

ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2014-2015

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A.

α. Σωστό.

β. Λάθος.

γ. Λάθος.

δ. Σωστό.

ε. Σωστό.

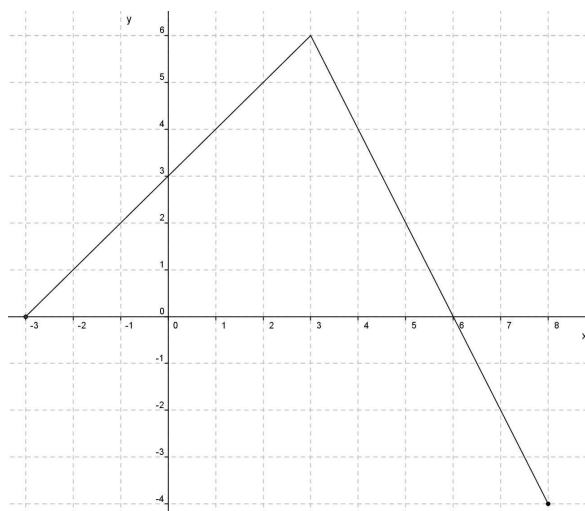
B.

Απόδειξη

Επειδή και τα δύο μέλη της ισότητας $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ είναι μη αρνητικοί αριθμοί, έχουμε διαδοχικά :

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta| \Leftrightarrow |\alpha \cdot \beta|^2 = (|\alpha| \cdot |\beta|)^2 \Leftrightarrow |\alpha \cdot \beta|^2 = |\alpha|^2 \cdot |\beta|^2 \Leftrightarrow (\alpha \cdot \beta)^2 = \alpha^2 \cdot \beta^2, \text{ που ισχύει.}$$

ΘΕΜΑ 2^ο



A. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f , όπως προκύπτει από το παραπάνω σχήμα, είναι το διάστημα $\Delta = [-3, 8]$.

B. Ο επόμενος πίνακας είναι συμπληρωμένος¹, σύμφωνα με το παραπάνω σχήμα:

x	-3	-1	0	3	7	8
y	0	2	3	6	-2	-4

Γ.

- Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$ είναι $A(-3, 0)$ και $B(6, 0)$.
 - Το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $y'y$ είναι $\Gamma(0, 3)$.
- Δ.** Το διάστημα του πεδίου ορισμού στο οποίο η συνάρτηση f παίρνει θετικές τιμές είναι το $(-3, 6)$.

ΘΕΜΑ 3^ο

Από τα δεδομένα έχουμε:

$$P(A) = 0,5, \quad P(B) = 0,4 \quad \text{και} \quad P(A \cap B) = 0,15.$$

A. Έχουμε:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0,5 + 0,4 - 0,15$$

$$P(A \cup B) = 0,75$$

B. Έχουμε:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A') = 1 - 0,5$$

$$P(A') = 0,5$$

Γ. Η πιθανότητα του ενδεχομένου να μην πραγματοποιηθεί κανένα από τα ενδεχόμενα A και B είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου $A' \cap B' = (A \cup B)'$. Επομένως:

$$P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,75 = 0,25$$

¹ Συμπληρώθηκαν τα έγχρωμα στοιχεία.

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Έχουμε $x + y = 10 \Leftrightarrow y = 10 - x$, όπου $y > 0 \Leftrightarrow 10 - x > 0 \Leftrightarrow x < 10$.

Άρα είναι:

$$E(x) = \frac{1}{2}x \cdot y = \frac{1}{2}x(10 - x) = \frac{1}{2}(-x^2 + 10x), x \in (0, 10).$$

B. Έχουμε διαδοχικά και ισοδύναμα:

$$E(x) \leq \frac{25}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(-x^2 + 10x) \leq \frac{25}{2} \Leftrightarrow -x^2 + 10x - 25 \leq 0 \Leftrightarrow -(x - 5)^2 \leq 0$$

, η οποία είναι προφανώς αληθής για κάθε $x \in (0, 10)$.

Γ. Έχουμε:

$$\begin{aligned} E(x) = \frac{25}{2} &\Leftrightarrow \frac{1}{2}(-x^2 + 10x) = \frac{25}{2} \Leftrightarrow -x^2 + 10x - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \end{aligned}$$

Άρα το εμβαδόν $E(x)$ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ γίνεται μέγιστο όταν $x = 5$ και $y = 5$, οπότε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

Επιμέλεια: Καραγιάννης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών