos\hat{B} = -\frac{1}{2}$$

Επομένως $\hat{B} = 120^\circ$.

Γ. Εφαρμόζουμε το θεώρημα της οξείας γωνίας για την $\hat{A} < 90^\circ$ (αφού το τρίγωνο ABΓ έχει μόνο μία αμβλεία γωνία τη \hat{B}):

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta \cdot \Lambda\Delta \Leftrightarrow \Lambda\Delta = \frac{\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2}{2\beta} \Leftrightarrow \Lambda\Delta = \frac{112 + 16 - 64}{8\sqrt{7}} \Leftrightarrow \Lambda\Delta = \frac{8\sqrt{7}}{7}$$

ΘΕΜΑ 4^ο



A. Στο ορθογώνιο τρίγωνο AMΔ είναι $\Lambda\Delta = 12$ και $AM = \frac{AB}{2} = 6$. Από το Πυθαγόρειο

Θεώρημα στο AMΔ έχουμε:

$$M\Delta^2 = \Lambda\Delta^2 + AM^2 \Leftrightarrow M\Delta^2 = 12^2 + 6^2 \Leftrightarrow M\Delta^2 = 144 + 36 \Leftrightarrow M\Delta^2 = 180$$

Β. Στο ορθογώνιο τρίγωνο MBZ είναι $BZ = 3$ και $MB = \frac{AB}{2} = 6$. Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο MBZ έχουμε:

$$MZ^2 = MB^2 + BZ^2 \Leftrightarrow MZ^2 = 6^2 + 3^2 \Leftrightarrow MZ^2 = 45$$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΖΓ είναι $\Delta\Gamma = 12$ και $Z\Gamma = B\Gamma - BZ \Leftrightarrow Z\Gamma = 12 - 3 \Leftrightarrow Z\Gamma = 9$.

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο ΔΖΓ έχουμε:

$$\Delta Z^2 = \Delta\Gamma^2 + Z\Gamma^2 \Leftrightarrow \Delta Z^2 = 12^2 + 9^2 \Leftrightarrow \Delta Z^2 = 144 + 81 \Leftrightarrow \Delta Z^2 = 225$$

Γ. Στο τρίγωνο ΜΔΖ έχουμε: $\Delta Z^2 = 225$, $MZ^2 = 45$, $M\Delta^2 = 180$ οπότε είναι:

$$\Delta Z^2 = M\Delta^2 + MZ^2$$

Επομένως το τρίγωνο ΜΔΖ είναι ορθογώνιο, σύμφωνα με το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Επιμέλεια λύσεων: Καραγιάννης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών