

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2014-2015

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑΤΑ (4)

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.

β. Αν μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A είναι άρτια, τότε η γραφική της παράσταση έχει άξονα συμμετρίας τον $x'x$.

γ. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε ισχύει $\log_a a = 1$.

δ. Η εξίσωση $\sin x = a$, με $a > 1$ έχει άπειρες λύσεις στο \mathbb{R} .

ε. Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ με $a > 0$ και $a \neq 1$, έχει σύνολο τιμών το $(0, +\infty)$.

(Μονάδες 2x5 = 10)

B. Να αποδείξετε ότι αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - \rho$, τότε το ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot \eta\mu(\beta x)$ με $\alpha, \beta > 0$, η οποία έχει ελάχιστο το -4 και περίοδο $T = \pi$.

A. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 4$ και $\beta = 2$.

(Μονάδες 10)

B. Να λύσετε την εξίσωση:

$$f(x) - 2\sqrt{3} = 0.$$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 3^ο

Θεωρούμε το πολυώνυμο:

$$P(x) = (\alpha^2 - 1)x^4 + (\alpha + 1)x^3 + x^2 + (4\beta - 1)x + 6, \text{ με } \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Δίνεται επίσης ότι το πολυώνυμο $P(x)$ είναι 3^{ου} βαθμού και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - 1$ είναι -4 .

A. Να υπολογίσετε τα α και β .

(Μονάδες 10)

B. Για $\alpha = 1$ και $\beta = -3$, να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \log(5 \cdot 4^x - 2 \cdot 25^x)$ και $g(x) = -2 \cdot 5^{2x} + 25 \cdot 2^{x-1} - 5$.

A. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f, g .

(Μονάδες 8)

B. Να λύσετε την εξίσωση $10^{f(x)} = g(x)$.

(Μονάδες 10)

Γ. Να αποδείξετε ότι $f(-1) - f(0) - \log|g(1)| - \log 13 = -3$.

(Μονάδες 7)

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ

1. Να απαντήσετε στην κόλλα σας σε όλα τα θέματα.
2. Στα σχήματα που θα χρειαστούν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και μολύβι.
3. Διαθέσιμος χρόνος εξέτασης δύο (2) ώρες.
4. Χρόνος δυνατής αποχώρησης 30' από τη διανομή των θεμάτων.

Ευχόμαστε Επιτυχία

Μαθηματικός Περιηγητής

Επιμέλεια: Καραγιάννης Ιωάννης-Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

