ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2014-2015

ΤΑΞΗ: Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^{o}

Α.

α. Σωστό .

β. Λάθος .

γ. Σωστό .

δ. Λάθος .

ε. Σωστό.

Β. Απόδειξη:

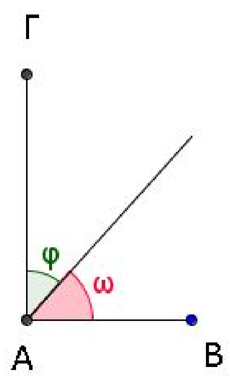
Έστω ότι το x - ρ είναι παράγοντας του P(x). Τότε:

$$P(x) = (x - \rho)\pi(x)$$

Από την ισότητα αυτή για x = ρ παίρνουμε:

$$P(\rho) = (\rho - \rho)\pi(\rho) = 0$$

ΘΕΜΑ 2^{o}



Α. Έχουμε διαδοχικά:

$$\eta\mu^2\omega+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1 \Leftrightarrow \eta\mu^2\omega=1-\sigma\upsilon\nu^2\omega \Leftrightarrow \eta\mu^2\omega=1-\left(\frac{2}{3}\right)^2 \Leftrightarrow \eta\mu^2\omega=1-\frac{4}{9}$$

$$\Leftrightarrow \eta\mu^2\omega=\frac{5}{9} \Leftrightarrow \left(\eta\mu\omega=\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ ή } \eta\mu\omega=-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$$

Όμως επειδή η γωνία $\hat{\omega}$ είναι οξεία θα είναι δεκτή η τιμή $\eta\mu\omega=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Β. Οι γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{\varphi}$ είναι συμπληρωματικές (έχουν άθροισμα 90^0) θα έχουμε:

$$\eta\mu\varphi=\sigma\upsilon\nu\omega=\frac{2}{3}$$

$$\sigma\upsilon\nu\varphi=\eta\mu\omega=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Αφού το πολυώνυμο $P(x)=(\alpha^2-1)x^4+(\alpha+1)x^3+x^2+(4\beta-1)x+6,\ \alpha,\ \beta\in\mathbb{R}$ είναι 3ου βαθμού έχουμε:

$$\alpha^2-1=0 \Leftrightarrow \alpha=1 \text{ ή } \alpha=-1 \text{ και } \alpha+1\neq 0 \Leftrightarrow \alpha\neq -1$$

Επομένως $\alpha=1$.

Ακόμα, επειδή το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) με το x – 1 είναι -4, έχουμε:

$$P(1)=-4 \Leftrightarrow (\alpha^2-1)+(\alpha+1)+1+(4\beta-1)+6=-4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha^2+\alpha+4\beta+6=-4 \Leftrightarrow \alpha^2+\alpha+4\beta+10=0$$

Για $\alpha=1$ έχουμε:

$$2+4\beta+10=0 \Leftrightarrow 4\beta=-12 \Leftrightarrow \beta=-3$$

Β. Για $\alpha=1$ και $\beta=-3$ το πολυώνυμο γίνεται $P(x)=2x^3+x^2-13x+6$ και η προς λύση Εξίσωση είναι:

$$2x^3+x^2-13x+6=0$$

Επειδή $P(2)=0$, το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-2$ και η διάρεση του $P(x)$ με το $x-2$ (ας πούμε με βάση το σχήμα Horner) δίνει:

$$P(x)=(x-2)(2x^2+5x-3)$$

Άρα:

$$P(x)=0 \Leftrightarrow (x-2)\left(2x^2+5x-3\right)=0 \Leftrightarrow \left(x-2=0 \text{ ή } 2x^2+5x-3=0\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x=2 \text{ ή } x=-3 \text{ ή } x=\frac{1}{2}\right)$$

ΘΕΜΑ 4^{o}

Α. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)=\log x$ είναι το διάστημα $\Delta=(0,\ +\infty)$.

Β. Η παράσταση $\log 4a$ έχει νόημα για κάθε $a>0$

Η παράσταση $\log(a+6)$ έχει νόημα για κάθε $a+6>0 \Leftrightarrow a>-6$

Γ. Για $a>0$ έχουμε διαδοχικά και ισοδύναμα:

$$f(a)>f(a+6) \Leftrightarrow \log 4a>\log(a+6) \Leftrightarrow 4a>a+6 \Leftrightarrow 3a>6 \Leftrightarrow a>2$$

, αφού η συνάρηση $f(x)=\log x$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\Delta=(0,\ +\infty)$

Επομένως η ανισότητα $f(a)>f(a+6)$ ισχύει για κάθε $a>2$.

Επιμέλεια λύσεων: Καραγιάννης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών