

ΘΕΜΑ Β

1. Δίνονται δύο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου και οι πιθανότητες:

$$P(A) = \frac{3}{4}, \quad P(A - B) = \frac{5}{8} \quad \text{και} \quad P(B) = \frac{1}{4}$$

α) Να υπολογίσετε την $P(A \cap B)$

(Μονάδες 9)

β)

i) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και να γράψετε στη γλώσσα των συνόλων το ενδεχόμενο: « A ή B » .

(Μονάδες 7)

ii) Να υπολογίσετε την πιθανότητα πραγματοποίησης του παραπάνω ενδεχομένου.

(Μονάδες 9)

2. Το 70% των κατοίκων μιας πόλης έχει αυτοκίνητο, το 40% έχει μηχανάκι και το 20% έχει και αυτοκίνητο και μηχανάκι. Επιλέγουμε τυχαία έναν κάτοικο αυτής της πόλης. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A : ο κάτοικος να έχει αυτοκίνητο

M : ο κάτοικος να έχει μηχανάκι.

α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

i) $A \cup M$ ii) $M - A$ iii) M'

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε την πιθανότητα ο κάτοικος που επιλέχθηκε :

i) Να μην έχει μηχανάκι.

(Μονάδες 7)

ii) Να μην έχει ούτε μηχανάκι ούτε αυτοκίνητο.

(Μονάδες 9)

3. Δίνεται το σύνολο $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ και τα υποσύνολά του $A = \{1, 2, 4, 5\}$ και $B = \{2, 4, 6\}$.

α) Να παραστήσετε στο ίδιο διάγραμμα Venn, με βασικό σύνολο το Ω , τα σύνολα A και B . Κατόπιν, να προσδιορίσετε τα σύνολα $A \cup B$, $A \cap B$, A' και B' .

(Μονάδες 13)

β) Επιλέγουμε τυχαία ένα στοιχείο του Ω . Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Θέματα Τ.Θ.Α.Α.

(i) Να μην πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο A.

(Μονάδες 4)

(ii) Να πραγματοποιηθούν συγχρόνως τα ενδεχόμενα A και B.

(Μονάδες 4)

(iii) Να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα A, B.

(Μονάδες 4)

4. Ένα τηλεοπτικό παιχνίδι παίζεται με ζεύγη αντιπάλων των δυο φύλων. Στο παιχνίδι συμμετέχουν 3 άντρες: ο Δημήτρης (Δ), ο Κώστας (Κ), ο Μιχάλης (Μ) και 2 γυναίκες: η Ειρήνη (Ε) και η Ζωή (Ζ). Επιλέγονται στην τύχη ένας άντρας και μια γυναίκα για να διαγωνιστούν και καταγράφονται τα ονόματά τους.

α) Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος.

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων

A : Να διαγωνίστηκαν ο Κώστας ή ο Μιχάλης .

B : Να διαγωνίστηκε η Ζωή.

Γ: Να μη διαγωνίστηκε ούτε ο Κώστας ούτε ο Δημήτρης.

(Μονάδες 15)

5. Από τους μαθητές ενός Λυκείου, το 25% συμμετέχει στη θεατρική ομάδα, το 30% συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου και το 15% των μαθητών συμμετέχει και στις δύο ομάδες. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Αν ονομάσουμε τα ενδεχόμενα:

A: «ο μαθητής να συμμετέχει στη θεατρική ομάδα» και

B: «ο μαθητής να συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου»,

α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

i) $A \cup B$ ii) $A \cap B$ iii) $B - A$ iv) A'

(Μονάδες 12)

β) να υπολογίσετε τις πιθανότητες πραγματοποίησης των ενδεχομένων:

i) ο μαθητής που επιλέχθηκε να συμμετέχει μόνο στην ομάδα ποδοσφαίρου

ii) ο μαθητής που επιλέχθηκε να μη συμμετέχει σε καμία ομάδα.

(Μονάδες 13)

6. Ένα Λύκειο έχει 400 μαθητές από τους οποίους οι 200 είναι μαθητές της Α' τάξης. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή, η πιθανότητα να είναι μαθητής της Γ' τάξης είναι 20%.

Να βρείτε:

α) Το πλήθος των μαθητών της Γ' τάξης

(Μονάδες 10)

Θέματα Τ.Θ.Α.Α.

β) Το πλήθος των μαθητών της Β΄ τάξης.

(Μονάδες 5)

γ) Την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να είναι της Β΄ τάξης.

(Μονάδες 10)

7. Δίνεται ο πίνακας:

	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33

Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους εννέα διψήφιους αριθμούς του παραπάνω πίνακα. Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης των παρακάτω ενδεχομένων:

A: ο διψήφιος να είναι άρτιος

(Μονάδες 7)

B: ο διψήφιος να είναι άρτιος και πολλαπλάσιο του 3

(Μονάδες 9)

Γ: ο διψήφιος να είναι άρτιος ή πολλαπλάσιο του 3

(Μονάδες 9)

8. Ένα κουτί περιέχει άσπρες, μαύρες, κόκκινες και πράσινες μπάλες. Οι άσπρες είναι 5, οι μαύρες είναι 9, ενώ οι κόκκινες και οι πράσινες μαζί είναι 16. Επιλέγουμε μια μπάλα στην τύχη. Δίνονται τα παρακάτω ενδεχόμενα:

A: η μπάλα που επιλέγουμε είναι ΑΣΠΡΗ

K: η μπάλα που επιλέγουμε είναι ΚΟΚΚΙΝΗ

Π: η μπάλα που επιλέγουμε είναι ΠΡΑΣΙΝΗ

α) Χρησιμοποιώντας τα A, K και Π να γράψετε στη γλώσσα των συνόλων τα ενδεχόμενα:

i) Η μπάλα που επιλέγουμε δεν είναι άσπρη,

ii) Η μπάλα που επιλέγουμε είναι κόκκινη ή πράσινη.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης καθενός από τα δύο ενδεχόμενα του ερωτήματος (α).

(Μονάδες 12)

Θέματα Τ.Θ.Α.Α.

9. Από τους σπουδαστές ενός Ωδείου, το 50% μαθαίνει πιάνο, το 40% μαθαίνει κιθάρα, ενώ το 10% των σπουδαστών μαθαίνει και τα δύο αυτά όργανα. Επιλέγουμε τυχαία ένα σπουδαστή του Ωδείου. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει πιάνο

B: ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει κιθάρα

Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης του ενδεχομένου:

α) Ο σπουδαστής αυτός να μαθαίνει ένα τουλάχιστον από τα δύο παραπάνω όργανα.

(Μονάδες 12)

β) Ο σπουδαστής αυτός να μην μαθαίνει κανένα από τα δύο παραπάνω όργανα.

(Μονάδες 13)

10. Από τους 180 μαθητές ενός λυκείου, 20 μαθητές συμμετέχουν στη θεατρική ομάδα, 30 συμμετέχουν στην ομάδα στίβου, ενώ 10 συμμετέχουν και στις δύο ομάδες. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή του λυκείου. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A : ο μαθητής συμμετέχει στη θεατρική ομάδα

B : ο μαθητής συμμετέχει στην ομάδα στίβου

α) Να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα:

i) $A \cup B$

ii) $B - A$

iii) A'

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τη πιθανότητα ο μαθητής που επιλέχθηκε:

i) Να μη συμμετέχει σε καμία ομάδα.

(Μονάδες 7)

ii) Να συμμετέχει μόνο στην ομάδα στίβου.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Δ

11. Σε ένα τμήμα της Α΄ Λυκείου κάποιοι μαθητές παρακολουθούν μαθήματα Αγγλικών και κάποιοι Γαλλικών. Η πιθανότητα ένας μαθητής να μην παρακολουθεί Γαλλικά είναι 0,8. Η πιθανότητα ένας μαθητής να παρακολουθεί Αγγλικά είναι τετραπλάσια από την πιθανότητα να παρακολουθεί Γαλλικά. Τέλος, η πιθανότητα ένας μαθητής να παρακολουθεί μαθήματα τουλάχιστον μιας από τις δύο γλώσσες είναι 0,9.

α) Επιλέγουμε ένα μαθητή στην τύχη.

i) Ποια είναι η πιθανότητα αυτός να παρακολουθεί μαθήματα και των δύο γλωσσών;
(Μονάδες 9)

ii) Ποια είναι η πιθανότητα αυτός να παρακολουθεί μαθήματα μόνο μιας από τις δύο γλώσσες;
(Μονάδες 9)

β) Αν 14 μαθητές παρακολουθούν μόνο Αγγλικά, πόσοι είναι οι μαθητές του τμήματος;
(Μονάδες 7)

12. Η εξέταση σε ένα διαγωνισμό των Μαθηματικών περιλάμβανε δύο θέματα στα οποία έπρεπε να απαντήσουν οι εξεταζόμενοι. Για να βαθμολογηθούν με άριστα έπρεπε να απαντήσουν και στα δύο θέματα, ενώ για να περάσουν την εξέταση έπρεπε να απαντήσουν σε ένα τουλάχιστον από τα δύο θέματα. Στο διαγωνισμό εξετάστηκαν 100 μαθητές. Στο πρώτο θέμα απάντησαν σωστά 60 μαθητές. Στο δεύτερο θέμα απάντησαν σωστά 50 μαθητές, ενώ και στα δύο θέματα απάντησαν σωστά 30 μαθητές. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή.

α) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και με χρήση της γλώσσας των συνόλων (ορίζοντας τα κατάλληλα ενδεχόμενα) τα παραπάνω δεδομένα.

(Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής:

i) Να απάντησε σωστά μόνο στο δεύτερο θέμα.

ii) Να βαθμολογηθεί με άριστα.

iii) Να μην απάντησε σωστά σε κανένα θέμα.

iv) Να πέρασε την εξέταση.

(Μονάδες 12)

13. Οι δράστες μιας κλοπής διέφυγαν μ' ένα αυτοκίνητο και μετά από την κατάθεση διαφόρων μαρτύρων έγινε γνωστό ότι ο τετραψήφιος αριθμός της πινακίδας του αυτοκινήτου

Θέματα Τ.Θ.Α.Α.

είχε πρώτο και τέταρτο ψηφίο το 2 . Το δεύτερο ψηφίο ήταν 6 ή 8 ή 9 και το τρίτο ψηφίο του ήταν 4 ή 7.

α) Με χρήση δένδροδιαγράμματος, να προσδιορίσετε το σύνολο των δυνατών αριθμών της πινακίδας του αυτοκινήτου.

(Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων

A: Το τρίτο ψηφίο του αριθμού της πινακίδας είναι το 7.

B: Το δεύτερο ψηφίο του αριθμού της πινακίδας είναι 6 ή 8.

Γ: Το δεύτερο ψηφίο του αριθμού της πινακίδας δεν είναι ούτε 8 ούτε 9.

(Μονάδες 12)

14. Σε μια ομάδα που αποτελείται από 7 άνδρες και 13 γυναίκες, 4 από τους άνδρες και 2 από τις γυναίκες παίζουν σκάκι. Επιλέγουμε τυχαία ένα από τα άτομα αυτά.

α) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και με χρήση της γλώσσας των συνόλων το ενδεχόμενο το άτομο που επιλέχθηκε:

i) να είναι άνδρας ή να παίζει σκάκι.

(Μονάδες 6)

ii) να μην είναι άνδρας και να παίζει σκάκι.

(Μονάδες 6)

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα το άτομο που επιλέχθηκε να είναι γυναίκα και να παίζει σκάκι.

(Μονάδες 13)

15. Από μια έρευνα μεταξύ μαθητών ενός Λυκείου της χώρας, προέκυψε ότι το 80% των μαθητών πίνει γάλα ή τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι στο σπίτι το πρωί. Επιλέγουμε ένα μαθητή στην τύχη και ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο μαθητής πίνει γάλα

B: ο μαθητής τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι

Αν από το σύνολο των μαθητών το 60% πίνει γάλα και το 45% τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι,

α) Να ορίσετε με χρήση της γλώσσας των συνόλων τα ενδεχόμενα:

i) ο μαθητής ούτε να πίνει γάλα ούτε να τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι ,

ii) ο μαθητής να πίνει γάλα και να τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι ,

iii) ο μαθητής να πίνει μόνο γάλα.

(Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα πραγματοποίησης των ενδεχομένων του α) ερωτήματος.

Θέματα Τ.Θ.Α.Α.

(Μονάδες 13)

16. Μια ημέρα, στο τμήμα Α1 ενός Λυκείου, το $\frac{1}{4}$ των μαθητών δεν έχει διαβάσει ούτε

Άλγεβρα ούτε Γεωμετρία, ενώ το $\frac{1}{3}$ των μαθητών έχει διαβάσει και τα δύο αυτά μαθήματα.

Η καθηγήτρια των μαθηματικών επιλέγει τυχαία ένα μαθητή για να τον εξετάσει. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

Α: ο μαθητής να έχει διαβάσει Άλγεβρα

Γ: ο μαθητής να έχει διαβάσει Γεωμετρία

α) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και με χρήση της γλώσσας των συνόλων τα δεδομένα του προβλήματος.

(Μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής:

(i) να έχει διαβάσει ένα τουλάχιστον από τα δύο μαθήματα

(ii) να έχει διαβάσει ένα μόνο από τα δύο μαθήματα.

(Μονάδες 8)

γ) Αν γνωρίζουμε επιπλέον ότι οι μισοί από τους μαθητές έχουν διαβάσει Γεωμετρία, να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής:

i) να έχει διαβάσει Γεωμετρία

ii) να έχει διαβάσει Άλγεβρα

(Μονάδες 8)