ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2015-2016

ΤΑΞΗ: Α΄ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1$^{\text{ο}}$

Α.

α. Σωστό.

β. Λάθος.

γ. Λάθος.

δ. Σωστό.

ε. Σωστό.

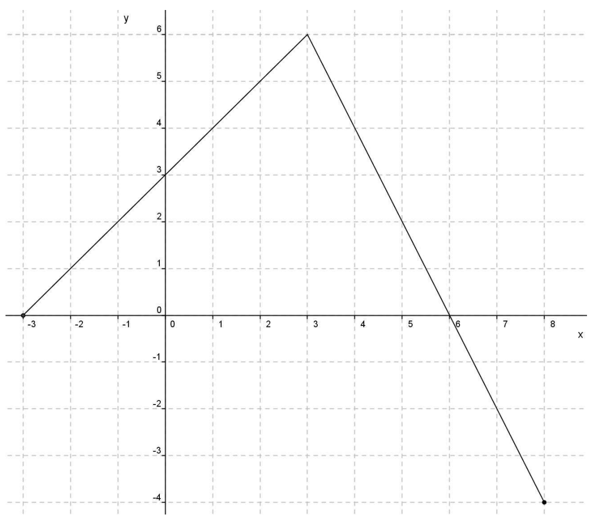
Β.

Απόδειξη

Επειδή και τα δύο μέλη της ισότητας $|\alpha\cdot\beta|=|\alpha|\cdot|\beta|$ είναι μη αρνητικοί αριθμοί, έχουμε διαδοχικά :

$$|\alpha\cdot\beta|=|\alpha|\cdot|\beta| \Leftrightarrow |\alpha\cdot\beta|^2=\left(|\alpha|\cdot|\beta|\right)^2 \Leftrightarrow |\alpha\cdot\beta|^2=|\alpha|^2\cdot|\beta|^2 \Leftrightarrow (\alpha\cdot\beta)^2=\alpha^2\cdot\beta^2,$$ που ισχύει.

ΘΕΜΑ 2$^{\text{ο}}$



Α. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f, όπως προκύπτει από το παραπάνω σχήμα, είναι το διάστημα $\Delta = [-3,\ 8]$.

Β. Ο επόμενος πίνακας είναι συμπληρωμένος[1], σύμφωνα με το παραπάνω σχήμα:

x	**-3**	**-1**	**0**	**3**	**7**	**8**
y	**0**	**2**	**3**	**6**	**-2**	**-4**

Γ.

- Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$ είναι $A(-3,\ 0)$ και $B(6,\ 0)$.
- Το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα άξονα $y'y$ είναι $\Gamma(0,\ 3)$.

Δ. Το διάστημα του πεδίου ορισμού στο οποίο η συνάρτηση f παίρνει θετικές τιμές είναι το $(-3,\ 6)$.

ΘΕΜΑ 3^{o}

Από τα δεδομένα έχουμε:

$$P(A) = 0{,}5\ ,\ \ P(B) = 0{,}4 \text{ και } P(A \cap B) = 0{,}15 .$$

Α. Έχουμε:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ P(A \cup B) &= 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}15 \\ P(A \cup B) &= 0{,}75 \end{aligned}$$

Β. Έχουμε:

$$\begin{aligned} P(A') &= 1 - P(A) \\ P(A') &= 1 - 0{,}5 \\ P(A') &= 0{,}5 \end{aligned}$$

Γ. Η πιθανότητα του ενδεχομένου να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα ενδεχόμενα A και B είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου $A' \cap B' = (A \cup B)'$. Επομένως:

$$P\left((A \cup B)'\right) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$$

[1] Συμπληρώθηκαν τα έγχρωμα στοιχεία.

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Έχουμε $x+y=10 \Leftrightarrow y=10-x$, όπου $y>0 \Leftrightarrow 10-x>0 \Leftrightarrow x<10$.

Άρα είναι:

$$E(x)=\frac{1}{2}x\cdot y=\frac{1}{2}x(10-x)=\frac{1}{2}\left(-x^2+10x\right), x\in(0,\ 10).$$

Β. Έχουμε διαδοχικά και ισοδύναμα:

$$E(x)\le\frac{25}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left(-x^2+10x\right)\le\frac{25}{2}\Leftrightarrow -x^2+10x-25\le 0\Leftrightarrow -(x-5)^2\le 0$$

, η οποία είναι προφανώς αληθής για κάθε $x\in(0,\ 10)$.

Γ. Έχουμε:

$$E(x)=\frac{25}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left(-x^2+10x\right)=\frac{25}{2}\Leftrightarrow -x^2+10x-25=0\Leftrightarrow x^2-10x+25=0$$
$$\Leftrightarrow (x-5)^2=0\Leftrightarrow x=5$$

Άρα το εμβαδόν $E(x)$ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ γίνεται μέγιστο όταν $x=5$ και $y=5$, οπότε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

Επιμέλεια: Καραγιάννης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών