ΘΕΜΑΤΑ ΕΝΔΟΣΧΟΛΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2013-2014

Επιμέλεια: Καραγιάννης Ιωάννης –Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η συλλογή των θεμάτων των προαγωγικών εξετάσεων στη Β΄τάξη του Γενικού Λυκείου αποτελεί συνέχεια παρόμοιας προσπάθειας που έγινε κατά τα προηγούμενα δύο σχολικά έτη. Τα θέματα προέρχονται από Λύκεια του Νομού Δωδεκανήσου.Τα θέματα επιλέχθηκαν αφενός με βάση το τεχνικό κριτήριο της δυνατότητας επεξεργασίας και αφετέρου το κριτήριο της λιγότερης παρέμβασης. Όμως φέτος τα θέματα που παραθέτουμε έχουν υποστεί, στο μέτρο του δυνατού, αξιολόγηση ως προς:

Α. Το υφιστάμενο νομικό πλαίσιο επιλογής και διάρθρωσης των θεμάτων,

Β. Το περιεχόμενο τους καθώς και την επιστημονική τους ορθότητα ,

Γ. Την διαβαθμισμένη δυσκολία τους ,

Δ. Την αισθητική τους καθώς και την ηλεκτρονική τους σελιδοπόιηση,

Ε. Την φιλολογική τους επιμέλεια.

Έτσι , πολλά από τα θέματα που ακολουθούν, έχουν υποστεί κάποιας μορφής «παρέμβαση» , χωρίς ωστόσο να αλλοιωθεί ο χαρακτήρας και η δομή τους.

Παραδίδουμε λοιπόν στους αγαπητούς μαθητές μας και στους αξιόμαχους συναδέλφους μας μαθηματικούς, αλλά και σε όποιον ενδιαφέρεται για την μαθηματική εκπαίδευση, το υλικό που ακολουθεί και ελπίζουμε να τους βοηθήσει.

Μάρτιος 2015

Καραγιάννης Ιωάννης
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών Ν. Δωδεκανήσου

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1

ΘΕΜΑ 1^o

Α. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα. Δηλαδή να αποδείξετε ότι:

$$ΑΒ^2 = ΒΓ\cdot ΒΔ \text{ ή } ΑΓ^2 = ΒΓ \cdot ΓΔ.$$

(Μονάδες 10)

Β. Στην στήλη Α βρίσκονται οι πλευρές ενός τριγώνου και στην στήλη Β αναγράφεται το είδος του τριγώνου. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στ΄ήλης Α με ένα μόνο μστοιχείο της στήλης Β, ώστε να προκύπτουν αληθείς προτάσεις.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
Α. $α = 6$, $β= 3$, $γ = 4$	1. Οξυγώνιο
Β. $α = 6$, $β = 8$, $γ = 12$	2. Αμβλυγώνιο
Γ. $α = 5$, $β = 12$, $γ = 13$	3. Ορθογώνιο
Δ. $α = 4$, $β = 5$, $γ = 6$	
Ε. $α = 4$, $β = 5$, $γ = 7$	

(Μονάδες 9)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου και η κεντρική του γωνία είναι παραπληρωματικές.

β. Ο τύπος $4 \cdot α_ν^2 = 4\cdot R^2 – λ_ν^2$ συνδέει την πλευρά $λ_ν$, το απόστημα $α_ν$ και την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου κανονικού ν – γώνου.

γ. Ένα κυρτό πολύγωνο που έχει όλες του τις γωνίες ίσες είναι κανονικό.

(Μονάδες 2x3= 6)

ΘΕΜΑ 2^O

Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με την γωνία Α ορθή. Αν ΑΓ = 20 και ΒΓ = 25, να υπολογίσετε:

Α. Το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ

(Μονάδες 8)

Β. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΔΓ και ΔΒ

(Μονάδες 10)

Γ. Το ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3^o

Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\alpha = 15$, $\beta = 14$ και $\gamma = 13$. Να βρείτε :

Α. Το μήκος της διαμέσου μ_α .

(Μονάδες 15)

Β. Την προβολή της διαμέσου μ_α στην πλευρά ΒΓ.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4^o

Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε ότι $\gamma = 4$, $\beta = 6$ και η γωνία $\hat{A} = 30^0$. Να υπολογίσετε:

Α. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ

(Μονάδες 8)

Β. Το ύψος υ_β του τριγώνου.

(Μονάδες 7)

Γ. Την ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου ρ

(Μονάδες 5)

Δ. Την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου R.

(Μονάδες 5)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΘΕΜΑ 1°

Α. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, $\hat{A} = 90^o$ και ΑΔ το ύψος προς την υποτείνουσα ΒΓ.

Να αποδείξετε ότι: $ΑΔ^2 = ΒΔ \cdot ΔΓ$.

(Μονάδες 10)

Β. Να διατυπώσετε τον ορισμό του κανονικού πολυγώνου.

(Μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μ_α είναι η διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά α ενός τριγώνου $\overset{\Delta}{ΑΒΓ}$, τότε ισχύει:

$$\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha^2 + \frac{\mu_\alpha{}^2}{2}.$$

β) Το εμβαδόν ενός τριγώνου ΑΒΓ δίνεται από τη σχέση: $(ΑΒΓ) = \frac{1}{2}\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A$.

γ) Το μήκος του ημικυκλίου ακτίνας R είναι $\frac{\pi R}{2}$.

δ) Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων τριγώνων ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους.

ε) Σε κάθε κανονικό πολύγωνο ισχύει $\hat{\phi}_\nu + \hat{\omega}_\nu = 180^o$.

(Μονάδες 2x5=10)

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται τρίγωνο $\overset{\Delta}{ΑΒΓ}$ με πλευρές $a = 14$, $\beta = 10$, $\gamma = 6$.

Α. Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

(Μονάδες 7)

Β. Να υπολογίσετε τη διάμεσο μ_a του τριγώνου.

(Μονάδες 6)

Γ. Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής της πλευράς β πάνω στην πλευρά γ.

(Μονάδες 6)

Δ. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}$.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 3^o

Δίνεται κύκλος κέντρου Ο και ακτίνας $R = 2$, και δύο διαδοχικές χορδές του ΑΒ και ΒΓ τέτοιες ώστε $AB = 2$ και $B\Gamma = 2\sqrt{2}$.

Α. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου $\overset{\frown}{AB}$.

(Μονάδες 8)

Β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν $(O\overset{\frown}{B\Gamma})$ του κυκλικού τομέα με κέντρο Ο και το αντίστοιχο τόξο

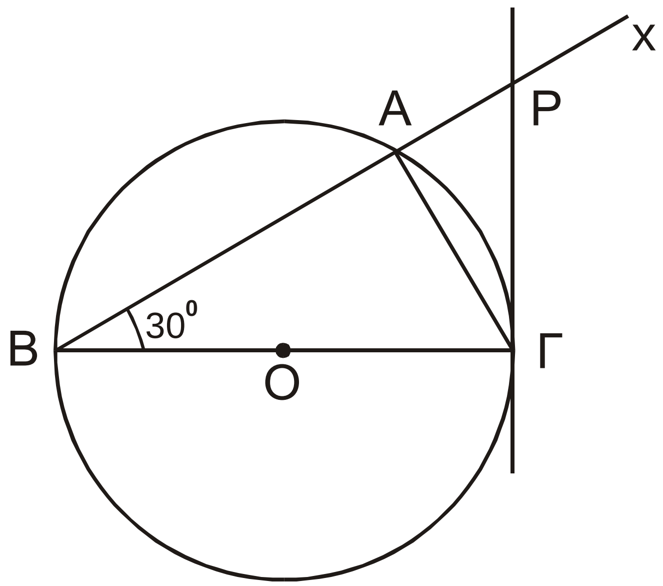
(Μονάδες 8)

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν (ΟΑΒΓ) του τετραπλεύρου ΟΑΒΓ.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4^o

Δίνεται κύκλος (Ο,R) διαμέτρου ΒΓ και ημιευθεία Βx τέτοια, ώστε η γωνία $\Gamma\hat{B}x$ να είναι 30^o. Έστω ότι η Βx τέμνει τον κύκλο στο σημείο Α. Φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου στο Γ, η οποία τέμνει τη Βx στο σημείο Ρ. (Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα).



Α. Να αποδείξετε ότι: ΑΓ = R.

(**Μονάδες 8)**

Δ2. Να αποδείξετε ότι: $\dfrac{(\mathrm{P}\mathrm{B}\Gamma)}{(\mathrm{P}\mathrm{A}\Gamma)} = 4$.

(**Μονάδες 8)**

Δ3. Να αποδείξετε ότι: $\mathrm{P}\Gamma = \dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$

(**Μονάδες 9)**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

ΘΕΜΑ 1^{Ο}

Α. Να αποδείξετε ότι κάθε τετράγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R έχει πλευρά

$\lambda_4 = R\sqrt{2}$ και απόστημα $a_4 = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

(Μονάδες 10)

Β. Σε τρίγωνο ΑΒΓ να διατυπώσετε το $1^{ο}$ θεώρημα διαμέσων για τη διάμεσο μ_β, να σχεδιάστε το σχετικό σχήμα και να γραψετε τον σχετικό τύπο.

(Μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν ΑΒ , ΓΔ χορδές κύκλου που τέμνονται στο σημείο Ρ τότε ισχύει :

$$ΡΑ \cdot ΡΔ = ΡΒ \cdot ΡΓ$$

β. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ δίνεται από τον τύπο Ε = α . β ημ Α

γ. Η πλευρά λ_3 ισοπλεύρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (Ο,R) δίνεται από τον τύπο $\lambda_3 = R$

δ. Αν $\Delta^{P}_{(O,R)} = 0$ τότε το Ρ είναι σημείο του κύκλου (Ο,R).

ε. Ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό , όταν έχει όλες τις γωνίες του ίσες.

(Μονάδες 2x5=10)

ΘΕΜΑ 2^{Ο}

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές:

$$a = 5x,\ \beta = 4x,\ \gamma = 3x$$

Α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 5)

Β. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου E ως συνάρτηση του x .

(Μονάδες 5)

Γ. Αν $E = 24cm^2$ τότε :

Γ1. Να βρείτε το x

(Μονάδες 5)

Γ2. Να υπολογίσετε το ύψος προς τη υποτείνουσα **.**

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 3^{Ο}

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ , πλευράς α . Στις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ , Ε , Ζ τέτοια ώστε ΑΒ=ΒΕ=ΓΖ= α .

Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α :

Α. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΖ .

(Μονάδες 9)

Β. Το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ .

(Μονάδες 9)

Γ. Το εμβαδόν του περιγεγραμμένου κύκλου του τρίγωνο ΑΒΓ .

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4^{Ο}

Στον κύκλο (Ο,R) προεκτείνουμε την διάμετρο ΔΓ κατά τμήμα ΓΒ=R. Η ΒΑ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο Α .

Α. Να αποδείξετε ότι ΑΒ =R και $\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Delta = 30^0$.

(Μονάδες 8)

Β. Να αποδείξετε ότι ΑΔ=R .

(Μονάδες 7)

Γ. Να υπολογίσετε το Εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που ορίζουν η χορδή ΑΔ και το τόξο ΑΕΔ .

(Μονάδες 10)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 4

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το άθροισμα των τετραγώνων των δυο κάθετων πλευρών του είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.

(Μονάδες 13)

Β. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα που αφορά στα κανονικά πολύγωνα εγγεγραμμένα σε κύκλο ακτίνας R.

Κανονικά πολύγωνα	**Πλευρά** λ_ν	**Απόστημα** α_ν
Ισόπλευρο τρίγωνο		
Κανονικό εξάγωνο		
Τετράγωνο		

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών α = 8, β = 6, γ = 5.

Α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο.

(Μονάδες 6)

Β. Να υπολογίσετε την προβολή της ΑΒ στην ΑΓ.

(Μονάδες 10)

Γ. Να υπολογίσετε τη διάμεσο μ_β .

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές ΒΓ = 7 , ΑΓ = 6, ΑΒ = 5.

Α. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου είναι $6\sqrt{6}$

(Μονάδες 6)

Β. Να βρείτε το ύψος υ_β .

(Μονάδες 6)

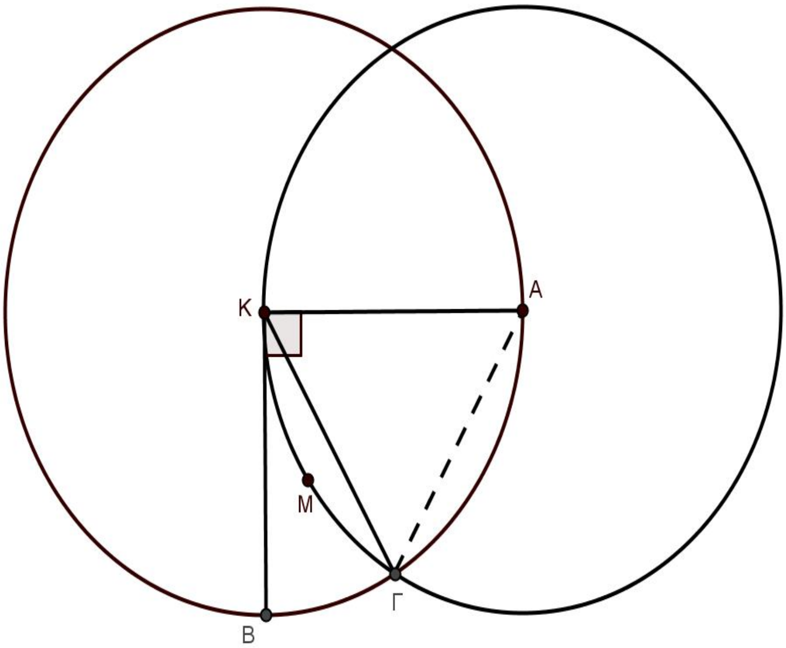
Γ. Να βρείτε τις ακτίνες του εγγεγραμμένου και του περιγεγραμμένου κύκλου.

(Μονάδες 7)

Δ. Αν προεκτείνουμε την πλευρά ΓΑ προς το μέρος του Α κατά ευθύγραμμο τμήμα $A\Delta = \frac{1}{3}A\Gamma$, να βρείτε το λόγο των εμβαδών $\frac{(AB\Gamma)}{(AB\Delta)}$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4ο



Θεωρούμε κύκλο (Κ,ρ) και δύο κάθετες ακτίνες ΚΑ, ΚΒ αυτού, όπως στο παραπάνω σχήμα. Επίσης θεωρούμε κύκλο (Α, ρ) ο οποίος τέμνει το τόξο ΑΒ στο σημείο Γ.

Α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΚΑΓ είναι ισόπλευρο.

(Μονάδες 6)

Β. Να βρείτε τα μήκη των τόξων ΒΓ, ΚΓ .

(Μονάδες 6)

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος ΚΓΜ.

(**Μονάδες 7)**

Δ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΚΒΓ.

(Μονάδες 6)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 5

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να δείξετε ότι το εμβαδό Ε ενός τριγώνου δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2}\alpha \cdot \upsilon_\alpha$, όπου α η μια πλευρά του τριγώνου και υ_α το αντίστοιχο ύψος του στην πλευρά α

(Μονάδες 11)

Β. Να γράψετε στη κόλλα των απαντήσεων τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που **αντιστοιχεί** στη σωστή απάντηση.

1. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνο αν,

Α. $\hat{A} < 1L$ Β. $\hat{A} = 1L$ Γ. $\hat{A} > 1L$

2. Από τους παρακάτω τύπους εκείνος που εκφράζει το εμβαδό Ε του τριγώνου ΑΒΓ είναι ο

Α. $E = \frac{1}{2}\alpha\beta\eta\mu\Gamma$ Β. $E = \frac{1}{2}\alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B$ Γ. $E = \frac{1}{2}\beta\gamma\eta\mu B$

3. Η γωνία φ_ν ενός κανονικού ν-γωνου δίνεται από τον τύπο:

Α. $\varphi_\nu = 360^0 - \frac{180^0}{\nu}$ Β. $\varphi_\nu = 180^0 - \frac{360^0}{\nu}$ Γ. $\varphi_\nu = \frac{360^0}{\nu}$

4. Η πλευρά λ_3 ισοπλεύρου τριγώνου, εγγεγραμμένου σε κύκλο (Ο,R) είναι:

Α. $\lambda_3 = R$ Β. $\lambda_3 = R\sqrt{2}$ Γ. $\lambda_3 = R\sqrt{3}$

(Μονάδες 2x4=8)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.

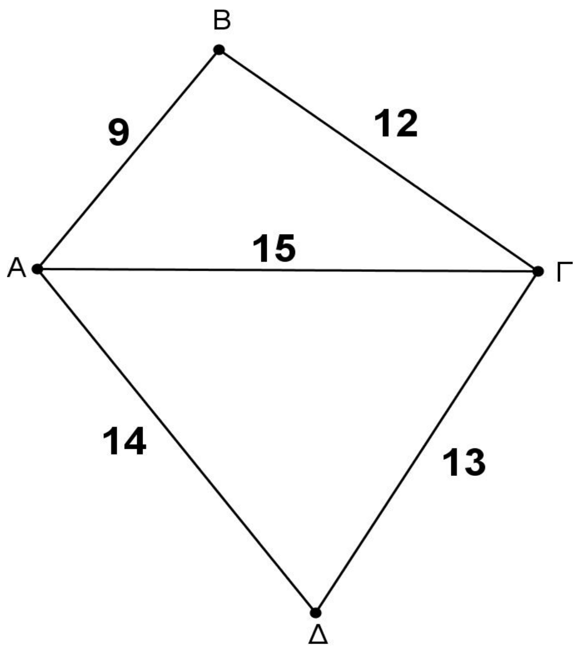
β. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A$

γ. Η διάμεσος κάθε τριγώνου χωρίζει το τρίγωνο σε δύο ισεμβαδικά τρίγωνα.

(Μονάδες 2x3= 6)

ΘΕΜΑ 2ο

Στο επόμενο κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ δίνεται ότι: ΑΒ=9, ΒΓ=12, ΓΔ=13 , ΔΑ=14 και η διαγώνιος ΑΓ=15.



Α. Να εξετάσετε το είδος των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΓ ως προς τις γωνίες τους.

(Μονάδες 10)

Β. Να υπολογίσετε τη προβολή ΑΚ της πλευράς ΑΒ στην διαγώνιο ΑΓ.

(Μονάδες 7)

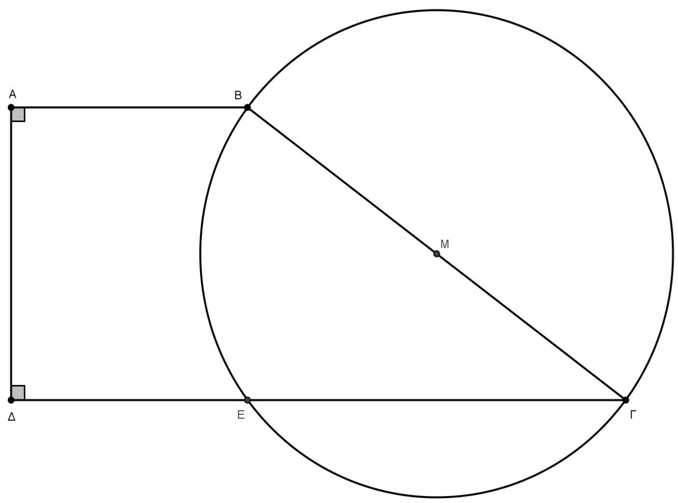
Γ. Να υπολογίσετε τη προβολή ΓΛ της πλευρά ΓΔ στην ΑΓ **κ**αθώς και το ΚΛ.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3^{ο}

Στο επόμενο σχήμα δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ=5 , ΓΔ=13 και (ΑΒΓΔ)=54.

Ο κύκλος διαμέτρου ΒΓ έχει κέντρο το Μ και τέμνει τη ΓΔ στο Ε.



Α. Να υπολογίσετε την περίμετρο του τραπεζίου.

(Μονάδες 10)

Β. Να υπολογίσετε την ΔΜ.

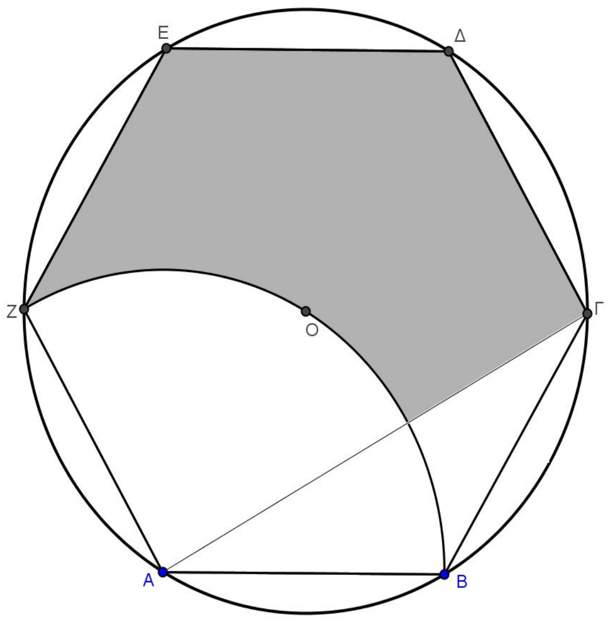
(Μονάδες 8)

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΔΜΒ.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4ο

Στο σχήμα που ακολουθεί δίνεται το κανονικό εξάγωνο ΑΒΓΔΕΖ εγγεγραμμένο στον κύκλο (Ο, R) και ο κυκλικός τομέας με κέντρο το Α και αντίστοιχο τόξο ΒΖ.



Να υπολογίσετε συναρτήσει της ακτίνας R :

Α. Το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ και το εμβαδό του εξαγώνου.

(Μονάδες 10)

Β. Την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους του παραπάνω σχήματος

(Μονάδες 8)

Γ. Το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου μέρους του παραπάνω σχήματος.

(Μονάδες 7)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 6

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών του στην υποτείνουσα.

(Μονάδες 15)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σε κάθε τρίγωνο $ΑΒΓ$ ισχύει η σχέση $\alpha^2=\beta^2+\gamma^2-2\beta\gamma\cdot\eta\mu Α$.

β. Σε κάθε $ΑΒΓ$ τρίγωνο ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha^2<\beta^2+\gamma^2$, αν και μόνο $\hat{Α}>1L$.

γ. Ίσα πολυγωνικά χωρία έχουν ίσα εμβαδά.

δ. Το εμβαδόν E ενός τριγώνου $ΑΒΓ$ δίνεται από τον τύπο $Ε=\frac{1}{2}\beta\cdot\gamma\cdot\eta\mu Α$

ε. Δύο κανονικά πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια.

(Μονάδες 5x2=10)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ=4$ cm, $ΑΓ=5$cm και $\hat{Α}=60°$.

Α. Να αποδείξετε ότι $ΒΓ=\sqrt{21}$ cm**.**

(Μονάδες 10)

β. Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου μ_α .

(Μονάδες 9)

γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 3ο

Οι πλευρές ενός τριγώνου $ΑΒΓ$ έχουν μήκη $ΑΒ=9$ cm , $ΒΓ$ =7cm και $ΑΓ$ =12cm.

Α. Να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου.

(Μονάδες 10)

Β. Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής της $ΒΓ$ πάνω στην $ΑΒ$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 4ο

Σε κύκλο (Ο,R) παίρνουμε διαδοχικά τα τόξα $\widehat{AB} = 60^o$, $\widehat{B\Gamma} = 90^o$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 120^0$

Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του R :

Α. Τις πλευρές του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.

(Μονάδες 9)

Β. Το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.

(Μονάδες 10)

Γ. Τα μήκη των τόξων $\widehat{AB}$, $\widehat{B\Gamma}$ και $\widehat{\Gamma\Delta}$.

(Μονάδες 6)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 7

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Με δεδομένο ότι το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς κ δίνεται από τον τύπο $\mathrm{E} = \kappa^2$, να αποδείξετε ότι το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με διαστάσεις α και β, δίνεται από τον τύπο $\mathrm{E}_{o\rho\theta} = \alpha \cdot \beta$.

(Μονάδες 15)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma \cdot \sigma\upsilon\nu\mathrm{A}$.

β. Η δύναμη ενός σημείου ως προς έναν κύκλο μεγαλώνει καθώς το σημείο πλησιάζει το κέντρο του κύκλου.

γ. Δύο ισοδύναμα σχήματα είναι κατ' ανάγκην ίσα μεταξύ τους.

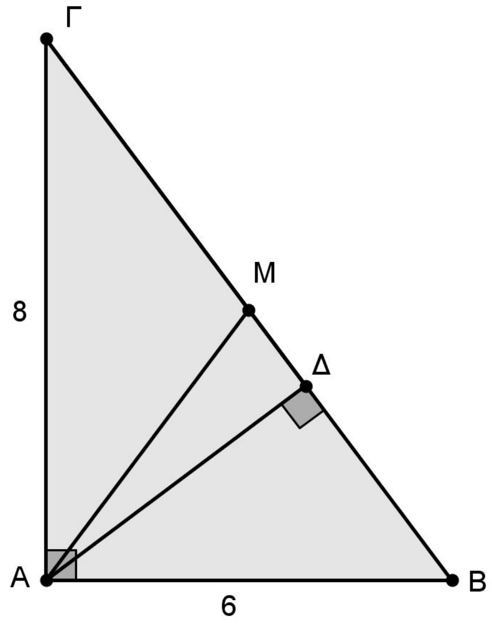
δ. Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων πολυγώνων ισούται με το λόγο ομοιότητάς τους.

ε. Σε ένα κανονικό πολύγωνο η κεντρική γωνία του ω_ν και η γωνία του φ_ν είναι παραπληρωματικές.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2ο

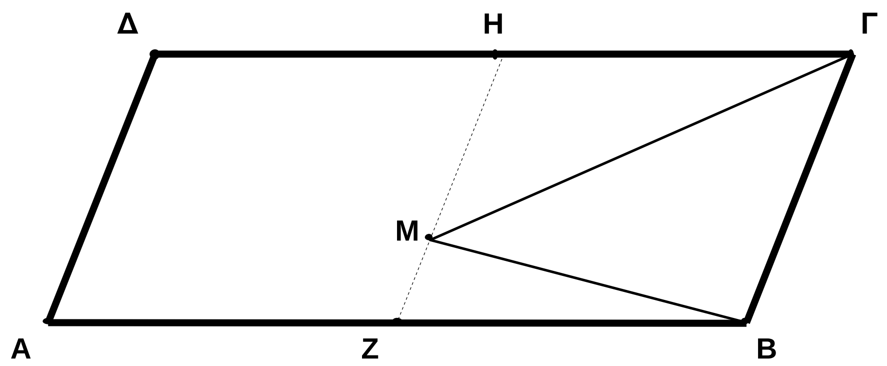
Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{\mathrm{A}} = 90°$) φέρνουμε το ύψος ΑΔ και τη διάμεσο ΑΜ, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Αν ισχύει $\mathrm{AB} = 6$ και $\mathrm{A\Gamma} = 8$, να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΒΓ, ΓΔ, ΑΔ και ΑΜ, καθώς και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΜ.



(Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ 3^o

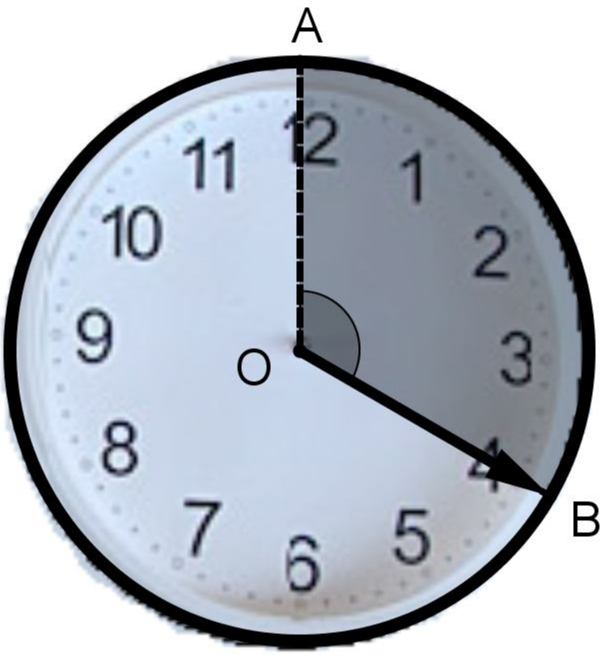
Στο παρακάτω σχήμα, το σημείο Ζ είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ και το σημείο Η είναι το μέσο της πλευράς ΔΓ του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ. Αν το Μ είναι ένα τυχαίο σημείο του τμήματος ΗΖ και το εμβαδόν του ΑΒΓΔ είναι 20, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΜΒΓ.



(Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ 4^o

Σε ένα κυκλικό ρολόι τοίχου ο λεπτοδείκτης ακουμπάει στην περιφέρεια του ρολογιού, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Αν η διάμετρος του ρολογιού είναι 30 εκατοστά, να βρείτε πόσο εμβαδόν «σαρώνει» ο λεπτοδείκτης σε χρόνο 20 λεπτών.



(Μονάδες 25)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 8

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το άθροισμα των τετραγώνων των κάθετων πλευρών του είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας (Πυθαγόρειο Θεώρημα).

(Μονάδες 15)

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $AB^2 + A\Gamma^2 = \mathrm{B}\Gamma^2$ τότε $\hat{\mathrm{A}} = 90^0$.

β. Το άθροισμα των τετραγώνων δύο πλευρών ενός τριγώνου ισούται με το διπλάσιο του τετραγώνου της διαμέσου που περιέχεται μεταξύ των πλευρών αυτών, αυξημένο κατά το μισό του τετραγώνου της τρίτης πλευράς.

γ. Το σημείο Ρ είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου $(0,\ \rho)$ αν και μόνο αν $\Delta^{P}_{(O,\rho)} < 0$

δ. Το εμβαδόν Ε ενός τριγώνου ΑΒΓ δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2}\beta \cdot \gamma\sigma\upsilon\nu\hat{\mathrm{A}}$

ε. Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας.

(Μονάδες 5x2=10)

ΘΕΜΑ 2ο

Στο διπλανό σχήμα έχουμε:

$$\hat{\mathrm{A}} = \hat{\mathrm{E}} = 90^0,\ AB = 4,\ B\Gamma = 5,\ AE = 15 \text{ και } \Delta\mathrm{E} = 9.$$

Α. Να βρείτε τη πλευρά ΑΓ

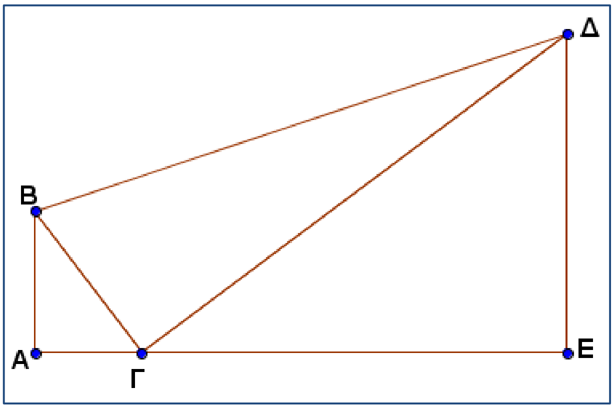
(Μονάδες 9)

Β. Να βρείτε τη πλευρά ΓΔ

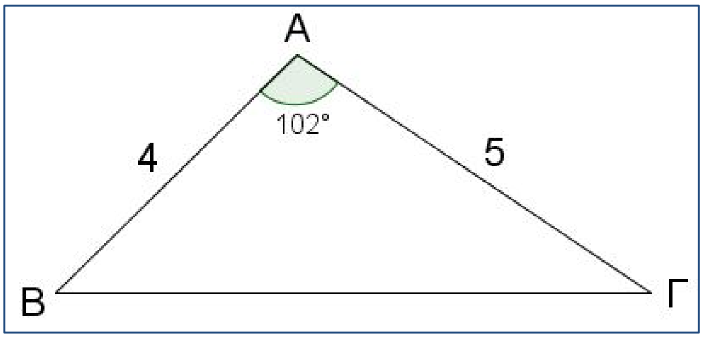
(Μονάδες 9)

Γ. Αν η πλευρά ΒΔ ισούται με $5\sqrt{10}$, να βρείτε το είδος του τριγώνου ΒΓΔ.

(Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 3ο



Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = 4$ $A\Gamma = 5$ και $\hat{A} = 102^0$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Αν γνωρίζετε ότι $\sigma\upsilon\nu 120^0 \cong -\frac{1}{5}$ τότε:

Α. Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 7$.

(Μονάδες 8)

Β. Να υπολογίσετε την ημιπερίμετρο τ του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 4)

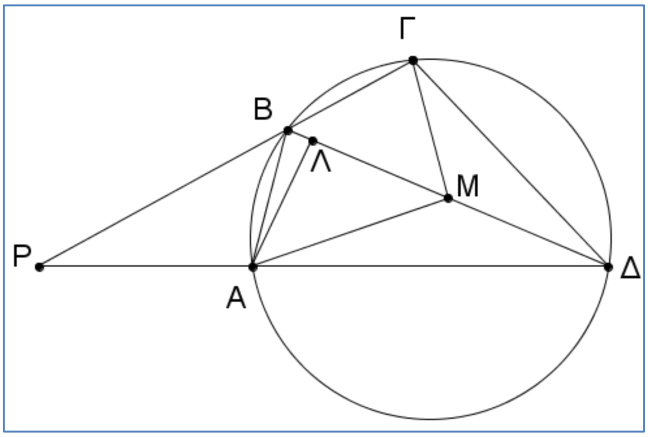
Γ. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ ισούται με $4\sqrt{6}$.

(Μονάδες 7)

Δ. Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4ο



Στο διπλανό σχήμα ισχύουν:

$PA = 3,\ PB = 4,\ AB = A\Gamma = 2$ καθώς και

$\Delta A = \Delta B,\ \Gamma\Delta = 4,\ A\Lambda \perp B\Delta,\ BM = M\Delta$

Α. Να αποδείξετε ότι $A\Delta = 5$.

(Μονάδες 8)

Β. Να αποδείξετε ότι: $\Gamma M = \frac{\sqrt{15}}{2}$

(Μονάδες 9)

Γ. Στο τρίγωνο ΑΒΔ να βρείτε τη προβολή της διαμέσου AM στην $B\Delta$ (δηλαδή το μήκος του ευθ. τμήματος ΛM).

(Μονάδες 8)

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 9

ΘΕΜΑ 1^{ο}

Α. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών του στην υποτείνουσα.

β. Το εμβαδόν Ε κάθε τριγώνου δίνεται από τον τύπο $\mathrm{E} = \tau \cdot \mathrm{R}$, όπου τ η ημιπερίμετρος του και R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.

γ. Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσες βάσεις, τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με τον λόγο των αντίστοιχων υψών.

δ. Η κεντρική γωνία ω_ν ενός κανονικού ν - γώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R δίνεται από τον τύπο $\omega_\nu = \dfrac{180^0}{\nu}$.

ε. Το απόστημα ενός τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R δίνεται από τον τύπο $\alpha_4 = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

(Μονάδες 2x5 = 10)

Β. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του επί το ύψος του, δηλαδή $\mathrm{E} = \dfrac{(\mathrm{B}+\beta)}{2}\cdot \upsilon$, όπου Β, β οι βάσεις του τραπεζίου και υ το ύψος του.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών α = 8, $\beta = 4\sqrt{7}$ και γ = 4.

Α. Να εξετάσετε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις γωνίες του.

(Μονάδες 10)

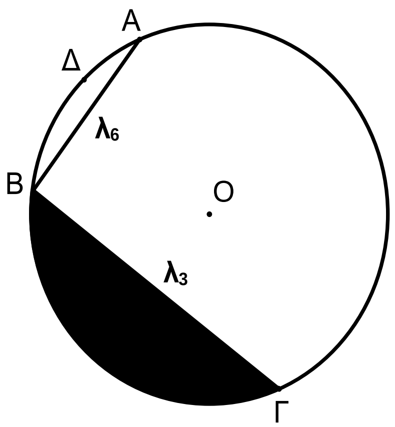
Β. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\mathrm{B}}$ του τριγώνου ΑΒΓ

(Μονάδες 10)

Γ. Να αποδείξετε ότι η προβολή ΑΔ της πλευράς ΑΒ πάνω στην ΑΓ είναι $ΑΔ = \frac{8\sqrt{7}}{7}$.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3ο



Δίνεται κύκλος (Ο, R) με εμβαδόν Ε = 4π και δύο διαδοχικές χορδές του ΑΒ = λ_6 και ΒΓ = λ_3, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

Α. Να αποδείξετε ότι R = 2.

(Μονάδες 5)

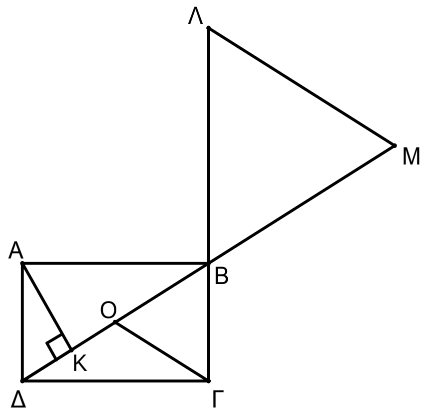
Β. Να αποδείξετε ότι η χορδή ΑΓ είναι διάμετρος του κύκλου.

(Μονάδες 5)

Γ. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου $\overset{\frown}{ΑΔΒ}$ και το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου κυκλικού τμήματος

(Μονάδες 7 + 8 = 15)

ΘΕΜΑ4ο



Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με κέντρο Ο, εμβαδόν (ΑΒΓΔ) = 48 και ΑΒ = 8, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Προεκτείνουμε την διαγώνιο ΔΒ κατά τμήμα ΒΜ = ΔΒ και την πλευρά ΓΒ κατά τμήμα ΒΛ = 2ΓΒ.

Α. Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΔ και την διαγώνιο ΒΔ του ορθογωνίου.

(Μονάδες 10)

Β. Αν Κ, η προβολή του Α πάνω στην ΒΔ, να υπολογίσετε την προβολή ΒΚ της ΑΒ πάνω στην ΒΔ.

(Μονάδες 5)

Γ. Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{(\mathrm{BO\Gamma})}{(\mathrm{B\Lambda M})}$.

(Μονάδες 5)

Δ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν (ΒΛΜ) του τριγώνου ΒΛΜ.

(Μονάδες 5)