ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9^o (ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ)

Σχολικό έτος: 2014-2015

ΘΕΜΑ 1^o

Α1. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη .*

α) Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η ισοδυναμία:

$\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνο αν $\mathrm{A} < 90^0$.

Μονάδες 2

β) Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση:

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2\beta\gamma \cdot \sigma\upsilon\nu A$$

Μονάδες 2

γ) Αν δύο χορδές ΑΒ, ΓΔ ή οι προεκτάσεις τους τέμνονται σε ένα σημείο Ρ, τότε ισχύει:

$$PA \cdot PB = P\Gamma \cdot P\Delta$$

Μονάδες 2

δ) Αν ΔΒ και ΔΓ οι προβολές των καθέτων πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου πάνω στην υποτείνουσα και ΑΔ το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, τότε ισχύει:

$$\mathrm{A}\Delta^2 = \mathrm{B}\Delta \cdot \Delta\Gamma$$

Μονάδες 2

ε) Αν α, β, γ οι πλευρές ενός τριγώνου ΑΒΓ, τότε ισχύει:

$$\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha \cdot \mathrm{M}\Delta$$

, όπου ΜΔ η προβολή της διαμέσου μ_α στην πλευρά α .

Μονάδες 2

Α2. Να αποδείξετε ότι: Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των καθέτων πλευρών του είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓμε πλευρές $\alpha = 7,\ \beta = 4$ και $\mu_\beta = \sqrt{33}$.

α) Να αποδείξετε ότι γ=5.

Μονάδες 13

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις γωνίες του.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3ο

α) Αν ΑΒΓΔ ορθογώνιο και Μ τυχαίο σημείο, να αποδείξετε ότι:

$$MA^2 + M\Gamma^2 = MB^2 + M\Delta^2$$

Μονάδες 12

β) Αν ΑΒΓΔ τετράγωνο και σημείο Μ στο εσωτερικό του, ώστε $MA = 1,\ MB = \sqrt{2}$ και $M\Gamma = \sqrt{3}$, να βρείτε την πλευρά του τετραγώνου.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4ο

Κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Οι διαγώνιοί του ΑΓ και ΒΔ τέμνονται στο σημείο Μ, το οποίο είναι το μέσο της διαγωνίου ΒΔ. Να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta B^2 = 4MA \cdot M\Gamma$

Μονάδες 7

β) $AB^2 + A\Delta^2 = 2AM \cdot A\Gamma$

Μονάδες 9

γ) $AB^2 + B\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2 + A\Delta^2 = 2A\Gamma^2$

Μονάδες 9