

Διαγώνισμα 1

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για τους θετικούς αριθμούς a, β και θετικό ακέραιο n ισχύει η ισοδυναμία:
 $a > \beta \Leftrightarrow a^n > \beta^n$

Μονάδες 2

β) Αν $a, \beta \in \mathbb{R}$, τότε ισχύει ότι: $a^2 - \beta^2 = (a - \beta)^2$

Μονάδες 2

γ) Για όλους τους αριθμούς $a, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$(a > \beta \text{ και } \gamma > \delta) \Rightarrow a \cdot \gamma > \beta \cdot \delta$$

Μονάδες 2

δ) Για $x_0 \in \mathbb{R}$ και $\rho > 0$ ισχύει: $|x - x_0| > \rho \Leftrightarrow x < x_0 - \rho$ ή $x > x_0 + \rho$

Μονάδες 2

ε) Αν $a \leq 0$ και n άρτιος, τότε $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

Μονάδες 2

A2. Αν $a, \beta \in \mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι: $|a + \beta| \leq |a| + |\beta|$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση: $B = \sqrt[3]{(x-2)^5}$

α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση B ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x υπό μορφή διαστήματος.

Μονάδες 13

β) Για $x = 4$, να αποδείξετε ότι: $B^2 + 6B = B^4$

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παραστάσεις: $K = \sqrt{2x^2 - 4x + 2}$ και $\Lambda = \sqrt[3]{3x^3 - 9x^2 + 9x - 3}$

α) Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζονται οι παραστάσεις K και Λ ;

Μονάδες 12

β) Να γράψετε τις παραστάσεις K, Λ χωρίς τα ριζικά.

Μονάδες 7

γ) Να βρείτε το $x \in \mathbb{R}$, αν ισχύει $K - |\Lambda| = 2\sqrt{2} - 2\sqrt[3]{3}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Σε έναν άξονα τα σημεία A, B και M αντιστοιχούν στους αριθμούς 5, 9 και x αντίστοιχα.

α) Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων $|x - 5|$ και $|x - 9|$.

Μονάδες 10

β) Αν ισχύει $|x - 5| = |x - 9|$,

i) Ποια γεωμετρική ιδιότητα του σημείου M αναγνωρίζετε; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

ii) Με χρήση του άξονα, να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό x που παριστάνει το σημείο M. Να επιβεβαιώσετε με αλγεβρικό τρόπο την απάντησή σας.

Μονάδες 8