Διαγώνισμα 2

Συνδυαστικό 1ο και 2ο Κεφάλαιο

<u>ΘΕΜΑ Α</u>

Α1. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν (α ,β, γ) γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Για κάθε $\alpha,\beta>0$ ισχύει : $\sqrt{\alpha+\beta}=\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$

Μονάδες 2

β) Για κάθε $a,\beta\in\mathbb{R}$ ισχύει ότι: $(\alpha-\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$

Μονάδες 2

γ) Αν θεωρήσουμε δύο αριθμούς α και β που παριστάνονται πάνω στον άξονα με τα σημεία Α και Β αντίστοιχα, τότε το μήκος (ΑΒ) είναι: $(AB)=d(a,\beta)=|\alpha-\beta|$

*Στις παρακάτω ερωτήσεις να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α **με ένα μόνο** στοιχείο της στήλης Β, ώστε να προκύπτουν ισότητες, αληθείς σχέσεις ή προτάσεις. Στην στήλη Β υπάρχει ένα επιπλέον στοιχείο.*

δ)

ΣΤΗΛΗ Α(σχέση με απόλυτες τιμές)	**ΣΤΗΛΗ Β (σχέση με απόσταση)**
1. $\lvert x-2\rvert\geq 3$	α. $d(x,-3)\leq 2$
2. $\lvert x+2\rvert\geq 3$	β. $d(x,3)\leq 2$
3. $\lvert x-3\rvert\leq 2$	γ. $d(x,-2)\geq 3$
	δ. $d(x,2)\geq 3$

Μονάδες 2

ε)

ΣΤΗΛΗ Α ($\alpha,\beta>0$, ν θετικός ακέραιος και μ ακέραιος)	**ΣΤΗΛΗ Β**
1. $\sqrt[\nu]{\alpha}\cdot\sqrt[\nu]{\beta}$	α. $\sqrt[\mu]{\alpha^{\nu}}$
2. $\sqrt[\nu]{\dfrac{\alpha}{\beta}}$	β. $\sqrt[\nu]{\alpha\beta}$
3. $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$	γ. $\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$
	δ. $\dfrac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}}$

Μονάδες 2

Α2. Αν $\alpha, \beta \geq 0$, να αποδείξετε ότι: $\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta}$ (ν θετικός ακέραιος)

Μονάδες 15

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Αν 0 < α < 1, τότε :

α) Να αποδείξετε ότι: $a^3 < a$

Μονάδες 13

β) Να διατάξετε από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς: 0, a^3, 1, a, $\frac{1}{a}$

Μονάδες 12

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Έστω οι αριθμοί Κ και Μ τέτοιοι ώστε: $K = |P(A) - 1|$ και $M = |P^2(B) - 2P(B) + 3|$, όπου $P(A)$ και $P(B)$ οι πιθανότητες δύο ενδεχομένων, Α και Β αντίστοιχα, ενός δειγματικού χώρου Ω .

α) Να γράψετε χωρίς τις απόλυτες τιμές τις παραστάσεις K και M .

Μονάδες 10

β) Αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ισοπίθανα , τότε:

i) Να αποδείξετε ότι η παράσταση $K^2 - \Lambda$ είναι ανεξάρτητη των $P(A)$ και $P(B)$

Μονάδες

ii) Αν, επιπλέον, τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα και $K = \frac{1}{2}$, $M = \frac{9}{4}$, να αποδείξετε ότι το ενδεχόμενο $A \cup B$ είναι βέβαιο .

Μονάδες 8

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δίνονται τα σημεία Α , Β και Μ που παριστάνουν στον άξονα των πραγματικών αριθμών τους αριθμούς -2, 7 και x αντίστοιχα με $-2 < x < 7$

α) Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων.

i) $|x+2|$

Μονάδες 4

ii) $|x-7|$

Μονάδες 4

β) Με τη βοήθεια του άξονα να δώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία του αθροίσματος:

$|x+2| + |x-7|$

Μονάδες 5

γ) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A=|x+2|+|x-7|$ γεωμετρικά.

Μονάδες 5

δ) Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά το προηγούμενο συμπέρασμα.

Μονάδες 7