ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2014-2015

ΤΑΞΗ: Β΄ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^{o}

Α.

α. Σωστό.

β. Σωστό

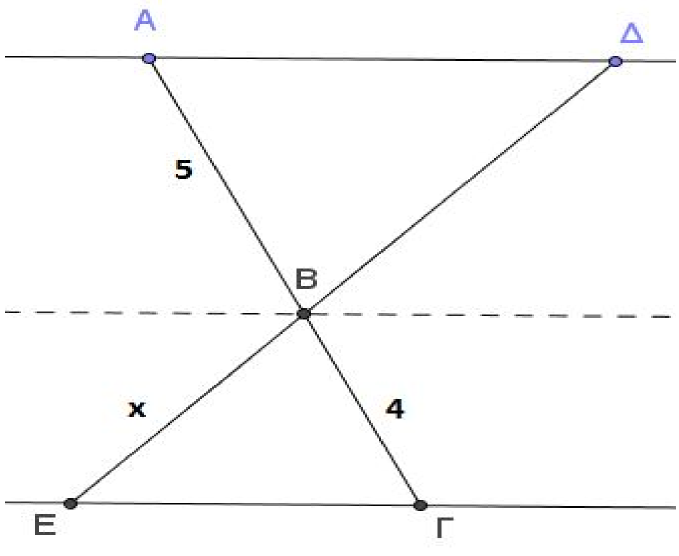
γ. Λάθος.

δ. Σωστό

ε. Λάθος.

Β.

ΘΕΜΑ 2^{o}



Α. Είναι $\frac{\text{ΑΒ}}{\text{ΒΓ}} = \frac{5}{4}$. Από το Θεώρημα του Θαλή έχουμε $\frac{\text{ΑΒ}}{\text{ΒΓ}} = \frac{\text{ΔΒ}}{\text{ΒΕ}} = \frac{5}{4}$

Β. Αφού $\text{ΔΒ} = 6$ και $\text{ΒΕ} = x$ θα έχουμε:

$$\frac{\text{ΔΒ}}{\text{ΒΕ}} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \frac{6}{x} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow 5x = 24 \Leftrightarrow x = \frac{24}{5}$$

ΘΕΜΑ 3°

Α. Έχουμε:

$$\alpha^2 = 64$$
$$\beta^2 = 112$$
$$\gamma^2 = 16$$

Είναι $\beta^2 > \alpha^2 + \gamma^2$ και άρα $\hat{B} > 90^0$. Επομένως, το τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών α = 8, $\beta = 4\sqrt{7}$ και γ = 4 είναι αμβλυγώνιο με αμβλεία τη γωνία $\hat{B}$.

Β. Από το Νόμο των συνημιτόνων στο τρίγωνο ΑΒΓ για τη γωνία $\hat{B}$ έχουμε διαδοχικά:

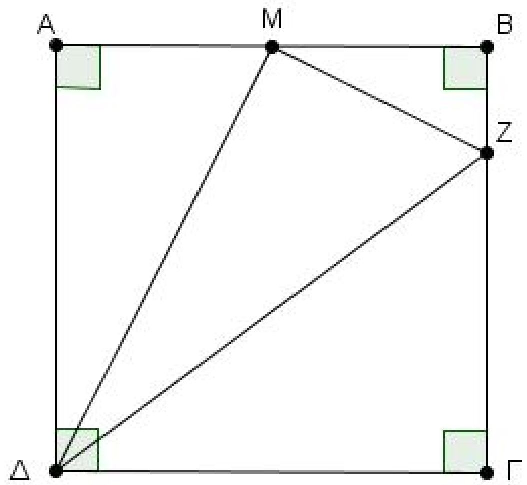
$$\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - 2\alpha\gamma\sigma\upsilon\nu\hat{B} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\hat{B} = \frac{\alpha^2 + \gamma^2 - \beta^2}{2\alpha\gamma} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\hat{B} = \frac{64 + 16 - 112}{2 \cdot 8 \cdot 4} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\hat{B} = -\frac{1}{2}$$

Επομένως $\hat{B} = 120^0$.

Γ. Εφαρμόζουμε το θεώρημα της οξείας γωνίας για την $\hat{A} < 90^0$ (αφού το τρίγωνο ΑΒΓ έχει μόνο μία αμλεία γωνία τη $\hat{B}$):

$$a^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta \cdot A\Delta \Leftrightarrow A\Delta = \frac{\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2}{2\beta} \Leftrightarrow A\Delta = \frac{112 + 16 - 64}{8\sqrt{7}} \Leftrightarrow A\Delta = \frac{8\sqrt{7}}{7}$$

ΘΕΜΑ 4°



Α. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AM\Delta$ είναι $A\Delta = 12$ και $AM = \frac{AB}{2} = 6$. Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο ΑΜΔ έχουμε:

$$M\Delta^2 = A\Delta^2 + AM^2 \Leftrightarrow M\Delta^2 = 12^2 + 6^2 \Leftrightarrow M\Delta^2 = 144 + 36 \Leftrightarrow M\Delta^2 = 180$$

Β. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΜΒΖ είναι $ΒΖ = 3$ και $ΜΒ = \frac{ΑΒ}{2} = 6$. Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο ΜΒΖ έχουμε:

$$ΜΖ^2 = ΜΒ^2 + ΒΖ^2 \Leftrightarrow ΜΖ^2 = 6^2 + 3^2 \Leftrightarrow ΜΖ^2 = 45$$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΖΓ είναι $ΔΓ = 12$ και $ΖΓ = ΒΓ - ΒΖ \Leftrightarrow ΖΓ = 12 - 3 \Leftrightarrow ΖΓ = 9$.

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο ΔΖΓ έχουμε:

$$ΔΖ^2 = ΔΓ^2 + ΖΓ^2 \Leftrightarrow ΔΖ^2 = 12^2 + 9^2 \Leftrightarrow ΔΖ^2 = 144 + 81 \Leftrightarrow ΔΖ^2 = 225$$

Γ. Στο τρίγωνο ΜΔΖ έχουμε: $ΔΖ^2 = 225$, $ΜΖ^2 = 45$, $ΜΔ^2 = 180$ οπότε είναι:

$$ΔΖ^2 = ΜΔ^2 + ΜΖ^2$$

Επομένως το τρίγωνο ΜΔΖ είναι ορθογώνιο, σύμφωνα με το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Επιμέλεια λύσεων: Καραγιάννης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών