

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2014-2015

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΟΥ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑΤΑ (4)

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$ τότε $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{\beta}$.

β. Το διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$ είναι παράλληλο στην ευθεία:

$$\varepsilon : Ax + By + \Gamma = 0, A \neq 0 \text{ ή } B \neq 0$$

γ. Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ δίνεται πάντα από τον τύπο:

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \cdot \det \begin{pmatrix} \vec{B\Gamma} & \vec{\Gamma A} \end{pmatrix}$$

δ. Σε κάθε έλλειψη με εστιακή απόσταση 2γ και μήκος μεγάλου άξονα 2α ισχύει ότι:

$$\beta^2 = \gamma^2 - \alpha^2.$$

ε. Κάθε ευθεία του επιπέδου που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ έχει εξίσωση της μορφής:

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0), \lambda \in \mathbb{R}$$

(Μονάδες 5x2=10)

B. Αν $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ με συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 , να αποδείξετε ότι:

$$\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται τα σημεία $A(\kappa, \kappa + 1)$, $B(1, \kappa)$, $\Gamma(0, \kappa + 2)$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

A. Να βρείτε τις τιμές του κ , ώστε τα σημεία A, B, Γ να ορίζουν τρίγωνο.

(Μονάδες 8)

B. Για $\kappa = 1$, να υπολογίσετε:

α. Το μήκος της διαμέσου AM του τριγώνου $AB\Gamma$

(Μονάδες 9)

β. Τη τιμή της παράστασης $\overline{AB} \cdot (2\overline{B\Gamma} - \overline{GA})$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : (k+2)x - 3y - 24k = 0$ και $\varepsilon_2 : 4x - 3y + 2 = 0$, $k \in \mathbb{R}$

A. Να βρείτε το k , ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ να είναι παράλληλες.

(Μονάδες 5)

B. Για $k = 2$

α. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας δ , η οποία είναι κάθετη στην ευθεία ε_2 στο σημείο της $A(1, 2)$ και στη συνέχεια να βρείτε το σημείο τομής B της ευθείας δ με την ευθεία ε_1 .

(Μονάδες 10)

β. Να βρείτε την απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

(Μονάδες 5)

γ. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου C ο οποίος εφάπτεται στις ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ στα σημεία B, A αντίστοιχα.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η υπερβολή $C_1 : 16x^2 - 9y^2 = 144$ και η γραμμή $C_2 : x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$

A. Να βρείτε τις εστίες και τις ασύμπτωτες της υπερβολής C_1 .

(Μονάδες 6)

B. Να αποδείξετε ότι η γραμμή C_2 είναι κύκλος του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

(Μονάδες 6)

Γ. Να εξετάσετε τη σχετική θέση του κύκλου C_2 και της ασύμπτωτης της υπερβολής που σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 6)

Δ. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου που διέρχονται από την αρχή των αξόνων.

(Μονάδες 7)

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ

1. Να απαντήσετε στην κόλλα σας σε όλα τα θέματα.
2. Στα σχήματα που θα χρειαστούν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και μολύβι.
3. Διαθέσιμος χρόνος εξέτασης δύο (2) ώρες.
4. Χρόνος δυνατής αποχώρησης 30΄ από τη διανομή των θεμάτων.

Ευχόμαστε Επιτυχία

Μαθηματικός Περιηγητής

Επιμέλεια: Καραγιάννης Ιωάννης-Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών