

ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ  
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2014-2015

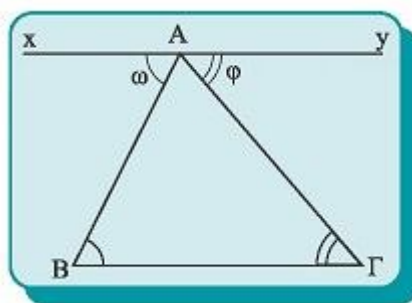
ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A.

- α. Σωστό.
- β. Σωστό.
- γ. Σωστό.
- δ. Λάθος.
- ε. Σωστό.

B. Απόδειξη:



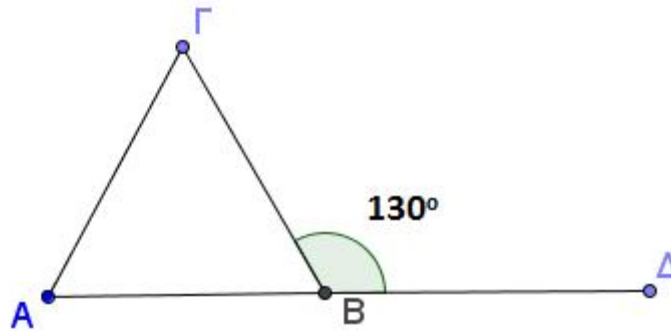
Από μια κορυφή, π.χ. την A, φέρουμε ευθεία  $xy \parallel B\Gamma$ . Τότε  $\omega = B$  (1) και  $\varphi = \Gamma$  (2), ως εντός και εναλλάξ των παραλλήλων  $xy$  και  $B\Gamma$  με τέμνουσες  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα.

Αλλά: 
$$\omega + A + \varphi = 2L \quad (3).$$

Από τις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$$

**ΘΕΜΑ 2°**



**A.** Η γωνία  $\hat{B} = \hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$  και η γωνία  $\hat{B}_{εξ}$  είναι παραπληρωματικές και άρα:

$$\hat{B} + \hat{B}_{εξ} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = 180^\circ - \hat{B}_{εξ} \Leftrightarrow \hat{B} = 180^\circ - 130^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = 50^\circ$$

**B.** Αφού  $\hat{B} = 50^\circ$  και  $\hat{A} = 50^\circ$  (από την υπόθεση) θα έχουμε  $\hat{A} = \hat{B}$ , οπότε οι προσκείμενες στην πλευρά AB γωνίες είναι ίσες και επομένως το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με  $B\hat{\Gamma} = A\hat{\Gamma}$ .

**ΘΕΜΑ 3°**

**A.** Τα τρίγωνα AKΛ και BKΛ έχουν:

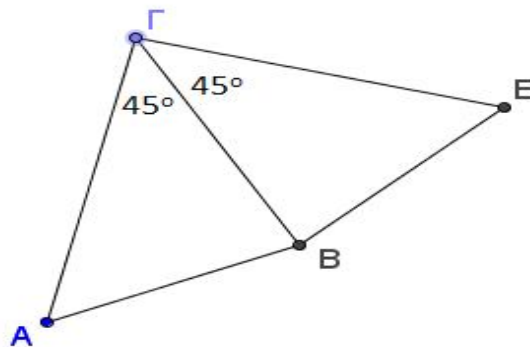
$$\left. \begin{array}{l} \{ A\hat{L} = B\hat{L} \text{ (ακτίνες ίδιου κύκλου)} \\ \{ A\hat{K} = B\hat{K} \text{ (ακτίνες ίδιου κύκλου)} \\ \{ K\hat{L} = K\hat{L} \text{ (κοινή πλευρά)} \end{array} \right\}$$

Επομένως τα τρίγωνα AKΛ και BKΛ έχουν τρεις αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία (Π-Π) και άρα είναι ίσα.

**B.** Το τρίγωνο AKB είναι ισοσκελές αφού  $A\hat{K} = B\hat{K}$ , ως ακτίνες του ίδιου κύκλου.

Το τρίγωνο ABL είναι ισοσκελές αφού  $B\hat{L} = A\hat{L}$ , ως ακτίνες του ίδιου κύκλου.

**ΘΕΜΑ 4°**



**A.** Τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $EB\Gamma$  έχουν:

$$\left. \begin{array}{l} A\Gamma = \Gamma E \text{ (υπόθεση)} \\ B\Gamma = B\Gamma \text{ (κοινή πλευρά)} \\ \hat{A}\hat{\Gamma}B = \hat{B}\hat{\Gamma}E \end{array} \right\}$$

, δηλαδή έχουν δύο πλευρές ίσες και την περιεχόμενη σε αυτές γωνία ίση. Επομένως, σύμφωνα με το κριτήριο Π-Γ-Π τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $EB\Gamma$  είναι ίσα.

**B. i)** Αφού τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $EB\Gamma$  είναι ίσα θα είναι ίσα και τα αντίστοιχα στοιχεία τους δηλαδή  $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = \hat{B}\hat{E}\hat{\Gamma} = 55^\circ$ .

$$\text{Επίσης } \hat{E}\hat{B}\hat{\Gamma} = 180^\circ - (\hat{\Gamma}\hat{E}B + \hat{B}\hat{\Gamma}E) \Leftrightarrow \hat{E}\hat{B}\hat{\Gamma} = 180^\circ - (55^\circ + 45^\circ) \Leftrightarrow \hat{E}\hat{B}\hat{\Gamma} = 80^\circ.$$

**ii)** Αφού τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $EB\Gamma$  είναι ίσα θα είναι ίσα και τα αντίστοιχα στοιχεία τους δηλαδή  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{E}\hat{B}\hat{\Gamma} = 80^\circ$ .

**Επιμέλεια λύσεων: Καραγιάννης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών**