

ΓΕΝΙΚΑ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ
ΣΕ ΟΛΗ ΤΗΝ ΔΙΔΑΚΤΕΑ ΥΛΗ
ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1^ο Γενικό Επαναληπτικό Διαγώνισμα

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν A και B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , τότε η σχέση $A \subseteq B$ σημαίνει στην κοινή γλώσσα: «Η πραγματοποίηση του A συνεπάγεται την πραγματοποίηση του B ».

Μονάδες 2

β) Για όλους τους αριθμούς $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$(\alpha > \beta \text{ και } \gamma > \delta) \Rightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \delta$$

Μονάδες 2

γ) Η ανίσωση $|\alpha| \cdot x > \beta, \alpha \neq 0$ έχει λύσεις όλα τα x , με $x > \frac{\beta}{|\alpha|}$.

Μονάδες 2

δ) Αν οι αριθμοί $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \dots$ είναι όροι γεωμετρικής προόδου, τότε και οι αριθμοί $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_6, \dots$ είναι επίσης όροι γεωμετρικής προόδου.

Μονάδες 2

ε) Το συμμετρικό του σημείου $A(\alpha, \beta)$ ως προς τον άξονα $y'y$ είναι το σημείο $\Gamma(-\alpha, -\beta)$.

Μονάδες 2

A2. Έστω το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma, a \neq 0$ και $\Delta = \beta^2 - 4a\gamma$. Αν $\Delta = 0$, να αποδείξετε ότι:

$$ax^2 + \beta x + \gamma = a \left(x + \frac{\beta}{2a} \right)^2$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το τριώνυμο $2x^2 - 3x + 1$.

α) Να βρείτε τις ρίζες του.

Μονάδες 10

Γενικά επαναληπτικά διαγωνίσματα Άλγεβρας Α' Λυκείου

β) Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$ για τις οποίες $2x^2 - 3x + 1 < 0$.

Μονάδες 5

γ) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί $\frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\frac{1}{\sqrt{2}}$ είναι λύσεις της ανίσωσης:

$$2x^2 - 3x + 1 < 0$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Ο n -οστός όρος μίας ακολουθίας (a_n) είναι $a_n = 3n + 2$.

α) Να βρείτε τον επόμενο όρο a_{n+1} .

Μονάδες 7

β) Να αποδείξετε ότι η ακολουθία (a_n) , $n \in \mathbb{N}$ είναι αριθμητική πρόοδος,

Μονάδες 6

γ) Να βρείτε το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της,

Μονάδες 6

δ) Να βρείτε την τάξη του όρου της που είναι ίσος με 62.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Ένα κλειστό στάδιο έχει 25 σειρές καθισμάτων. Στην πρώτη σειρά έχει 12 καθίσματα και καθεμιά από τις επόμενες σειρές έχει δυο καθίσματα παραπάνω από την προηγούμενη.

α) Να βρείτε πόσα καθίσματα έχει η μεσαία και πόσα η τελευταία σειρά.

Μονάδες 10

β) Να υπολογίσετε την χωρητικότητα του σταδίου.

Μονάδες 5

γ) Οι μαθητές ενός Λυκείου προκειμένου να παρακολουθήσουν μια εκδήλωση, κατέλαβαν όλα τα καθίσματα από την 7η μέχρι και την 14η σειρά. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών του Λυκείου.

Μονάδες 10

2^ο Γενικό Επαναληπτικό Διαγώνισμα

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε $\alpha, \beta > 0$, ισχύει $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$.

Μονάδες 2

β) Αν ο n είναι άρτιος φυσικός αριθμός, τότε η εξίσωση $x^n = a^n$ έχει δύο λύσεις, τις $x_1 = a$ και $x_2 = -a$.

Μονάδες 2

γ) Ένα κεριό καίγεται με σταθερό ρυθμό. Στο τέλος της 1^{ης} ώρας είχε ύψος 36 cm, στο τέλος της 2^{ης} ώρας είχε ύψος 33cm, στο τέλος της 3^{ης} ώρας είχε ύψος 30 cm κ.ο.κ.. Οι τιμές του ύψους του κεριού στο τέλος κάθε ώρας αποτελούν αριθμητική πρόοδο με διαφορά $\omega = 3$.

