# ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
# ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑ.Λ.
## ΣΤΑ
## «ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι»
## ΠΕΜΤΗ, 21 ΜΑΪΟΥ 2015

---

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Εύρος R των τιμών μια ποσοτικής μεταβλητής ονομάζεται η διαφορά της ελάχιστης από τη μέγιστη παρατήρηση, δηλαδή:

R=Μεγαλύτερη παρατήρηση-Μικρότερη παρατήρηση

**Α2.**

**α.** Σωστό.

**β.** Σωστό.

**γ.** Λάθος.

**δ.** Σωστό.

**ε.** Σωστό.

**Α3.**

**α)** $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

**β)** $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

**γ)** $\int_{a}^{\beta} e^x dx = e^{\beta} - e^{a}$

**δ)** $(\ln x)' = \frac{1}{x},\ x > 0$

**ε)** $\int_{a}^{\beta} 1 dx = \beta - \alpha$

## ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = \begin{cases} 3a - 2x, & x < 3 \\ 2\beta - 4, & x = 3 \\ \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}, & x > 3 \end{cases}$$

**Β1.** Έχουμε:

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} (3a - 2x) = 3a - 6$$

**Β2.** Έχουμε:

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x\to 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = \lim_{x\to 3^+}(x+3) = 6$$

**Β3.** Για να είναι η συνάρτηση $f$ συνεχής στο $x_0 = 3$ πρέπει:

$$\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^+} f(x) = f(3) \Leftrightarrow (3a-6=6 \ \kappa\alpha\iota \ 2\beta-4=6) \Leftrightarrow (\alpha=4 \ \kappa\alpha\iota \ \beta=5)$$

**Β4.** Για τη συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 12-2x, & x<3 \\ 6, & x=3 \\ x+3, & x>3 \end{cases}$ έχουμε:

$$f(0)=12,\ f(1)=12-2=10,\ f(3)=6,\ f(4)=4+3=7,\ f(5)=5+3=8$$

Το πλήθος των τιμών αυτών είναι 5 (περιττός αριθμός) . Η διάμεσος τους δ θα βρεθεί αφού πρώτα καταταχθούν κατά αύξουσα σειρά και θα είναι η μεσαία παρατήρηση:

Άρα : 6, 7, 8, 10, 12 με δ=8.

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Έχουμε:

$$a = \int_0^1 (2x+4)dx = \left[x^2\right]_0^1 + [4x]_0^1 = 1-0+4(1-0) = 5$$

**Γ2.**

| Ημέρες απουσίας | Κέντρο κλάσης $\kappa_i$ | Συχνότητα $\nu_i$ | Σχετική συχνότητα $f_i\%$ | Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\%$ | $\kappa_i \cdot \nu_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **[0, 2)** | 1 | **15** | **30** | **30** | **15** |
| **[2, 4)** | 3 | 10 | **20** | **50** | **30** |
| **[4, 6)** | 5 | 12 | **24** | **74** | **60** |
| **[6, 8)** | 7 | 8 | **16** | **90** | **56** |
| **[8,10)** | 9 | **5** | **10** | **100** | **45** |
| **ΣΥΝΟΛΑ** | | **ν=50** | **100** | | **206** |

**Γ3.** Έχουμε:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} \kappa_i \nu_i}{\nu} = \frac{206}{50} \cong 41 \text{ ημέρες}$$

**Γ4.** Το ποσοστό των μαθητών που απουσίασαν τουλάχιστον 6 ημέρες είναι το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων των δύο τελευταίων κλάσεων, άρα 16%+10%=26%.

**Γ5**. Η διάμεσος δ=4 , αφού το 50% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες του 4 και τοάλλο 50% των παρατηρήσεων μικρότερων του 4.

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Έχουμε:

$$P(x) = E(x) - K(x) = 250x - \left(10x^2 - 50x + 500\right) = -10x^2 + 300x - 500, 0 \le x \le 20$$

**Δ2.** Είναι:

$$P\left(10\right) = -10 \cdot 10^2 + 300 \cdot 10 - 500 = -1000 + 3000 - 500 = 1500 \text{ ευρώ.}$$

**Δ3.** Η συνάρτηση $P(x)$ είναι παραγωγίσιμη (ως πολυωνυμική) για κάθε $0 \le x \le 20$. Είναι:

$$P\,'(x) = -20x + 300,\ \ 0 \le x \le 20$$

**Δ4.** Έχουμε:

$$P\,'(x) = 0 \Leftrightarrow -20x + 300 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{300}{20} \Leftrightarrow x = 15$$

$P\,'(x) > 0 \Leftrightarrow -20x + 300 > 0 \Leftrightarrow x < \dfrac{300}{20} \Leftrightarrow x < 15$, επομένως η συνάρτηση $P(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0,15]$ ενώ

$P\,'(x) < 0 \Leftrightarrow -20x + 300 < 0 \Leftrightarrow x > \dfrac{300}{20} \Leftrightarrow x > 15$, επομένως η συνάρτηση $P(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[15, 20]$.

Η $P(x)$ έχει μέγιστο στο $x_0 = 15$.

Άρα πρέπει να πουληθούν 15 τόνοι χάλυβα , ώστε το κέρδος της μονάδας παραγωγής να γίνει μέγιστο.

**Δ5.** Είναι:

$$P\left(15\right) = -10 \cdot 15^2 + 300 \cdot 15 - 500 = -2250 + 4500 - 500 = 1750 \text{ ευρώ}$$