Μονάδες 2

δ) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ είναι το διάστημα $\Delta = (2, \infty)$.

Μονάδες 2

ε) Η παραβολή $y = 2x^2 - 5x + 2$ δεν έχει κοινά σημεία με τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 2

A2. Έστω Ω ένας δειγματικός χώρος, με απλά ενδεχόμενα ισοπίθανα. Αν τα A και B είναι δύο ενδεχόμενα του Ω , να αποδείξετε ότι:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Το 70% των κατοίκων μιας πόλης έχει αυτοκίνητο, το 40% έχει μηχανάκι και το 20% έχει και αυτοκίνητο και μηχανάκι. Επιλέγουμε τυχαία έναν κάτοικο αυτής της πόλης. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο κάτοικος να έχει αυτοκίνητο

M: ο κάτοικος να έχει μηχανάκι.

Γενικά επαναληπτικά διαγωνίσματα Άλγεβρας Α΄ Λυκείου

α) Να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

- i) $A \cup M$ ii) $M - A$ iii) M'

Μονάδες 9

β) Να βρείτε την πιθανότητα ο κάτοικος που επιλέχθηκε :

i) Να μην έχει μηχανάκι.

Μονάδες 7

ii) Να μην έχει ούτε μηχανάκι ούτε αυτοκίνητο.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

α) Να βρείτε με ποια οριζόντια και ποια κατακόρυφη μετατόπιση η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 3x^2$ θα συμπίσει με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$.

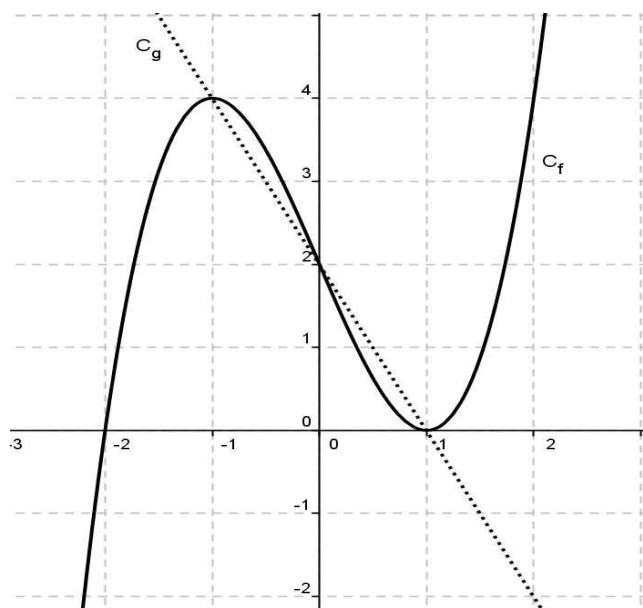
Μονάδες 13

β) Να κάνετε τι ίδιο και για η συνάρτηση $\varphi(x) = 3x^2 - 7x + 4$, θεωρώντας την $h(x) = 3x^2$.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Δ

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και της συνάρτησης $g(x) = -2x + 2$.



Γενικά επαναληπτικά διαγωνίσματα Άλγεβρας Α΄ Λυκείου

Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε:

α) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) = -2x + 2$.

Μονάδες 6

β) Τις τιμές $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$

Μονάδες 6

γ) Τις τιμές του x , για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της g .

Μονάδες 6

δ) Τις τιμές του x , για τις οποίες η παράσταση $A = \sqrt{f(x) + 2x - 2}$ έχει νόημα πραγματικού αριθμού.

Μονάδες 7

3^ο Γενικό Επαναληπτικό Διαγώνισμα

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν (α, β, γ) γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 4$ εφάπτεται του άξονα $x'x$ στο σημείο $A(2, 0)$.

Μονάδες 2

β) Οι ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις $y = -3x + 1$ και $y = -3x - \frac{1}{3}$ αντιστοίχως είναι παράλληλες

Μονάδες 2

Στις παρακάτω προτάσεις ($\gamma, \delta, \varepsilon$) η σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση είναι **μόνο μία**. Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση της κάθε ερώτησης.

γ) Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma < 0$, τότε:

A. $\alpha\gamma > \beta\gamma$ **B.** $\alpha + \gamma > \beta + \gamma$ **Γ.** $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$ **Δ.** Τίποτα από τα προηγούμενα

Μονάδες 2

δ) Η εξίσωση $(x-1)(x+2) = 0$ είναι ισοδύναμη με την εξίσωση:

A. $x^2 + x - 2 = 0$ **B.** $x^2 - x + 2 = 0$ **Γ.** $x^2 - x - 2 = 0$ **Δ.** $x^2 + x + 2 = 0$

Μονάδες 2

ε) Αν A και B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $B \subseteq A$, τότε:

A. $P(A) = P(B)$ **B.** $P(A) \geq P(B)$ **Γ.** $P(B) \geq P(A)$ **Δ.** Τίποτα από τα προηγούμενα

Μονάδες 2

A2. . Να αποδείξετε ότι ο n -στός όρος μιας αριθμητικής προόδου (α_n) , $n \in \mathbb{N}$, με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι:

$$\alpha_n = \alpha_1 + (n-1)\omega$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση g , με $g(x) = \frac{2x^2 - 4x + \mu}{x+1}$, $\mu \in \mathbb{R}$.

Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης g διέρχεται από το σημείο $A(1, -4)$:

α) να δείξετε ότι $\mu = -6$,

Μονάδες 9

β) να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης,

Μονάδες 9

γ) για $\mu = -6$ να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι αριθμοί:

$$\kappa = P(A) + \frac{1}{2}, \lambda = P(B) + \frac{1}{2} \text{ και } \mu = P(A \cup B) - \frac{1}{2}$$

με:

$$\kappa^2 + \lambda^2 - \mu = [P(A)]^2 + [P(B)]^2 + \frac{14}{13} \quad (1)$$

και:

$$\left| \kappa + \lambda - \frac{3}{4} \right| = \frac{1}{3} \quad (2),$$

όπου $P(A)$ και $P(B)$ οι πιθανότητες δύο ενδεχομένων A και B , αντίστοιχα, ενός δειγματικού χώρου Ω .

Να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

i) $A \cap B$

Μονάδες 15

ii) $A' \cap B'$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Ένα μυρμήγκι περπατάει πάνω σε ένα ευθύγραμμο κλαδί μήκους 1 m, με τον ακόλουθο τρόπο: Ξεκινάει από το ένα άκρο του κλαδιού και το 1ο λεπτό προχωράει 1 cm, το 2ο λεπτό προχωράει 3 cm και, γενικά, κάθε λεπτό διανύει απόσταση κατά 2 cm μεγαλύτερη από αυτήν που διήνυσε το προηγούμενο λεπτό.

Γενικά επαναληπτικά διαγωνίσματα Άλγεβρας Α΄ Λυκείου

α) Να δείξετε ότι οι αποστάσεις που διανύει το μυρμήγκι κάθε λεπτό της κίνησής του, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να βρείτε τον n -οστό όρο a_n αυτής της προόδου.

Μονάδες 5

β) Να βρείτε τη συνολική απόσταση που κάλυψε το μυρμήγκι τα πρώτα 5 λεπτά της κίνησής του.

Μονάδες 4

γ) Να βρείτε σε πόσα λεπτά το μυρμήγκι θα φτάσει στο άλλο άκρο του κλαδιού.

Μονάδες 4

δ) Υποθέτουμε τώρα ότι, την ίδια στιγμή που το μυρμήγκι ξεκινάει την πορεία του, από το άλλο άκρο του κλαδιού μία αράχνη ξεκινάει και αυτή προς την αντίθετη κατεύθυνση και με τον ακόλουθο τρόπο: Το 1ο λεπτό προχωράει 1 cm, το 2ο λεπτό προχωράει 2 cm, το 3ο λεπτό προχωράει 4 cm και, γενικά, κάθε λεπτό διανύει απόσταση διπλάσια από αυτήν που διήνυσε το προηγούμενο λεπτό.

i) Να δείξετε ότι οι αποστάσεις που διανύει η αράχνη κάθε λεπτό της κίνησής της, είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου και να βρείτε τον n -οστό όρο β_n αυτής της προόδου.

Μονάδες 7

ii) Να βρείτε σε πόσα λεπτά το μυρμήγκι και η αράχνη θα βρεθούν αντιμέτωπα σε απόσταση 1 cm.

Μονάδες 5

4^ο Γενικό Επαναληπτικό Διαγώνισμα

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν (α,β,γ) γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2$, με $a \neq 0$, είναι μία καμπύλη που λέγεται παραβολή με κορυφή την αρχή των αξόνων και άξονα συμμετρίας τον y .

Μονάδες 2

β) Οι αριθμοί $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, -\frac{3}{8}$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου με λόγο $\lambda = -\frac{1}{2}$.

Μονάδες 2

γ) Για κάθε $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ ισχύει η ισοδυναμία $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma > \beta + \gamma$.

Μονάδες 2

Στις παρακάτω ερωτήσεις (δ και ε) να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β, ώστε να προκύπτουν ισότητες και ισοδύναμες ή αληθείς σχέσεις ή προτάσεις. Στη στήλη Β υπάρχει ένα επιπλέον στοιχείο.

Τα Α και Β είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω .

δ)

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $P(A')$	α. $P(B) - P(A \cap B)$
2. $P(B - A)$	β. 0
3. $P(\Omega)$	γ. $1 - P(A)$
	δ. 1

Μονάδες 2

ε) Το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$ γράφεται:

ΣΤΗΛΗ Α (Αν...)	ΣΤΗΛΗ Β (τότε...)
1. $\Delta < 0$	α. $ax^2 + \beta x + \gamma = \alpha \left(x + \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2$
2. $\Delta > 0$	β. $ax^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x_1 - x)(x_2 - x)$
3. $\Delta = 0$	γ. $ax^2 + \beta x + \gamma = \alpha \left[\left(x + \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2 + \frac{ \Delta }{4\alpha^2} \right]$
	δ. $ax^2 + \beta x + \gamma = (\alpha x + \gamma)^2$

Μονάδες 2

Γενικά επαναληπτικά διαγωνίσματα Άλγεβρας Α΄ Λυκείου

A2. Έστω δύο ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις $y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $y = \alpha_2 x + \beta_2$ αντιστοίχως και ω_1 και ω_2 οι γωνίες που σχηματίζουν αυτές με τον άξονα $x'x$ γωνίες αντιστοίχως. Να αποδείξετε ότι αν $\alpha_1 \neq \alpha_2$, τότε οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_n) με διαφορά ω .

α) Να δείξετε ότι $\frac{\alpha_{15} - \alpha_9}{\alpha_{10} - \alpha_7} = 2$

Μονάδες 13

β) Αν $\alpha_{15} - \alpha_9 = 18$, να βρείτε τη διαφορά ω της προόδου.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - |k-1|x + k^2 = 0$, $k \in \mathbb{R}$ (1)

α) Για ποιες τιμές του k η εξίσωση έχει διπλή ρίζα ;

Μονάδες 6

β) Αν $|k-1| = 2$, να λύσετε την εξίσωση (1).

Μονάδες 5

γ) Αν $-1 < k < \frac{1}{3}$, να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο άνισες ρίζες .

Μονάδες 6

δ) Για $-1 < k < \frac{1}{3}$, να κατασκευάσετε την εξίσωση που έχει ως ρίζες τις ρίζες της εξίσωσης (1) αυξημένες κατά 3 .

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Μια μικρή μεταλλική σφαίρα εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος. Το ύψος y (σε m) στο οποίο θα βρεθεί η σφαίρα τη χρονική στιγμή t (σε sec) μετά την εκτόξευση, δίνεται από τη σχέση $y = 60t - 5t^2$

α) Μετά από πόσο χρόνο η σφαίρα θα επανέλθει στο έδαφος;

Μονάδες 8

β) Ποιες χρονικές στιγμές η σφαίρα θα βρεθεί στο ύψος $y = 175$ m;

Γενικά επαναληπτικά διαγωνίσματα Άλγεβρας Α΄ Λυκείου

Μονάδες 8

γ) Να βρεθεί το χρονικό διάστημα στη διάρκεια του οποίου η σφαίρα βρίσκεται σε ύψος μεγαλύτερο από 100 m.

Μονάδες 9

Από τα Βιβλία :Τεύχος Α΄ και τεύχος Β΄ :

«Άλγεβρα Α΄ Λυκείου», Εκδόσεις Σαββάλας του Καραγιάννη Ιωάννη.

Επιμέλεια: Καραγιάννης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών